**江苏省仪征中学2021—2022学年度高二数学第二学期周三练试卷3**

**2022年3月16日**

1. 单选题

1.把椅子摆成一排，人随机就坐，任何两人不相邻的坐法种数有

A. 种 B. 种 C. 种 D. 种

【答案】*B*

【解答】解：第一步先把没有人坐的把椅子排好，产生个空挡，再将有人坐的把椅子插空，故共有种，即种坐法．故选*B*．

2. 中国古代儒家要求学生掌握六种基本才能：礼、乐、射、御、书、数，某校国学社团周末开展“六艺”课程讲座活动，每天连排六节，每艺一节，排课有如下要求：“礼”和“数”不能相邻，“射”和“乐”必须相邻，则“六艺”课程讲座不同的排课顺序共有

A. 种 B. 种 C. 种 D. 种

【答案】*D*

【解答】解：先将“射”和“乐”排列，有种，要满足“射”和“乐”必须相邻，把它们看成一个元素与“御”“书”排列共有种，然后将“礼”和“数”插入空，共种，  
综上：共有种故选*D*．

3.在由，，，，，所组成的没有重复数字的四位数中，能被整除的有

A. 个 B. 个 C. 个 D. 个

【答案】*D*

【解析】解：由于能被整除的数，其个位必为或，由此分两类：第一类：个位为的，有个；第二类：个位为的，再分两小类：第小类：不含的，有个，  
第小类：含的，有个，从而第二类共有个；故在由数字，，，，，所组成的没有重复数字的四位数中，能被整除的个数有个．故选*D*．

年春节期间电影你好，李焕英因“搞笑幽默不庸俗，真心实意不煽情”深受热捧，某电影院指派名工作人员进行电影调查问卷，每个工作人员从编号为，，，的个影厅选一个，可以多个工作人员进入同一个影厅，若所有名工作人员的影厅编号之和恰为，则不同的指派方法种数为

A. B. C. D.

【答案】*B*

【解答】解：编号之和为的组合有：，即：，名工作人员选两种，分别选厅，厅，其余选厅．  
，即：，  
，即：，  
，即：，  
，即：，  
共有：种，故选*B*．

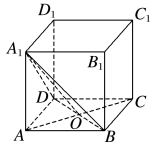
5. 在正方体*ABCD*－*A1B1C1D1*中，截面*A1BD*与底面*ABCD*所成的二面角*A1*－*BD*－*A*的正切值等于（ ）

A．eqIdbf4d8b310ca74c22a7eb63a406f4674a B．eqId52a1ee2d5f554324a9aa20db63a8ca84 C．eqId5732f8bca26146c7a406498af8af20ed D．eqIda2a0ce3781fa4c26b624f5966b7dee44

【答案】C

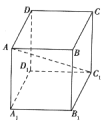
【详解】如图所示，连接*AC*交*BD*于点*O*，连接*A1O*，

则eqId060d2c21130f44cfa16b34d8f3925f49，∠*A1OA*为二面角*A1*－*BD*－*A*的平面角，



设*A1A*＝*a*，则*AO*＝eqId52a1ee2d5f554324a9aa20db63a8ca84*a*，所以eqIddf0ee3ac2ace4592950bcb9d4b282d32.故选：*C*

6.如图，在棱长为1的正方体eqId588284d93dc5489295f8f224f8e30d13中，点*B*到直线eqIda73a41244de147efaf21de0feda7804d的距离为（ ）



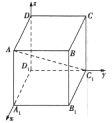
A．eqIde0b8cd3018f64415bea8dce0a25d0538 B．eqIdd90d42b6b616485585b2c5a5bd194eb6 C．eqIdc317c1359cd2448785bdca6167d02492 D．eqId0af0a9b9c0f24739af2f414e66a68cfa

【答案】A

【详解】以eqId3f5a5d0fed7d4dc1bcce73cf1b7a92d3为坐标原点，以eqId29ce37e7c6a1264d17947a4a8d9e34d8为单位正交基底，建立如图所示的空间直角坐标系eqId807eb4cbf256453195ee9293fa801c58，则eqIdf88f9df1748c89cba9957da88fed5ee4，eqId2522cd12430d55e265617ca066aa79fb，eqIdb7b87a69bc904a0b8c31c6a4ac29b9b4．

取eqId71957bf4c45741149963c2aca06e6b75，eqId227871bc030b6b5c0226ac1e9f9309ba，则eqIdbef628cb7c1148c492e55672ca907ffd，eqId229f88bd1b90448c8f0a94ffa08b2a39，

则点*B*到直线*AC1*的距离为eqId257ccdc3b1974e47bf0d8210538438a7．



故选：A．

1. 多选题

7.已知二面角eqId287d2375f6724e0482d95524241e422f中，平面eqIdc13953f2514e4c8f9c8aaaf5241c33ac的一个法向量为eqId584326689f2f47bb869f3a58b9499ebc，平面eqId4eb56f42ca674f2f9c9101b548763159的一个法向量为eqIdc3bfaac88efa400092e79984c25c1da4，则二面角eqId287d2375f6724e0482d95524241e422f的大小为（ ）．

A．30° B．60° C．120° D．150°

【答案】AD

【详解】设所求二面角的大小为eqId6c9518e43fd5459798a30cfc10026e3c，若eqId6c9518e43fd5459798a30cfc10026e3c为锐二面角，则eqIdc68b2ee56835498cb0e962a862b995cc，故eqId99f8947e6f18470c867deddcdef27efd；

若eqId6c9518e43fd5459798a30cfc10026e3c为钝二面角，则eqId7313a0dfbb1345b4bcc7166544f19ea5，故eqIdcafe501369404a9f95c38b36b1294ce9，

综上所述，二面角eqId287d2375f6724e0482d95524241e422f的大小为eqId5ad58f952a4542f689f5ee8aa9946f25或eqId737f592b68b747fcaccedaedb026b348.故选：AD．

8.正方形*ABCD*沿对角线*BD*折成直二面角，下列结论正确的是（ ）．

A．*AD*与*BC*所成的角为30°

B．*AC*与*BD*所成的角为90°

C．*BC*与平面*ACD*所成角的正弦值为eqIdbf4d8b310ca74c22a7eb63a406f4674a

D．平面*ABC*与平面*BCD*所成锐二面角的正切值是eqId5732f8bca26146c7a406498af8af20ed

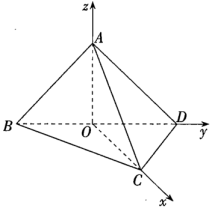
【答案】BD

【详解】取eqIdd03a25dfa6a54912b9faeaab749787b0的中点*O*，连接eqId5b8d22c0e4204b42b736e2fb963a1c4e，则eqIdce139a29568c4d5794030b707f51c455，

∵正方形eqId411b38a18046fea8e9fab1f9f9b80a5f沿对角线eqIdd03a25dfa6a54912b9faeaab749787b0折成直二面角，故平面eqId4f909bc7ed8240d8b97413783813a184平面eqId0f24c9c77eb648e4aade772aaae0eca7，

而平面eqIdda5693aa77954a60abe6c335d033dabb平面eqId432c5f04a1dc4817b4ec3fad04526553，eqIdde8d71283db84a919e4aa832fedd28b4平面eqId05196544fb324d98ac235aa95d6bfb2e，故eqId1b72b7f0d8884a558514f2f9261b5f3d平面eqId0f24c9c77eb648e4aade772aaae0eca7.

∴以*O*为原点，eqIde8db88a11e9842ada6220fd2d3624cc9所在直线为*x*轴，eqId0bf1249561ae4d4ea5e2799752e37863所在直线为*y*轴，eqId393c4cbcbb6242bd8a42f571acff9628所在直线为*z*轴，建立如图所示的空间直角坐标系，



设eqIdaca9eb06a62d4f2e9070e8867550124a，则eqIdf53313c7df5841f3b543a9810fd0093a，

∴eqId55c050f4c6d947f6b442967eed70ad9a，eqId55579ac90ad547989b086fc929a0aa1b，eqId43f56205d1124248bd078475c715ad1a，eqIdeb460333c66145f3ba428fccc439975f，eqId4211ea94fdf14995a2fc9bfcbc7b7364.

∵eqId8a513ad051c34e23a416483ada440651，因为eqIdf9f410b661be422ab84cddba082e2ff5，故eqId70fd45356022467f9d54b07dbbae5652，

∴异面直线eqId8a76bbe21fb549e3a9c2038d58c7a3d8与eqId0627be51821d4be7b3e024a354815d64所成的角为60°，故A错误；∵eqId01e6bd4248e04a3985c23cf4beb3846f，∴eqIdecfb8623cb9c4f08b0fd966ddf734e37，故B正确；

设平面eqId52c1ac29bf454ed0a275b259d12a3241的法向量为eqIdf6343c5247ee4b2f89bdf233b28602a4，则eqIda87d844a802b7dcb2d8f689a57a72827取eqIdb9d380601a0f4396851419914d568bf4，得eqId387f3b626d364483ba52b34b7aa244e1，

∴eqIdc01e39b6a2f24deebab7bbd70fe40e94，设eqId0627be51821d4be7b3e024a354815d64与面eqId52c1ac29bf454ed0a275b259d12a3241所成角为eqId6c9518e43fd5459798a30cfc10026e3c，

则eqIda916819db1e44e52b3cc8fe9a372a946，故C错误；

易知平面eqId0f24c9c77eb648e4aade772aaae0eca7的一个法向量为eqIdf3d2f73c0ec54c53b89feb0d7bfa7e9a，设平面eqIda670baf5d73f4d7689915a00c51820f2的法向量为eqId2001497c8ef748b7aec3fc2f67e98538，

则eqId41a9ae96c8504e010a8f199f5a63b6a8取eqId7882b741ad454000a879c75b8665c5c0

得eqId8052abcdce33441ea78a140db4dad61b，∴eqIdaf2ddc26feb7460da8312c8cf0a0737b，设两个平面的夹角为eqIdc13953f2514e4c8f9c8aaaf5241c33ac（eqIdc13953f2514e4c8f9c8aaaf5241c33ac为锐角），则eqIdb15f48e83a6d43e19c844eac131c48ef，故eqIdba45fa8167ea4984a46bc386b2d5165f，故eqIdb0b99c0c17d14a049526bf2cf302bf86.

∴平面eqIda670baf5d73f4d7689915a00c51820f2与平面eqId0f24c9c77eb648e4aade772aaae0eca7的夹角的正切值是eqId5732f8bca26146c7a406498af8af20ed，故D正确.故选：BD.

三、填空题

9. 已知，则正整数\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

10. 已知eqId2efda802d5534f6d92d9f8af7aaec28b，eqId052844cae8574a8ab842c38a039baac0，eqId8754ce8cf7f34f04abb9a0c041f57f5c，eqId19a4eb16029e4550a14f2afe4741a3c3为空间中不共面的四点，且eqId1f9a41f8b1964f52a849e969ca4d0356，若eqIdbedf755e0fdb4d078d6859360706b163，eqId052844cae8574a8ab842c38a039baac0，eqId8754ce8cf7f34f04abb9a0c041f57f5c，eqId19a4eb16029e4550a14f2afe4741a3c3四点共面，则实数eqIdbe5f3b3f0781455680e18c74f51be0b5\_\_\_\_\_\_．

【答案】eqId231e56cfb91a489890b9c771c5aad8e9

【详解】解：因为eqId1f9a41f8b1964f52a849e969ca4d0356，且eqIdbedf755e0fdb4d078d6859360706b163，eqId052844cae8574a8ab842c38a039baac0，eqId8754ce8cf7f34f04abb9a0c041f57f5c，eqId19a4eb16029e4550a14f2afe4741a3c3四点共面，

则eqId8d22b302cf324ce3b9ca010a5112698c，解得eqId84aede67af5d4b45a121f3a96a6674d1，故答案为：eqId231e56cfb91a489890b9c771c5aad8e9.

四、解答题

11. 按照下列要求，分别求有多少种不同的方法？列式并用数字作答

个不同的小球放入个不同的盒子，每个盒子至少放一个小球；

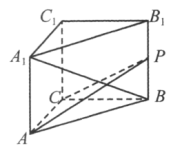
个不同的小球放入个不同的盒子，每个盒子至少一个小球；

个相同的小球放入个不同的盒子，每个盒子至少一个小球；

个不同的小球放入个不同的盒子，恰有个空盒．

【答案】解：个不同的小球放入个不同的盒子，每个盒子至少放一个小球，有两个小球在一个盒子，则      
个不同的小球放入个不同的盒子，每个盒子至少一个小球，先把个小球分组，有两种分法：、、、；、、、；再放入个不同的盒子，故不同的方法共有  
个相同的小球放入个不同的盒子，每个盒子至少一个小球，  
不同的方法共有  
个不同的小球放入个不同的盒子，恰有一个空盒，  
先把个小球分组，有三种分法：、、；、、；、、，  
再放入个不同的盒子，故不同的方法共有．

12. 如图，在直三棱柱eqId9881c5faa5cb449bb37fa59b41c76e43中，eqIdfb20f11159924d9480faabe19c3c3703，eqId74146dff843c4ae9b27989c0cfbfe864，eqIdc0ccc58b8e954a0a83b879635b3538b8，点*P*在侧棱eqIdfe9cbfb067114ce8857e621d77cb5feb上．



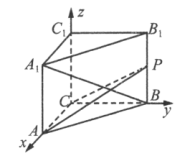
(1)当点*P*为侧棱eqIdfe9cbfb067114ce8857e621d77cb5feb的中点时，求直线eqIdaf6e568d3d6e48e5ab1599b70568945e与直线*CP*所成角的余弦值；

(2)当点*P*与点eqIde660daa143d5431e96530c61b610d572重合时，求点eqId346946f1395a41008d3b3b56c9ae4fbd到平面*PAC*的距离；

(3)求直线eqIdaf6e568d3d6e48e5ab1599b70568945e与平面*ACP*所成角的正弦值的最大值．

【答案】(1)eqId3c4121b74c8d4404b1fdc5b43ad72054；(2)eqId5732f8bca26146c7a406498af8af20ed；(3)eqIde0b8cd3018f64415bea8dce0a25d0538.

【解析】(1)在直三棱柱eqId9881c5faa5cb449bb37fa59b41c76e43中，eqId485e0ed66f8e483995b667bfb1bb3fa4，eqId7b9640adf1af4efb8422b00a1bb91dc1，所以*AC*，*BC*，eqId8f39d706a505485987ccbb3f6177d72d两两垂直．以*C*为坐标原点，eqIddb0f01f24fda4c559776fafe597531a3为正交基底建立空间直角坐标系*C*－*xyz*，如图所示，



则eqIde24818ad66d942bdab0e7cadbf90053a，eqIdf0a087794eaf410d8bd37d4b2940e12e，eqId508325b73b6b4d37b4df3fbb37ae3e22，eqIdc346b2f5a66d4406ac6dcb3923037f3c．

当eqIdbedf755e0fdb4d078d6859360706b163为侧棱eqIdfe9cbfb067114ce8857e621d77cb5feb的中点时，eqId425fb6564b5f4537837b155db4ac0a42，eqId20236b8b67494676824119d4cf905c2f，eqId2e9f2eb1041264d461abbd97eaaedf6d

则eqId0d762f1d31ea4201094e0408019f5e1f，

所以直线eqIdaf6e568d3d6e48e5ab1599b70568945e与直线eqIdc0ead09e405d42679aa889b1af32f053所成角的余弦值为eqId3c4121b74c8d4404b1fdc5b43ad72054．

(2)当点eqIdbedf755e0fdb4d078d6859360706b163与点eqIde660daa143d5431e96530c61b610d572重合时，eqId1be612a9c6564a089bc89c05448a25d5，eqId1b4cac2f7b76bdc18117c8c9ba5a9c51，eqId6d6964645b7fdc4f52090fbb8ba65bd4，

设平面eqIdcb27f122349b42bd98ee6c48d59860dc的法向量为eqId65e39a567edd4b7e8f75c5b7ee864295，则eqIde7a90d8e619c008a780176dbe1a154f2，即eqIde01886894b3cc9c5a95fbc56ba88d671，

令eqId2dc62e0e5b6c427dba3b9b048ea1fbe5，则eqId4fd77cff073b4c55a2e32ef9e34ce6df，又eqId068cce947cb24de2af06678f8d94bde5，所以点eqId346946f1395a41008d3b3b56c9ae4fbd到平面*PAC*的距离eqId7cc4909a88bdf1b192b370f009395fd1*．*

(3)设点*P*的坐标为eqId5d373df229c643d5a94e03b8378123d2，eqId1cd885ba4d1a435fa8513f46c6720e7c，则eqId1b4cac2f7b76bdc18117c8c9ba5a9c51，eqId113d27780a0586ca009eccdf62dd79a2，

设平面eqIdcb27f122349b42bd98ee6c48d59860dc的法向量为eqId05b37779170941e9b9693fae3110215e，则eqId9bdcd3c6da6ce67139233f4369a6fc54即eqId0a7f1a0bd0d7432a43c5e67b99a74d1a令eqIdb9d380601a0f4396851419914d568bf4，则eqId977702ecb404b351595c8ae5d5ae469f，

又eqId20236b8b67494676824119d4cf905c2f，eqIde754cb8034566a551230d84c9cef5124eqIdf2ae3eb81610c5b9522900bc1957ef1f，

因为eqIda160f211fbb984d008186569c820e6ce，当且仅当eqId353d918c839747d0a59b7c6bd24f35e8时等号成立，

设直线eqIdaf6e568d3d6e48e5ab1599b70568945e与平面eqIdcb27f122349b42bd98ee6c48d59860dc所成的角为eqId6c9518e43fd5459798a30cfc10026e3c则eqId0a3886e29a0215a52f5002dc3c9dbec3，

所以直线eqIdaf6e568d3d6e48e5ab1599b70568945e与平面*ACP*所成角的正弦值的最大值是eqIde0b8cd3018f64415bea8dce0a25d0538．