**江苏省仪征中学2021—2022学年度高二数学第二学期周三练试卷3**

**2022年3月16日**

1. 单选题

1.$ 8$把椅子摆成一排，$3$人随机就坐，任何两人不相邻的坐法种数有$(    )$

A. $144$种 B. $120$种 C. $72$种 D. $60$种

【答案】*B*

【解答】解：第一步先把没有人坐的$5$把椅子排好，产生$6$个空挡，再将有人坐的$3$把椅子插空，故共有$A\_{6}^{3}$种，即$120$种坐法．故选*B*．

2. 中国古代儒家要求学生掌握六种基本才能：礼、乐、射、御、书、数，某校国学社团周末开展“六艺”课程讲座活动，每天连排六节，每艺一节，排课有如下要求：“礼”和“数”不能相邻，“射”和“乐”必须相邻，则“六艺”课程讲座不同的排课顺序共有$(    )$

A. $24$种 B. $72$种 C. $96$种 D. $144$种

【答案】*D*

【解答】解：先将“射”和“乐”排列，有$A\_{2}^{2}$种，要满足“射”和“乐”必须相邻，把它们看成一个元素与“御”“书”排列共有$A\_{3}^{3}$种，然后将“礼”和“数”插入$4$空，共$A\_{4}^{2}$种，
综上：共有$A\_{2}^{2}×A\_{3}^{3}×A\_{4}^{2}=144$种$.$故选*D*．

3.在由$0$，$1$，$2$，$3$，$4$，$5$所组成的没有重复数字的四位数中，能被$5$整除的有$(    )$

A. $512$个 B. $192$个 C. $240$个 D. $108$个

【答案】*D*

【解析】解：由于能被$5$整除的数，其个位必为$0$或$5$，由此分两类：第一类：个位为$0$的，有$A\_{5}^{3}=60$个；第二类：个位为$5$的，再分两小类：第$1$小类：不含$0$的，有$A\_{4}^{3}=24$个，
第$2$小类：含$0$的，有$A\_{2}^{1}A\_{4}^{2}=24$个，从而第二类共有$48$个；故在由数字$0$，$1$，$2$，$3$，$4$，$5$所组成的没有重复数字的四位数中，能被$5$整除的个数有$60+48=108($个$)$．故选*D*．

$4.2021$年春节期间电影$《$你好，李焕英$》$因“搞笑幽默不庸俗，真心实意不煽情”深受热捧，某电影院指派$5$名工作人员进行电影调查问卷，每个工作人员从编号为$1$，$2$，$3$，$4$的$4$个影厅选一个，可以多个工作人员进入同一个影厅，若所有$5$名工作人员的影厅编号之和恰为$10$，则不同的指派方法种数为$($        $)$

A. $91$ B. $101$ C. $111$ D. $121$

【答案】*B*

【解答】解：编号之和为$10$的组合有：$①1+2+2+2+3=10$，即：$C\_{5}^{2}·2=20$，$(5$名工作人员选两种，分别选$1$厅，$3$厅，其余选$2$厅．$)$
$②1+1+2+3+3=10$，即：$C\_{5}^{2}·C\_{3}^{1}=30$，
$③1+1+2+2+4=10$，即：$C\_{5}^{2}·C\_{3}^{2}=30$，
$④1+1+1+4+3=10$，即：$C\_{5}^{3}·C\_{2}^{1}=20$，
$⑥2+2+2+2+2=10$，即：$C\_{5}^{5}=1$，
$∴$共有：$20+30+30+20+1=101($种$)$，故选*B*．

5. 在正方体*ABCD*－*A1B1C1D1*中，截面*A1BD*与底面*ABCD*所成的二面角*A1*－*BD*－*A*的正切值等于（ ）

A． B． C． D．

【答案】C

【详解】如图所示，连接*AC*交*BD*于点*O*，连接*A1O*，

则，∠*A1OA*为二面角*A1*－*BD*－*A*的平面角，



设*A1A*＝*a*，则*AO*＝*a*，所以.故选：*C*

6.如图，在棱长为1的正方体中，点*B*到直线的距离为（ ）



A． B． C． D．

【答案】A

【详解】以为坐标原点，以为单位正交基底，建立如图所示的空间直角坐标系，则，，．

取，，则，，

则点*B*到直线*AC1*的距离为．



故选：A．

1. 多选题

7.已知二面角中，平面的一个法向量为，平面的一个法向量为，则二面角的大小为（ ）．

A．30° B．60° C．120° D．150°

【答案】AD

【详解】设所求二面角的大小为，若为锐二面角，则，故；

若为钝二面角，则，故，

综上所述，二面角的大小为或.故选：AD．

8.正方形*ABCD*沿对角线*BD*折成直二面角，下列结论正确的是（ ）．

A．*AD*与*BC*所成的角为30°

B．*AC*与*BD*所成的角为90°

C．*BC*与平面*ACD*所成角的正弦值为

D．平面*ABC*与平面*BCD*所成锐二面角的正切值是

【答案】BD

【详解】取的中点*O*，连接，则，

∵正方形沿对角线折成直二面角，故平面平面，

而平面平面，平面，故平面.

∴以*O*为原点，所在直线为*x*轴，所在直线为*y*轴，所在直线为*z*轴，建立如图所示的空间直角坐标系，



设，则，

∴，，，，.

∵，因为，故，

∴异面直线与所成的角为60°，故A错误；∵，∴，故B正确；

设平面的法向量为，则取，得，

∴，设与面所成角为，

则，故C错误；

易知平面的一个法向量为，设平面的法向量为，

则取

得，∴，设两个平面的夹角为（为锐角），则，故，故.

∴平面与平面的夹角的正切值是，故D正确.故选：BD.

三、填空题

9. 已知，则正整数\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】$5$

10. 已知，，，为空间中不共面的四点，且，若，，，四点共面，则实数\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【详解】解：因为，且，，，四点共面，

则，解得，故答案为：.

四、解答题

11. 按照下列要求，分别求有多少种不同的方法？$($列式并用数字作答$)$

$(1)5$个不同的小球放入$4$个不同的盒子，每个盒子至少放一个小球；

$(2)6$个不同的小球放入$4$个不同的盒子，每个盒子至少一个小球；

$(3)6$个相同的小球放入$4$个不同的盒子，每个盒子至少一个小球；

$(4)6$个不同的小球放入$4$个不同的盒子，恰有$1$个空盒．

【答案】解：$(1)5$个不同的小球放入$4$个不同的盒子，每个盒子至少放一个小球，有两个小球在一个盒子，则$C\_{5}^{2}A\_{4}^{4}=240;$
$(2)6$个不同的小球放入$4$个不同的盒子，每个盒子至少一个小球，先把$6$个小球分组，有两种分法：$2$、$2$、$1$、$1$；$3$、$1$、$1$、$1$；再放入$4$个不同的盒子，故不同的方法共有$(\frac{C\_{6}^{2}C\_{4}^{2}C\_{2}^{1}C\_{1}^{1}}{A\_{2}^{2}A\_{2}^{2}}+C\_{6}^{3})A\_{4}^{4}=1560;$
$(3)6$个相同的小球放入$4$个不同的盒子，每个盒子至少一个小球，
不同的方法共有$C\_{4}^{1}+C\_{4}^{2}=10;$
$(4)6$个不同的小球放入$4$个不同的盒子，恰有一个空盒，
先把$6$个小球分组，有三种分法：$3$、$2$、$1$；$2$、$2$、$2$；$4$、$1$、$1$，
再放入$3$个不同的盒子，故不同的方法共有$(C\_{6}^{3}C\_{3}^{2}C\_{1}^{1}+\frac{C\_{6}^{2}C\_{4}^{2}C\_{2}^{2}}{A\_{3}^{3}}+C\_{6}^{4})A\_{4}^{3}=2160$．

12. 如图，在直三棱柱中，，，，点*P*在侧棱上．



(1)当点*P*为侧棱的中点时，求直线与直线*CP*所成角的余弦值；

(2)当点*P*与点重合时，求点到平面*PAC*的距离；

(3)求直线与平面*ACP*所成角的正弦值的最大值．

【答案】(1)；(2)；(3).

【解析】(1)在直三棱柱中，，，所以*AC*，*BC*，两两垂直．以*C*为坐标原点，为正交基底建立空间直角坐标系*C*－*xyz*，如图所示，



则，，，．

当为侧棱的中点时，，，

则，

所以直线与直线所成角的余弦值为．

(2)当点与点重合时，，，，

设平面的法向量为，则，即，

令，则，又，所以点到平面*PAC*的距离*．*

(3)设点*P*的坐标为，，则，，

设平面的法向量为，则即令，则，

又，，

因为，当且仅当时等号成立，

设直线与平面所成的角为则，

所以直线与平面*ACP*所成角的正弦值的最大值是．