

午练 (14) 【排序问题】

1. 甲、乙、丙、丁、戊、己六人按一定的顺序依次抽奖, 要求甲排在乙前面, 丙与丁不相邻且均不排在最后, 则抽奖的顺序有 ()

- A. 72 种 B. 144 种 C. 360 种 D. 720 种

2. 12 名同学合影, 站成前排 4 人后排 8 人, 现摄影师要从后排 8 人中抽 2 人调整到前排, 若其他人的相对顺序不变, 则不同调整方法的总数是 ()

- A. $C_8^2 A_3^2$ B. $C_8^2 A_6^6$ C. $C_8^2 A_6^2$ D. $C_8^2 A_5^2$

3. 受新冠肺炎疫情影响, 某学校按上级文件指示, 要求错峰放学, 错峰有序吃饭. 高三年级一层楼六个班排队, 甲班必须排在前三位, 且丙班、丁班必须排在一起, 则这六个班排队吃饭的不同安排方案共有 ()

- A. 240 种 B. 120 种 C. 188 种 D. 156 种

4. 用数字 1, 2, 3, 4, 5 组成没有重复数字的数, 问

(1) 能够组成多少个五位奇数?

(2) 能够组成多少个正整数?

(3) 能够组成多少个大于 40000 的正整数?

午练 (14) 【排序问题】解答

1. 【解析】第一步先排甲、乙、戊、己，甲排在乙前面，则有 $\frac{A_4^4}{2}$ 种，第二步再将丙与丁插空到第一步排好的序列

中，但注意到丙与丁均不排在最后，故有 4 个空可选，所以有 A_4^2 中插空方法，所以根据分步乘法计数原理有

$$\frac{A_4^4}{2} \cdot A_4^2 = 144 \text{ 种. 故选: B.}$$

2. 【解析】第一步从后排 8 人中选 2 人有 C_8^2 种方法，第二步 6 人前排排列，先排列选出的 2 人有 A_6^2 种方法，再排列其余 4 人只有 1 种方法，因此所有的方法总数的种数是 $C_8^2 A_6^2$

3. 【解析】根据题意，按甲班位置分 3 种情况讨论：
$$3A_2^2 = 6, A_3^3 = 6, 6 \times 6 = 36$$
$$48 + 36 + 36 = 120$$

(1) 甲班排在第一位，丙班和丁班排在一起的情况有 $4A_2^2 = 8$ 种，将剩余的三个班全排列，安排到剩下的 3 个位置，有 $A_3^3 = 6$ 种情况，此时有 $8 \times 6 = 48$ 种安排方案；(2) 甲班排在第二位，丙班和丁班排在一起的情况有 $3A_2^2 = 6$ 种，将剩下的三个班全排列，安排到剩下的三个位置，有 $A_3^3 = 6$ 种情况，此时有 $6 \times 6 = 36$ 种安排方案；

(3) 甲班排在第三位，丙班和丁班排在一起的情况有 $3A_2^2 = 6$ 种，将剩下的三个班全排列，安排到剩下的三个位置，有 $A_3^3 = 6$ 种情况，此时有 $6 \times 6 = 36$ 种安排方案；由加法计数原理可知共有 $48 + 36 + 36 = 120$ 种方案，故选：B

4. 【解析】(1) 首先排最个位数字，从 1、3、5 中选 1 个数排在个位有 $A_3^1 = 3$ 种，其余 4 个数全排列有 $A_4^4 = 24$ 种，按照分步乘法计数原理可得有 $A_3^1 A_4^4 = 72$ 个五位奇数；

(2) 根据题意，若组成一位数，有 5 种情况，即可以有 5 个一位数；若组成两位数，有 $A_5^2 = 20$ 种情况，即可以有 20 个两位数；若组成三位数，有 $A_5^3 = 60$ 种情况，即可以有 60 个三位数；若组成四位数，有 $A_5^4 = 120$ 种情况，即可以有 120 个四位数；若组成五位数，有 $A_5^5 = 120$ 种情况，即可以有 120 个五位数；则可以有 $5 + 20 + 60 + 120 + 120 = 325$ 个正整数；

(3) 根据题意，若组成的数字比 40000 大的正整数，其首位数字为 5 或 4，有 2 种情况；

在剩下的 4 个数，安排在后面四位，共有 $C_2^1 A_4^4 = 48$ 种情况，则有 48 个比 40000 大的正整数；

午练(15)【分组分配问题】

1. 某学校有 5 位教师参加某师范大学组织的暑期骨干教师培训, 现有 5 个培训项目, 每位教师可任意选择其中一个项目进行培训, 则恰有两个培训项目没有被这 5 位教师中的任何一位教师选择的情况数为_____。

2. 要排出高三某班一天中, 语文、数学、英语各 2 节, 自习课 1 节的功课表, 其中上午 5 节, 下午 2 节, 若要求 2 节语文课必须相邻且 2 节数学课也必须相邻(注意: 上午第五节和下午第一节不算相邻), 则不同的排法种数是()

- A. 84 B. 54 C. 42 D. 18

3. 现有 4 个不同的球, 和 4 个不同的盒子, 把球全部放入盒内.

- (1) 共有多少种不同的方法?
- (2) 若每个盒子不空, 共有多少种不同的方法?
- (3) 若恰有一个盒子不放球, 共有多少种放法?
- (4) 若恰有两个盒子不放球, 共有多少种放法?

4. 有 6 本不同的书, 在下列不同的条件下, 各有多少种不同的分法?

- (1) 分给甲、乙、丙三人, 其中一个人 1 本, 一个人 2 本, 一个人 3 本;
- (2) 分成三组, 一组 4 本, 另外两组各 1 本;
- (3) 甲得 1 本, 乙得 1 本, 丙得 4 本.

午练 (15) 【分组分配问题】解答

1. 【解析】分两步：第一步：从 5 个培训项目中选取 3 个，共 C_5^3 种情况；第二步：5 位教师分成两类：①选择选出的 3 个培训项目的教师人数分别为 1 人，1 人，3 人，共 $\frac{C_5^3 C_2^1 C_1^1}{A_2^2}$ 种情况；②选择选出的 3 个培训项目的教师人数分别为 1 人，2 人，2 人，共 $\frac{C_5^2 C_3^2 C_1^1}{A_2^2}$ 种情况. 故选择情况数为 $C_5^3 \left(\frac{C_5^3 C_2^1 C_1^1}{A_2^2} + \frac{C_5^2 C_3^2 C_1^1}{A_2^2} \right) A_3^3 = 1500$ (种).

2. 【解析】根据题意，分两种情况进行讨论：

①语文和数学都安排在上午，要求 2 节语文课必须相邻且 2 节数学课也必须相邻，将 2 节语文课和 2 节数学课分别

捆绑，然后在剩余 3 节课中选 1 节到上午，由于 2 节英语课不加以区分，此时，排法种数为 $\frac{C_3^1 A_2^2 A_3^3}{A_2^2} = 18$ 种；

②语文和数学都一个安排在上午，一个安排在下午.

语文和数学一个安排在上午，一个安排在下午，但 2 节语文课不加以区分，2 节数学课不加以区分，2 节英语课也

不加以区分，此时，排法种数为 $\frac{C_2^1 A_4^4}{A_2^2} = 24$ 种. 综上所述，共有 $18 + 24 = 42$ 种不同的排法. 故选：C.

3. 【解析】(1) 将 4 个不同的球放入 4 个不同的盒子，则共有 $4^4 = 256$ 种不同的放法，

(2) 将 4 个不同的球放入 4 个不同的盒子，若没个盒子不空，则共有 $A_4^4 = 24$ 种不同的放法，

(3) 将 4 个不同的球放入 4 个不同的盒子，恰有一个盒子不放球，则共有 $C_4^1 C_4^2 A_3^3 = 144$ 种不同的放法，

(4) 将 4 个不同的球放入 4 个不同的盒子，恰有两个盒子不放球，则共有 $C_4^2 (C_4^2 + C_2^1 C_4^3) = 84$ 种不同的放法，

4. 【答案】(1) 360 种；(2) 15 种；(3) 30 种.

【解析】(1) 先将 6 本不同的书分成 1 本，2 本，3 本共 3 组，有 $C_6^1 C_5^2 C_3^3$ 种，

再将 3 组分配给 3 人有 A_3^3 种，故共有 $C_6^1 C_5^2 C_3^3 A_3^3 = 360$ 种；

(2) 只需从 6 本中选 4 本一组，其余 2 本为 2 组，即 $C_6^4 = 15$ 种；

(3) 分步处理，先从 6 本中选 4 本给丙，其余 2 本分给甲乙各一本，即 $C_6^4 A_2^2 = 30$ 种.

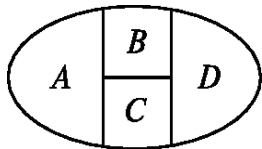
午练 (16) 【染色问题】

1. 现有 4 种不同颜色要对如图所示的四个部分进行着色，要求有公共边界的两部分不能用同一种颜色，则不同的着色方法共有 ()

金	榜
題	名

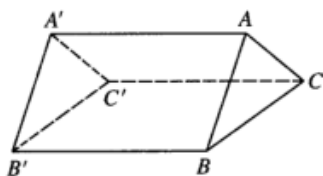
- A. 144 种 B. 72 种 C. 64 种 D. 84 种

2. 如图,用 6 种不同的颜色把图中 A, B, C, D 四块区域涂色分开,若相邻区域不能涂同一种颜色,则不同涂法的种数为 ()

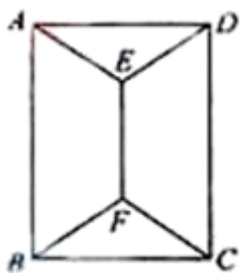


- A. 400 B. 460 C. 480 D. 496

3. 如图，用四种不同的颜色给三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 的六个顶点涂色，要求每个点涂一种颜色．若每个底面的顶点涂色所使用的颜色不相同，则不同的涂色方法共有_____种；若每条棱的两个端点涂不同的颜色，则不同的涂色方法共有_____种．



4. 如图，用四种不同颜色给图中的 A, B, C, D, E, F 六个点涂色，要求每个点涂一种颜色，且图中每条线段的两个端点涂不同颜色，则不同的涂色方法用



- A. 288 种 B. 264 种 C. 240 种 D. 168 种

午练(16)【染色问题】解答

1. 【解析】根据题意，分3步进行分析：①先给最上面“金”着色，有4种结果，②再给“榜”着色，有3种结果，③给“题”着色，若其与“榜”同色，则给“名”着色，有3种结果；若其与“榜”不同色，则给“榜”着色有2种结果，然后给“名”着色，有2种结果，

根据分步计数原理知共有 $4 \times 3 \times (3+2 \times 2) = 84$ 种结果，故选 D

2. 【解析】只用三种颜色涂色时，有 $C_6^3 C_3^1 C_2^1 C_1^1 = 120$ 种方法，

用四种颜色涂色时，有 $C_6^4 C_4^1 C_3^1 A_2^2 = 360$ 种方法，

根据分类计数原理得不同涂法的种数为 $120+360=480$. 故答案为：C.

3. 【解析】(1) 由题得每个底面的顶点涂色所使用的颜色不相同，则不同的涂色方法共有 $A_4^3 A_4^3 = 576$ ；

(2) 若 B', A', A, C 用四种颜色，则有 $A_4^4 = 24$ ；若 B', A', A, C 用三种颜色，则有 $A_4^3 \times 2 \times 2 + A_4^3 \times 2 \times 2 = 192$ ；

若 B', A', A, C 用两种颜色，则有 $A_4^2 \times 2 \times 2 = 48$. 所以共有 $24+192+48=264$ 种. 故答案为：①576；②264.

4 【解析】先分步再排列

先涂点 E，有 4 种涂法，再涂点 B，有两种可能：

(1) B 与 E 相同时，依次涂点 F，C，D，A，涂法分别有 3，2，2，2 种；

(2) B 与 E 不相同时有 3 种涂法，再依次涂 F、C、D、A 点，涂 F 有 2 种涂法，涂 C 点时又有两种可能：

(2.1) C 与 E 相同，有 1 种涂法，再涂点 D，有两种可能：

①D 与 B 相同，有 1 种涂法，最后涂 A 有 2 种涂法；②D 与 B 不相同，有 2 种涂法，最后涂 A 有 1 种涂法.

(2.2) C 与 E 不相同，有 1 种涂法，再涂点 D，有两种可能：

①D 与 B 相同，有 1 种涂法，最后涂 A 有 2 种涂法；②D 与 B 不相同，有 2 种涂法，最后涂 A 有 1 种涂法.

所以不同的涂色方法有

$$4 \times \{3 \times 2 \times 2 \times 2 + 3 \times 2 \times [1 \times (1 \times 2 + 1 \times 2) + 1 \times (1 \times 2 + 1 \times 1)]\} = 4 \times (24 + 42) = 264.$$

午练 (17) 【综合运用】

1. 若 4 名学生报名参加数学、物理、化学兴趣小组, 每人选报 1 项, 则不同的报名方式有 ()

- A. 3^4 种 B. 4^3 种 C. A_3^3 种 D. A_4^3 种

2. 中国古代的四书是指:《大学》、《中庸》、《论语》、《孟子》, 甲、乙、丙、丁 4 名同学从中各选一书进行研读, 已知四人选取的书恰好互不相同, 且甲没有选《中庸》, 乙和丙都没有选《论语》, 则 4 名同学所有可能的选择有 _____ 种.

3. “学习强国”学习平台是由中宣部主管, 以深入学习宣传习近平新时代中国特色社会主义思想为主要内容, 立足全体党员、面向全社会的优质平台, 现日益成为老百姓了解国家动态、紧跟时代脉搏的热门 APP, 该款软件主要设有“阅读文章”“视听学习”两个学习板块和“每日答题”“每周答题”“专项答题”“挑战答题”四个答题板块, 某人在学习过程中, “阅读文章”与“视听学习”两大学习板块之间最多间隔一个答题板块的学习方法有 _____ 种.

4. 某学校周三要排语文、数学、英语、物理、化学、体育共六节课, 有 _____ 种不同的排法, 若体育课既不能与语文相邻, 也不能与数学相邻, 有 _____ 种不同的排法. (用具体数字作答)

午练 (17) 【综合运用】 解答

1. 【解析】4 名学生，每人有三种可选方案，根据分步计数原理，4 人共有 3^4 种方法. 故选：A.

2. 【解析】分以下两种情况讨论：(1) 乙、丙两人中没有一人选《中庸》，则乙、丙两人在《大学》、《孟子》中各选一书，则甲只能选《大学》，丁只能选《论语》，此时选法种数为 A_2^2 种；

(2) 乙、丙两人中有一人选《中庸》，则另一人可在《大学》、《孟子》选择一书，甲、丁两人选书时没有限制，此时选法种数为 $C_2^1 C_2^1 A_2^2$. 综上所述，4 名同学所有可能的选择种数为 $A_2^2 + C_2^1 C_2^1 A_2^2 = 10$. 故答案为：10.

3. 【解析】根据题意学习方法有二类：一类是：在“阅读文章”与“视听学习”两大学习板块之间间隔一个答题板块，这样的学习方法数为： $A_2^2 \cdot C_4^1 \cdot A_4^4 = 2 \times 1 \times 4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 192$ ；另一类是：在“阅读文章”与“视听学习”两大学习板块之间不间隔一个答题板块，这样的学习方法数为： $A_2^2 \cdot A_5^5 = 2 \times 1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 240$ ，

因此某人在学习过程中，“阅读文章”与“视听学习”两大学习板块之间最多间隔一个答题板块的学习方法数为： $192 + 240 = 432$. 故答案为：432

4 【解析】某学校周三要排语文、数学、英语、物理、化学、体育共六节课，有 $A_6^6 = 720$ 种不同的排法当体育在第一节时，在第三，四，五，六节中选 2 节排语文和数学，其余排英语、物理、化学，则共有 $A_4^2 A_3^3 = 12 \times 6 = 72$ 种不同的排法当体育在第二节时，在第四，五，六节中选 2 节排语文和数学，其余排英语、物理、化学，则共有 $A_3^2 \cdot A_3^3 = 6 \times 6 = 36$ 种不同的排法。当体育在第三节时，在第一，五，六节中选 2 节排语文和数学，其余排英语、物理、化学，则共有 $A_3^2 \cdot A_3^3 = 6 \times 6 = 36$ 种不同的排法。当体育在第四节时，在第一，二，六节中选 2 节排语文和数学，其余排英语、物理、化学，则共有 $A_3^2 \cdot A_3^3 = 6 \times 6 = 36$ 种不同的排法。当体育在第五节时，在第一，二，三节中选 2 节排语文和数学，其余排英语、物理、化学，则共有 $A_3^2 \cdot A_3^3 = 6 \times 6 = 36$ 种不同的排法

当体育在第六节时，在第一，二，三，四节中选 2 节排语文和数学，其余排英语、物理、化学，则共有 $A_4^2 A_3^3 = 12 \times 6 = 72$ 种不同的排法。则若体育课既不能与语文相邻，也不能与数学相邻，有 $72 \times 2 + 36 \times 4 = 288$ 种不同的排法

故答案为：720；288

午练(18) 项系数【项系数】

1. $\left(1 - \frac{1}{x}\right)^5$ 展开式中 $\frac{1}{x^3}$ 项的系数为 ()

- A. 10 B. 5 C. -10 D. -5

2. 若 $\left(x^2 + \frac{a}{x}\right)^6$ 的展开式中 x^6 的系数为 150, 则 $a^2 =$ ()

- A. 20 B. 15 C. 10 D. 25

3. 在 $\left(1 + x + \frac{1}{x^{2018}}\right)^{10}$ 的展开式中, x^2 的系数为 ()

- A. 10 B. 30 C. 45 D. 120

4. 若曲线 $y = 3\ln(x+1)$ 在 $x=1$ 处的切线斜率为 a , 则 $\left(\sqrt{3}x - \frac{1}{ax^2}\right)^6$ 的展开式中的常数项为 ()

- A. -4 B. 4 C. 60 D. -60

5. $(2-x)^5(x+1)$ 的展开式中, x^3 的系数是 ()

- A. 32 B. 40 C. -32 D. -40

6. $(x+2y)(x+y)^5$ 的展开式中 x^3y^3 的系数为 ()

- A. 10 B. 20 C. 30 D. 40

7. $(x^2 + x + 1)\left(x - \frac{2}{x}\right)^6$ 的展开式中的常数项为 ()

- A. 40 B. 80 C. 120 D. 140

8. 已知 $(1+ax) \cdot (1+x)^5$ 的展开式中 x^2 的系数为 5, 则 $a =$

- A. -4 B. -3
C. -2 D. -1

午练(18) 项系数【项系数】解答

1. 【解析】 $(1-\frac{1}{x})^5$ 展开式的通项公式为 $T_{r+1} = C_5^r \cdot (-1)^r \cdot x^{-r}$ ，令 $-r = -3$ ，可得 $r = 3$ ，

故展开式中 $\frac{1}{x^3}$ 项的系数为 $-C_5^3 = -10$ ，故选：C.

2. 【解析】由已知得 $T_{r+1} = C_6^r (x^2)^{6-r} \left(\frac{a}{x}\right)^r = C_6^r (a)^r x^{12-3r}$ ，故当 $r = 2$ 时， $12-3r = 6$ ，

于是有 $T_3 = C_6^2 a^2 x^6 = 150x^6$ ，则 $a^2 = 10$ ，故选：C 3. 【解析】 $\left(1+x+\frac{1}{x^{2018}}\right)^{10} = \left[\left(1+x\right)+\frac{1}{x^{2018}}\right]^{10}$
 $= C_{10}^0 (1+x)^{10} + C_{10}^1 (1+x)^9 \frac{1}{x^{2018}} + C_{10}^2 (1+x)^8 \frac{1}{x^{2018 \times 2}} + \cdots + C_{10}^{10} (1+x)^0 \frac{1}{x^{2018 \times 10}}$ ，

故在 $\left(1+x+\frac{1}{x^{2018}}\right)^{10}$ 的展开式中， x^2 的系数即为 $(1+x)^{10}$ 的 x^2 的系数，

又 $(1+x)^{10}$ 展开式的通项为 $T_{r+1} = C_{10}^r x^{10-r}$ ，令 $10-r = 2$ ，故 $r = 8$ ，所以 x^2 的系数为 $C_{10}^8 = 45$ ，故选：C.

4. 【解析】由题，得 $y' = \frac{3}{x+1}$ ，则 $a = \frac{3}{2}$ ，所以 $(\sqrt{3}x - \frac{1}{ax^2})^6 = (\sqrt{3}x - \frac{2}{3x^2})^6$ ，

则其二项展开式的通项公式： $T_{r+1} = C_6^r (\sqrt{3}x)^{6-r} \left(-\frac{2}{3x^2}\right)^r = C_6^r (\sqrt{3})^{6-r} \left(-\frac{2}{3}\right)^r x^{6-3r}$ ，

令 $6-3r = 0$ ，解得 $r = 2$ ，所以展开式中的常数项为 $C_6^2 (\sqrt{3})^4 \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = 60$ ，故选：C

5. 【解析】 $(2-x)^5$ 展开式的通项公式是 $T_{r+1} = C_5^r 2^{5-r} (-x)^r$ ，则 x^3 的系数 $C_5^3 2^2 (-1)^3 + C_5^2 2^3 (-1)^2 = -40 + 80 = 40$ 。

故选：B 6. 【解析】 $\because (x+2y)(x+y)^5 = (x+2y)(C_5^0 x^5 + C_5^1 x^4 y + \cdots + C_5^5 y^5)$ ，

故它的展开式中含 $x^3 y^3$ 的项有的 $C_5^3 x^3 y^3$ 和 $2C_5^2 x^3 y^3$ 故 $x^3 y^3$ 的系数为 $C_5^3 + 2C_5^2 = 30$ ，故选：C。

7. 【解析】 $\left(x - \frac{2}{x}\right)^6$ 的展开式的通项为 $T_{r+1} = C_6^r x^{6-r} \cdot \left(-\frac{2}{x}\right)^r = (-2)^r \cdot C_6^r \cdot x^{6-2r}$ ($r = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$)，

则 $(x^2 + x + 1)\left(x - \frac{2}{x}\right)^6$ 的展开式中的常数项为 $(-2)^3 \cdot C_6^3 + (-2)^4 \cdot C_6^4 = -160 + 240 = 80$ ，故选：B.

8 【解析】由题意知： $C_5^2 + aC_5^1 = 5$ ，解得 $a = -1$ ，故选 D.