

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第二学期高二数学周三练试卷 1

2022. 02. 23

一、单选题

1. 已知直线 $l_1: ax + 4y - 2 = 0$ 与直线 $l_2: 2x - 5y + b = 0$, 若 l_1 与 l_2 互相垂直, 且交于点 $(1, c)$, 则 $a + b + c$ 的值为()
A. 20 B. -4 C. 0 D. 24
2. 直线 $l: y = kx + 2$ 与圆 $C: x^2 + (y - 1)^2 = 5$ 的位置关系是()
A. 相交 B. 相切 C. 相离 D. 不确定
3. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, 前 n 项和为 S_n , 且点 $P(a_n, a_{n+1})$ 在直线 $y = x + 1$ 上, 则 $\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} + \dots + \frac{1}{S_n} = ()$
A. $\frac{2n}{n+1}$ B. $\frac{2}{n(n+1)}$ C. $\frac{n(n+1)}{2}$ D. $\frac{n}{2(n+1)}$
4. 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}(n \in \mathbb{N}^*)$ 的前 n 项和, 且 $S_6 > S_7 > S_5$, 有下列四个命题, 假命题的是()
A. 公差 $d < 0$ B. 在所有 $S_n < 0$ 中, S_{13} 最大
C. 满足 $S_n > 0$ 的 n 的个数有 11 个 D. $a_6 > a_7$
5. 设 $a = \sin 1$, $b = 2\sin \frac{1}{2}$, $c = 3\sin \frac{1}{3}$, 则()
A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$

6. 在区间 $[\frac{1}{2}, 2]$ 上, 函数 $f(x) = x^2 + px + q (p, q \in R)$ 与 $g(x) = \frac{e^{x-1}}{x} - p$ 在同一点取得相同的最小值, 那么 $f(x)$ 在区间 $[\frac{1}{2}, 2]$ 上的最大值是()
- A. $\frac{13}{4}$ B. 3 C. 4 D. 8

二、多选题

7. 设椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的右焦点为 F , 直线 $y = m (0 < m < \sqrt{3})$ 与椭圆交于 A, B 两点, 则()
- A. $|AF| + |BF|$ 为定值
- B. $\triangle ABF$ 的周长的取值范围是 $[6, 12]$
- C. 当 $m = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 时, $\triangle ABF$ 为直角三角形
- D. 当 $m = 1$ 时, $\triangle ABF$ 的面积为 $\sqrt{6}$
8. 已知函数 $f(x) = 2x^3 - 6x + c (x \in R)$, 若函数 $f(x)$ 恰有两个零点, 则 c 可以为()
- A. -4 B. 6 C. 4 D. 2

三、填空题

9. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_n = 2^n - n (n \in N^*)$, 则 $\{a_n\}$ 的通项公式为_____.
10. 若函数 $f(x) = x^3 - ax^2 + 4$ 在区间 $[0, 2]$ 上不单调, 则实数 a 的取值范围为_____.

四、解答题

11. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 各项均不为零, S_n 为其前 n 项和, 点 $(a_n + 1, S_{2n-1})$ 在函数 $f(x) = (x - 1)^2$ 的图像上.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{a_n}{3^{n-1}}$, 求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n ;

(3)若数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_n = (-1)^{n-1} \frac{4n}{a_n a_{n+1}}$, 求 $\{c_n\}$ 的前 n 项和的最大值、最小值.

12. 已知函数 $f(x) = a\ln x + bx$ 的图象在点 $(1, -3)$ 处的切线方程为 $y = -2x - 1$.

(1) 若对任意 $x \in [\frac{1}{3}, +\infty)$ 有 $f(x) \leq m$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若函数 $g(x) = f(x) + x^2 + k + 2$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内有 3 个零点, 求实数 k 的范围.