**2023-2024学年度第二学期高一数学期中复习卷5**

一、单选题：本题共**8**小题，每小题**5**分，共**40**分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.若复数满足，其中为虚数单位，则等于(    )

A. B. C. D.

2.已知函数，的零点分别为，，，则，，的大小关系(    )

A. B. C. D.

3.下列说法中正确的是(    )

A. 单位向量都相等 B. 若满足且与同向，则  
C. 对于任意向量，必有 D. 平行向量不一定是共线向量

4.在中，，，，若，则点在 (    )

A. 平分线所在的直线上 B. 线段垂直平分线上  
C. 边所在直线上 D. 边的中线上

5.已知，，分别为内角，，的对边，，，的面积为，则(    )

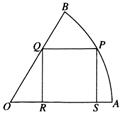
A. B. C. D.

6.在中，角，，的对边分别为，，，已知，则的形状为(    )

A. 直角三角形 B. 等边三角形 C. 等腰三角形或直角三角形 D. 等腰直角三角形

7.在中，角，，所对的边分别为，，，已知，且，则周长的取值范围是(    )

A. B. C. D.

8.如图，已知扇形的半径为，其圆心角为，四边形是该扇形的内接矩形，则该矩形面积的最大值为 (    )

A. B. C. D.

二、多选题：本题共**4**小题，共**20**分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。

9.下列叙述中错误的是(    )

A. 若，则 B. 已知非零向量与且，则与的方向相同或相反  
C. 若，，则 D. 对任一非零向量，是一个单位向量

10.下列命题正确的(    )

A. 若复数，则  
B. 若，，则复数的虚部是  
C. 若，则的最小值为  
D. 已知，若关于的方程有实数根，则实根必为．

11.已知函数，则下列说法正确的是(    )

A. 的最小正周期是 B. 的最小值是  
C. 直线是图像的一条对称轴 D. 直线是图像的一条对称轴

12.在中，角，，所对的边分别为，，，则下列命题正确的是(    )

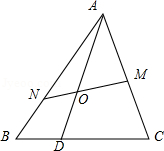
A. 若，则  
B. 若，则  
C. 若，则为钝角三角形  
D. 若，且，则的面积为

三、填空题：本题共**4**小题，每小题**5**分，共**20**分。

13.已知是虚数单位，复数满足，则复数          ．

14.若，且，则的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

15.在中，内角的对边分别为，，且，则外接圆的面积为          ．

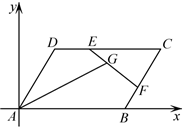
16.如图：在中，点为边上靠近点的三等分点，过的中点作动直线，分别交边和边于两点，，，，，则的最小值为          ．

四、解答题：本题共**6**小题，共**72**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17.本小题分已知是复数，与均为实数．  
求复数；复数在复平面上对应的点在第一象限，求实数的取值范围．

18.本小题分已知平行四边形中，，，．  
用，表示；

若，，，如图建立直角坐标系，求和的坐标．



19.本小题分已知向量．

若，求的值；

在中，角、、的对边分别是、、，且满足，求的取值范围．

20.本小题分已知为坐标原点，对于函数，称向量为函数的叠加向量已知函数．

求的叠加向量；

若对任意恒成立，求实数的取值范围．

21.本小题分在中，角，，的对边分别为，，，且．  
求的值若，，当的周长最小时，求的值  
若，，且的面积为，求的长度．

22.本小题分在；；其中为的面积三个条件中任选一个补充在下面问题中，并作答．

在中，角的对边分别为，且\_\_\_\_\_\_．

求外接圆半径；若为锐角三角形，求周长的取值范围．

**答案和解析**

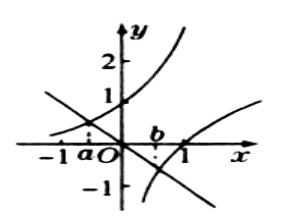
1.【答案】

【解析】【分析】  
本题考查复数的共轭复数及虚部的概念，同时考查复数相等，属于基础题．  
设，结合已知和复数相等求解即可．  
【解答】  
解：设，  
则．  
故 ，  
所以解得  
所以．  
故选*B*．

2.【答案】

【解析】【分析】

本题考查函数零点问题，属于基础题．  
求出，画出、、的图象，由图像可得，，即可得大小关系．

【解答】  
解：由得，，  
由得，由得  
在同一平面直角坐标系中画出、、的图象，  
  
由图象知，，  
故选*B*．

3.【答案】

【解析】【分析】

本题考查向量的定义、向量加法的几何意义、共线向量的定义等知识，属于基础题．  
根据相等向量的定义可判断；由向量不能比较大小可判断；由向量加法的几何意义可判断；由共线向量的定义可判断．

【解答】

解：，方向相同，模相等的向量为相等向量，单位向量的方向不一定相同，故*A*错误；

，向量的模能比较大小，向量不能比较大小，故*B*错误；

，根据向量加法的几何意义可得，故*C*正确；

，平行向量也是共线向量，故*D*错误．

故选*C*．

4.【答案】

【解析】【分析】

本题考查单位向量的定义，向量的几何表示，向量加法的几何意义．  
利用和是中边、上的单位向量，可知在平分线线上，故也在平分线线上．

【解答】  
解：，，，  
且，  
和是中边、上的单位向量，  
在平分线上，  
在平分线上，  
点一定在平分线上，  
故选*A*．

5.【答案】

【解析】【分析】

本题考查三角形的正弦定理和余弦定理的运用，考查运算能力，属于基础题．  
利用正弦定理化角为边可得，再将用表示，再利用正弦定理化边为角，从而可求得角，再利用三角形的面积公式可求得，最后利用余弦定理即可得解．

【解答】  
解：，  
由正弦定理得，，  
，则，  
，  
由正弦定理得，，  
，  
，  
，  
，  
，，  
，  
，  
由余弦定理得，，  
．  
故选*D*．

6.【答案】

【解析】【分析】

本题主要考查正弦定理，二倍角公式，两角和差公式，诱导公式，属于较难题．  
利用正弦定理以及二倍角公式可得，结合诱导公式以及两角和差公式整理可得，即可求解．

【解答】  
解：在中，，  
因为，  
由正弦定理及二倍角公式得，  
，  
，  
，  
，  
由，，，  
由 ，则，  
故为直角三角形．  
故选：．

7.【答案】

【解析】【分析】

本题考查正弦定理解三角形以及三角恒等变换的应用，属于中档题．

把已知式中换成后用正弦定理化边为角，由三角函数恒等变换可得，然后由正弦定理把用角表示，得周长的表达式，求出角范围后可得周长的范围，

【解答】

解：因为，，所以，

所以，

所以，则，即．

由正弦定理可得，

则，，

故的周长．

因为\left \{ \begin{array}{l} \begin{array} {} 0 < B < { \rm{ π } }, \\ 0 < 2B < { \rm{ π } }, \\ 0 < { \rm{ π } }-3B < { \rm{ π } }, \\ \end{array} \end{array} \right.解得，则，  
故的周长．

故选：．

8.【答案】

【解析】【分析】

本题考查在实际问题中建立三角函数模型，属于较难的题．  
求解问题的关键是根据图形建立起三角模型，将三角模型用所学的恒等式变换公式进行化简．  
设，用表示出，，由三角恒等变换得，即可得到该矩形面积的最大值．

【解答】  
解： 在中，设，则，，   
在中，，所以．  
．  
设矩形的面积为，  
则  
由于，  
所以当，即时，．  
因此，当时，矩形的面积最大，最大面积为．  
故选．

9.【答案】

【解析】【分析】

本题考查了向量的基本性质和共线向量，属于基础题．  
根据向量的基本性质和共线向量进行判断即可

【解答】  
解：，向量无法比较大小，故*A*错误；  
，共线向量的方向相同或相反，故*B*正确；  
，若是零向量，则不成立，故*C*错误；  
，对任一非零向量，是一个与方向相同且模长为的单位向量，故*D*正确．  
故选*AC*．

10.【答案】

【解析】【分析】

本题主要考查了复数的模及其几何意义，复数的概念，复数的四则运算，复数集内解方程或分解因式，属于中档题．  
由复数的模及其几何意义，复数的概念，复数的四则运算，复数集内解方程或分解因式，逐个判断即可．

【解答】  
解：  
对于选项*A*若复数，则，故*A*正确；  
对于选项*B*若，，则复数，虚部为，故*B*错误；  
对于选项*C*若，则在复平面内对应的点在圆心为，半径为的圆上，则表示圆上的动点到定点的距离，点到的距离为，则的最小值为，故*C*正确；  
对于选项*D*设是方程的实数根，代入方程并整理得，  
由复数相等的条件可得，解得或，故*D*错误．  
故选*AC*．

11.【答案】

【解析】【分析】

本题考查了函数的图象与性质，降幂公式，辅助角公式等，属于中档题．  
先利用降幂公式和二倍角公式，辅助角公式，化简，得，结合函数的图象与性质及正弦函数的图象和性质，逐项判断．

【解答】  
解：  
  
  
  
．  
的最小正周期为，*A*正确；  
当时，取得最小值为，*B*正确；  
函数的对称轴为，，  
即，，  
当时，，当时，，  
即直线是图象的一条对称轴，*D*正确，*C*错误．  
故答案为．

12.【答案】

【解析】【分析】

本题主要考查正弦函数的单调性，正弦定理，余弦定理和三角形面积公式的应用，考查学生的运算能力，属于较难的题．  
对于：分是锐角和是钝角两种情况，根据在上单调性可判断；  
对于：根据正弦定理和角的范围可判断；

对于：根据余弦定理和已知条件可判断；

对于：根据余弦定理和三角形的面积公式可判断．

【解答】

解：对于：若，当是锐角时，因为在上单调递增，所以，

当是钝角时，，则，又因为在上单调递增，所以，故*A*正确；

对于：根据正弦定理得，即，解得，  
又，，所以或，故*B*不正确；

对于：根据余弦定理得，整理得：，  
所以，又，所以为钝角，故*C*正确；

对于：因为，且，  
所以，即，，

又，所以，所以的面积为，

故*D*正确．

故选：．

13.【答案】

【解析】【分析】

本题主要考查了复数的四则运算，考查学生的计算能力，属于基础题．  
根据题意可将化简为，再利用复数的四则运算即可得．

【解答】  
解：，  
，  
故答案为．

14.【答案】

【解析】【分析】  
本题考查了二倍角公式及和差化积公式的应用，解题的关键是二倍角公式的灵活运用，对利用二倍角公式及和差化积进行变形即可；  
【解答】  
解：      所以，平方得，．  
故答案为．

15.【答案】

【解析】【分析】

本题考查了正弦定理和二倍角公式及其应用 ，属于中档题．  
由正弦定理及二倍角公式可求得角的余弦值，进而求得角的正弦值以及外接圆半径，故可得解．

【解答】

解：在中，由正弦定理得，则，

，，

，  
因为，

，

设外接圆的半径为，  
由正弦定理得，，

故外接圆的面积为．

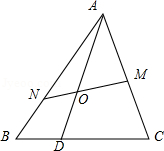
故答案为．

16.【答案】

【解析】【分析】

本题考查平面向量基本定理的应用，属于中档题．  
根据平面向量基本定理的知识，逐一计算即可．

【解答】  
解：如图所示．

  
，，三点共线，存在实数使得，

，，，，．

，即．

点为边上靠近点的三等分点，

．

与比较可得：，消去化为．

，，

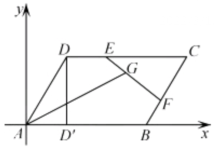
，当且仅当时取等号．

的最小值为．

故答案为：．

17.【答案】解：设，  
则为实数，  
．  
  
为实数，  
，解得．  
则；  
  
，  
其在复平面上对应的点在第一象限，  
，  
解得．  
的取值范围为．

【解析】本题考查了复数代数形式的乘除运算，考查了复数的概念及其几何意义，属于中档题．  
设，然后代入结合已知求出的值，再代入，利用复数代数形式的乘除运算化简结合已知可求出的值，则复数可求；  
把代入化简结合已知条件列出不等式组，求解即可得答案．

18.【答案】解：由题意可得，  
，  
又，  
所以，  
所以．  
过点作的垂线交于点，如图，  
  
于是在中，由，可知，，  
根据题意得，，，，，，  
则，  
所以，  
所以，，  
所以，．

【解析】本题主要考查平面向量的线性运算及坐标运算，考查运算求解能力，属于基础题．  
根据向量的加法及数乘运算求解即可；  
建立平面直角坐标系，利用平面向量的坐标运算求解即可

19.【答案】解：   
，  
，，  
；  
，  
由正弦定理得．  
，  
，  
，，且，  
，又，故*B*，  
，，  
，  
又   
，  
故的取值范围是．

【解析】本题考查向量的数量积，二倍角公式，正弦定理，正弦函数的性质，属于中档题．  
求出函数的解析式，再利用二倍角公式求解  
利用正弦定理化简求出，再根据正弦函数的性质求解．

20.【答案】解：  
  
 ，

所以  的叠加向量  ．

由得  ，

所以  ．

由题得  ，所以  ，

因为  ，所以 ， 所以，

所以  对任意  恒成立，

所以  对任意  恒成立，

设  ，  ．

当  时，  取到最大值  ，

所以  ．

【解析】本题考查了三角恒等变换的综合应用，考查了平面向量的新定义问题，考查二倍角公式，辅助角公式，函数恒成立问题的求解，含的最值问题，属于难题．  
化简得  ，即得的叠加向量 ；

求出 ，化简得到  对任意  恒成立，设  ，  ，求出函数 的最大值即得解．

21.【答案】解：由及正弦定理，  
得，  
因为，且，  
所以，即，  
因为，所以  
由余弦定理，得，  
将代入，整理，得，  
因为，所以的周长为，  
当且仅当，即时取等号，  
所以当的周长最小时，  
由的面积为，得，  
所以，  
又，所以，，  
由正弦定理，得，  
由可得，，  
因为，所以，  
在中，由余弦定理，得，  
所以．

【解析】 本题重点考查正弦定理与余弦定理解三角形，基本不等式的应用，简单的三角变换，考查逻辑推理，转化与化归及运算能力，属稍难题．  
利用正弦定理，两角和的正弦公式及辅助角公式化简求解即可．  
利用余弦定理及基本不等式即可，注意取等号时的条件．  
利用正余弦定理及三角形的面积公式等计算即可求解．

22.【答案】解：若选：，

由正弦定理得：  ，即  ，

又因为  ，则  ，

所以  ，又  ，则  ，

所以 ，即 ，又  ，所以  ，，

因为  ，所以由正弦定理得  ，故  ．

若选：

由正弦定理得：  ，化简得：  ，

由余弦定理得：  ，

因为  ，所以  ，，

因为  ，所以由正弦定理得  ，故  ．

若选：，

因为  ，  
则  ，

则  ，

又由正弦定理得：  ，

又  ，  ，

所以  ，即  ，

又因为  ，则  ，

所以  ，又  ，则  ，

所以  ，又  ，所以  ，，

因为  ，所以由正弦定理得  ，故  ．

由正弦定理得：  ，则  ，  ，

所以  ，又  ，  ，

所以  ，

则  ，

  为锐角三角形，

  ，即  ，解得：  ，

  ，则  ，

  ，即  ，又，故  ，

所以  周长的取值范围  ．

【解析】本题考查了正弦定理、余弦定理的应用和利用正弦型函数求值域，考查计算能力，属于较难题．  
选：根据正弦定理边化角结合诱导公式得到  ，进而得到  ，从而利用正弦定理即可得解；选：利用正弦定理角化边结合余弦定理得到  ，从而利用正弦定理即可得解；选：根据条件和三角形的面积公式得到  ，通过三角恒等变换和诱导公式得到  ，从而利用正弦定理即可得解；

根据正弦定理得到  ，再利用诱导公式和三角恒等变换得到  ，结合条件得到  的取值范围，根据正弦函数的图象与性质即可得到  的取值范围，从而得解．