2023-2024学年度第二学期高一数学周练3（2024.3.31）

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每个小题绐岀的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.若的面积为，，，则边的长度等于（

A. B. C. D.

2.已知，则的值是(    )

A. B. C. D.

3.一艘海轮从处出发，以每小时海里的速度沿南偏东的方向直线航行，小时后到达处，在处有一座灯塔，海轮在处观察灯塔，其方向是南偏东，在处观察灯塔，其方向是北偏东，那么，两点间的距离是(    )

A. 海里 B. 海里 C. 海里 D. 海里

4.在中，点满足，点满足，若，，则(    )

A. B. C. D.

5.已知分别是的内角的的对边，若，则的形状为(    )

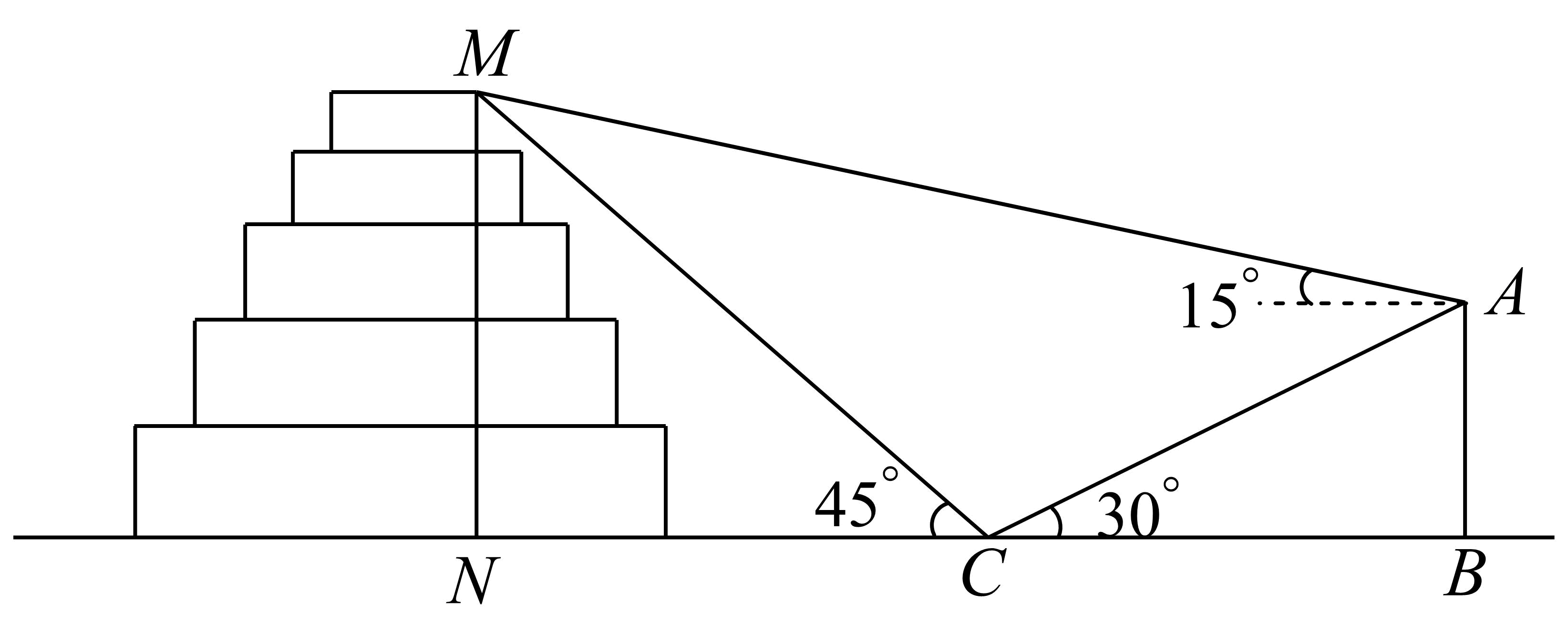
A. 钝角三角形 B. 直角三角形 C. 锐角三角形 D. 等边三角形

6.若 ，则实数的取值范围是(    )

A. B. C. D.

【分析】本题考查三角恒等变换和余弦函数的性质，考查推理能力和计算能力，属于基础题．原方程可转化为，利用余弦函数的性质即可求出实数的取值范围．

解：，，，  
．，，．故选*A*．

7.中国古代四大名楼鹳雀楼，位于山西省运城市永济市蒲州镇，因唐代诗人王之涣的诗作登鹳雀楼而流芳后世如图，某同学为测量鹳雀楼的高度，在鹳雀楼的正东方向找到一座建筑物，高约为，在地面上点处三点共线测得建筑物顶部，鹳雀楼顶部的仰角分别为和，在处测得楼顶部的仰角为，则鹳雀楼的高度约为(    )

A. B. C. D.

8.已知函数在上有个零点，则实数的最大值为(    )

A. B. C. D.

1. **多选题：本题共3小题，每小题6分，共18分.每小题给出的四个选项中，不止一项是符合题目要求的.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9.已知函数，则下列说法正确的是(    )

A. 的最小正周期是 B. 的最小值是  
C. 直线是图像的一条对称轴 D. 直线是图像的一条对称轴

10.在三角形中，下列命题正确的有(    )

A. 若，则三角形有两解  
B. 若，则一定是钝角三角形  
C. 若，则一定是等边三角形  
D. 若，则的形状是等腰或直角三角形

11.在中，角，，的对边分别是，，，若，，则(    )

A. 面积的最大值为 B. 周长的最大值为  
C. 的取值范围为 D. 的最大值为

**三、填空题．（本题共3小题，每小题5分，共15分.请把答案直接填写在答题卡相应位置上．）**

12.已知，且，则          ．

13.关于平面向量有下列四个命题：

已知是非零向量，则“”是“的夹角是锐角”的充要条件；

已知\overrightarrow{a}=(k,3)\mspace{6mu},\mspace{6mu}\overrightarrow{b}=(-2,6)\text{.}若，则；

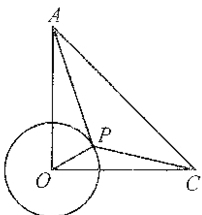
非零向量和，满足，则与的夹角为；

．其中正确的命题为          写出所有正确命题的序号

14.如图，在中，，圆为单位圆．

若点在圆上，，则

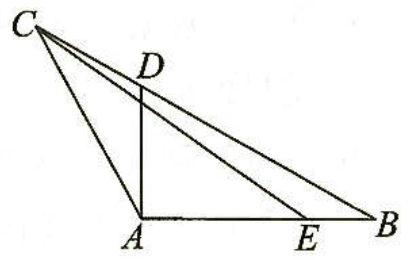
若点在与圆的公共部分的圆弧上运动，则的取值范围为          ．



**四、解答题：本题共5小题，共77分。请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

15. （本小题13分）

如图，在中，，点是边上一点，且，，．

求的面积

求线段的长．

16（本小题15分）

已知函数．  
求的最小正周期和单调区间；  
若，，求的值．

17（本小题15分）

在平面直角坐标系中，为坐标原点，，，三点共线，点不在直线上，满足．

求的值；

，，，，若的最小值为，求的最大值．

18（本小题17分）

在中，内角 ， ， 的对边分别为 ， ， ，且．

求角 的大小；

若，，求 边上中线的长．

19.本小题17分  
已知函数为奇函数，且图象的相邻两对称轴间的距离为．



求的解析式与单调递减区间；

已知在时，求方程的所有根的和．

2023-2024学年度第二学期高一数学周练3（2024.3.31）

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每个小题绐岀的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.若的面积为，，，则边的长度等于（

A. B. C. D.

【分析】本题考查了余弦定理和三角形的面积公式等知识，属于基础题．由三角形面积公式，结合题中数据算出，再由余弦定理解之，即可得到边的长．

解：的面积为，，，，即，解之得，由余弦定理得，舍去负值，故选：．

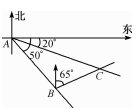
2.已知，则的值是(    )

A. B. C. D.

【分析】本题考查二倍角的余弦，运用诱导公式化简求值，考查计算能力，是基础题．利用诱导公式和二倍角公式化简为含的表达式，然后代入的值，求解即可．  
解：  
．故选：．

3.一艘海轮从处出发，以每小时海里的速度沿南偏东的方向直线航行，小时后到达处，在处有一座灯塔，海轮在处观察灯塔，其方向是南偏东，在处观察灯塔，其方向是北偏东，那么，两点间的距离是(    )

A. 海里 B. 海里 C. 海里 D. 海里

【分析】本题主要考查正弦定理，属于基础题．根据题意画出图象确定、的值，进而可得到的值，根据正弦定理可得到的值．

解：如图，在中，，，，  
根据正弦定理得解得，  
即，两点间的距离是海里．故选*A*．

4.在中，点满足，点满足，若，，则(    )

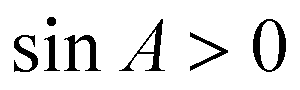
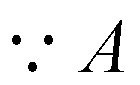
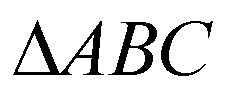
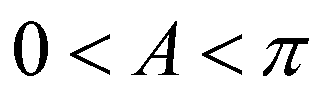
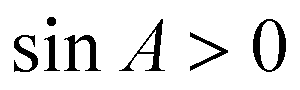
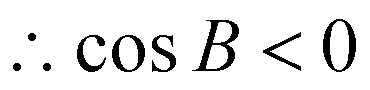
A. B. C. D.

【分析】本题考查了平面向量的线性运算法则，平面向量的基本定理，属于中档题．利用平面向量基本定理和平面向量的线性运算即可得出

解：因为，所以，因为，所以，所以，又，，所以，，所以．故选*C*．

5.已知分别是的内角的的对边，若，则的形状为(    )

A. 钝角三角形 B. 直角三角形 C. 锐角三角形 D. 等边三角形

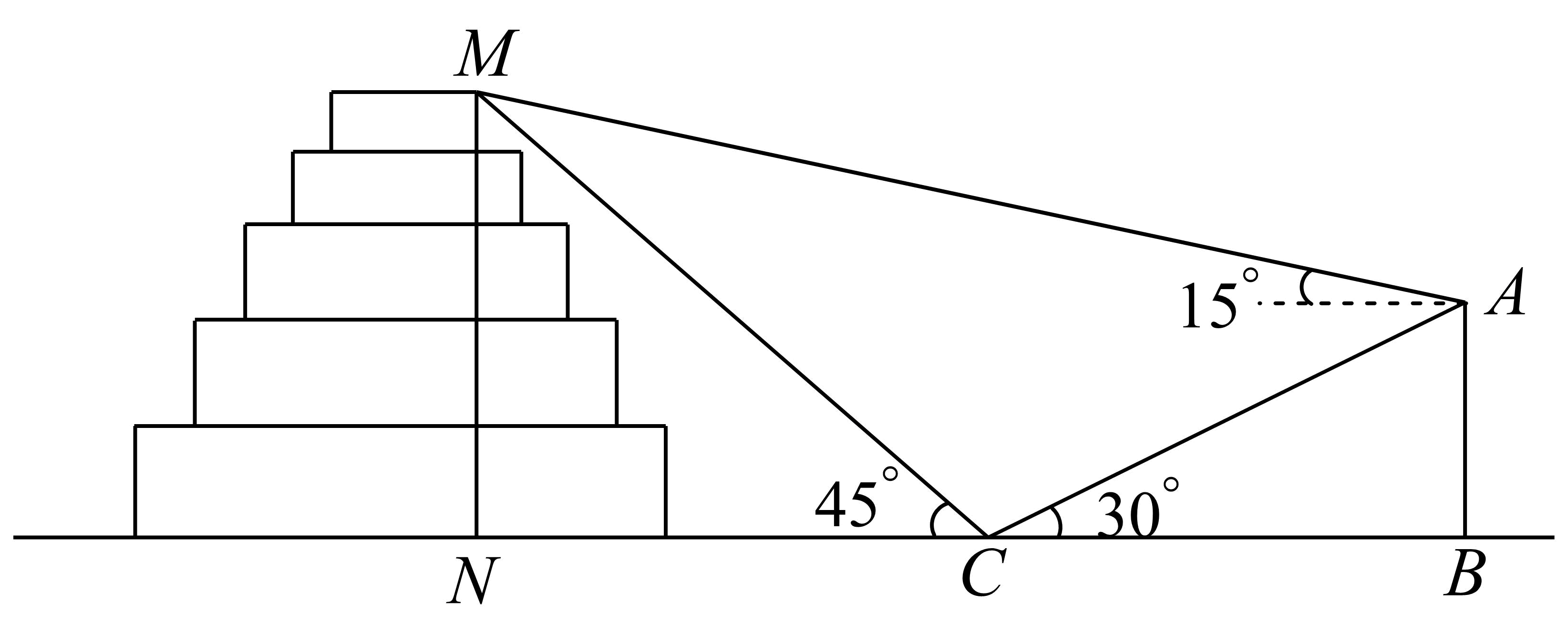
【分析】本题考查了正弦定理，两角和与差的正弦函数公式，熟练掌握正弦定理是解本题的关键，属于基础题．将已知不等式利用正弦定理化简，再利用诱导公式及两角和与差的正弦函数公式化简，整理得到，根据得到，进而可得为钝角，即可得解．  
解：由得，利用正弦定理化简得：，整理得：，是的一个内角，，，，为钝角，故选A．

6.若 ，则实数的取值范围是(    )

A. B. C. D.

【分析】本题考查三角恒等变换和余弦函数的性质，考查推理能力和计算能力，属于基础题．原方程可转化为，利用余弦函数的性质即可求出实数的取值范围．

解：，，，  
．，，．故选*A*．

7.中国古代四大名楼鹳雀楼，位于山西省运城市永济市蒲州镇，因唐代诗人王之涣的诗作登鹳雀楼而流芳后世如图，某同学为测量鹳雀楼的高度，在鹳雀楼的正东方向找到一座建筑物，高约为，在地面上点处三点共线测得建筑物顶部，鹳雀楼顶部的仰角分别为和，在处测得楼顶部的仰角为，则鹳雀楼的高度约为(    )

A. B. C. D.

【分析】本题考查利用正弦定理解决高度问题，属于基础题．求出  ，  ，  ，在  中，由正弦定理求出 ，从而得到  的长度．

解：因为  中，    ， ，  ，所以 ，

因为  中，    ，  ，所以  ，由题意得：  ，故  ，在  中，由正弦定理得：  ，即  ，故 ，故 故选：．

8.已知函数在上有个零点，则实数的最大值为(    )

A. B. C. D.

【分析】本题主要考查了二倍角公式，正弦，余弦函数的性质，函数的零点，属于中档题．令，则，则，或，则，或，即可求解出实数的最大值．  
解：令，则，所以，，  
所以，或，则，或，则函数的正数零点为，，因为函数在上有个零点，所以实数的最大值为，故选*C*．

1. **多选题：本题共3小题，每小题6分，共18分.每小题给出的四个选项中，不止一项是符合题目要求的.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9.已知函数，则下列说法正确的是(    )

A. 的最小正周期是 B. 的最小值是  
C. 直线是图像的一条对称轴 D. 直线是图像的一条对称轴

【分析】本题考查了函数的图象与性质，降幂公式，辅助角公式等，属于中档题．  
先利用降幂公式和二倍角公式，辅助角公式，化简，得，结合函数的图象与性质及正弦函数的图象和性质，逐项判断．

解：  
．  
的最小正周期为，*A*正确；当时，取得最小值为，*B*正确；函数的对称轴为，，即，，当时，，当时，，即直线是图象的一条对称轴，*D*正确，*C*错误．故答案为．

10.在三角形中，下列命题正确的有(    )

A. 若，则三角形有两解  
B. 若，则一定是钝角三角形  
C. 若，则一定是等边三角形  
D. 若，则的形状是等腰或直角三角形

【分析】本题考查了正弦定理、同角三角函数的基本关系，以及两角和与差的三角函数公式．  
利用正弦定理，对进行判断，得到、都是锐角，再利用同角三角函数的基本关系和两角和与差的三角函数公式得，对进行判断，利用余弦函数的性质对进行判断，利用正弦定理和两角和与差的三角函数公式对进行判断，从而得结论．

解：由正弦定理得，即，得，由，所以，所以为锐角，所以三角形有一解，故*A*错误；若，则，，所以、为锐角，则，所以，所以为锐角，所以为钝角，则一定是钝角三角形，故*B*正确；若，所以，则，则，则一定是等边三角形，故*C*正确；  
若，则由正弦定理得，  
即，则，所以，则或，  
所以或，所以的形状是等腰或直角三角形，故*D*正确．故选*BCD*．

11.在中，角，，的对边分别是，，，若，，则(    )

A. 面积的最大值为 B. 周长的最大值为  
C. 的取值范围为 D. 的最大值为

【分析】本题考查正、余弦定理的应用，三角形的面积公式，属于中档题．由余弦定理可得，结合基本不等式可求出面积和周长的最大值；由正弦定理可得，结合三角函数的图象与性质可求出的取值范围与的最大值．

解：若，，由余弦定理可得，即，  
当且仅当时取等号，所以，故*A*正确；因为，所以，当且仅当时取等号，所以周长的最大值为，故*B*正确；由正弦定理可得，所以，  
则，  
因为，所以，所以，所以，故*C*正确；，其中，  
所以的最大值为，故*D*错误．故选*ABC*．

**三、填空题．（本题共3小题，每小题5分，共15分.请把答案直接填写在答题卡相应位置上．）**

12.已知，且，则          ．

【分析】本题考查了二倍角公式，诱导公式，属于一般题．根据已知切化弦结合二倍角公式，化简即可得出进而根据角的范围得出，整理推得，求解即可得出答案．

解：由，可得，即．由于，故，则，所以有，则，所以有，解得．故答案为：．

13.关于平面向量有下列四个命题：

已知是非零向量，则“”是“的夹角是锐角”的充要条件；

已知\overrightarrow{a}=(k,3)\mspace{6mu},\mspace{6mu}\overrightarrow{b}=(-2,6)\text{.}若，则；

非零向量和，满足，则与的夹角为；

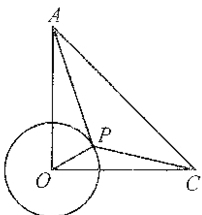
．其中正确的命题为          写出所有正确命题的序号

【分析】本题考查了向量的数量积、向量的夹角、向量的三角形法则、等边三角形的性质等基础知识与基本技能方法，考查了推理能力，属于中档题．利用向量的数量积运算可以判断；利用向量共线的坐标表示可以求出，进而判断；利用等边三角形的性质和向量的三角形法则可以判断；利用向量的数量积和单位向量可以判断。  
解：对于，由是非零向量，，，则，，又，，故的夹角是锐角或，故错误；对于，若\overrightarrow{a}=(k,3)\mspace{6mu},\mspace{6mu}\overrightarrow{b}=(-2,6)，且，则，即，故正确； 对于，非零向量和，满足，设，，则为等边三角形，则与的夹角为，故正确；对于，，故正确． 故答案为．

14.如图，在中，，圆为单位圆．

若点在圆上，，则

若点在与圆的公共部分的圆弧上运动，则的取值范围为          ．

【分析】本题考查了余弦定理解三角形，向量的数量积运算，属于中档题．

解：在中，，，，

则

，

，，因为，，所以，，故的取值范围为．

法二：以为原点，所在直线为轴，所在直线为轴建立坐标系，

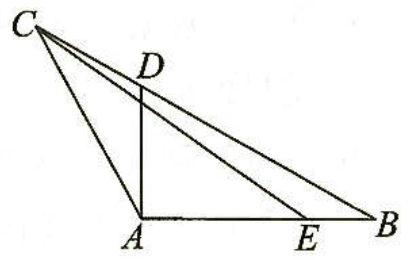
则，，，所以，，

则  
，，则，  
，．即．

**四、解答题：本题共5小题，共77分。请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

15. （本小题13分）

如图，在中，，点是边上一点，且，，．

求的面积

求线段的长．

解：，，而，．

解法，，，，在中，，，在等腰中，中，，．

解法由得，，  
，所以，．

 【解析】本题考查了三角形面积和余弦定理，是一般题．  
根据可以求出的面积  
方法一，通过余弦定理求出，求出，根据勾股定理求出  
方法二，根据求出．

16（本小题15分）

已知函数．  
求的最小正周期和单调区间；  
若，，求的值．

解：  
，所以的最小正周期为；令，，  
解得，；令，，解得，．所以的单调递增区间为，；单调递减区间为，；  
若，则，因为，所以，  
所以，所以  
．

【解析】本题考查三角函数中的恒等变换应用，考查三角函数的图象和性质，属于中档题．  
利用倍角公式降幂，再由辅助角公式化简，由周期公式求最小正周期，进而由正弦函数的性质，可得单调区间；  
若，则，，从而根据，利用两角差的余弦公式可得答案．

17（本小题15分）

在平面直角坐标系中，为坐标原点，，，三点共线，点不在直线上，满足．

求的值；

，，，，若的最小值为，求的最大值．

解：由题意，因为三点共线，则，则有，  
由题意，不共线，而，于是，解得，从而的值为．  
由题意，知，，，  
，函数  
，令，因为，所以，令，．

当时，的最小值为，即

当时，的最小值为，即

当时，的最小值为，即．

综上所述，可得的最大值为，即的最大值为．

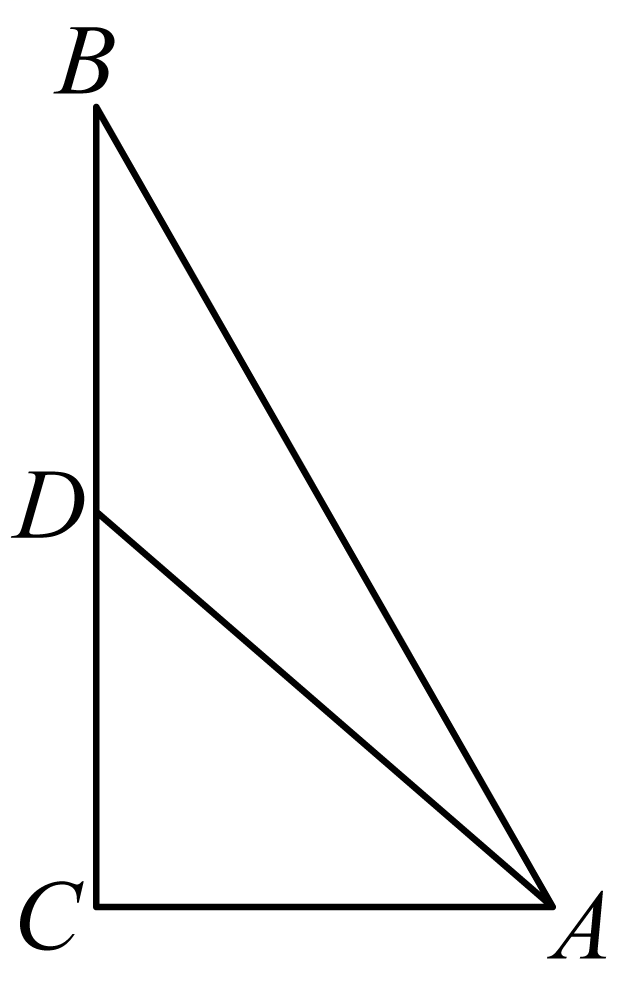
【解析】本题考查向量共线定理，平面向量基本定理，向量的坐标运算，向量模长的坐标表示，二次函数最值，分段函数，属于较难题．  
由向量共线定理，得到，再由平面向量基本定理，求出的值．  
由向量坐标运算，求出的表达式，再由二次函数单调性，求出的最小值，再由分段函数性质求出的最大值．

18（本小题17分）

在中，内角 ， ， 的对边分别为 ， ， ，且．

求角 的大小；

若，，求 边上中线的长．

解：因为  ，所以  ，所以  ，

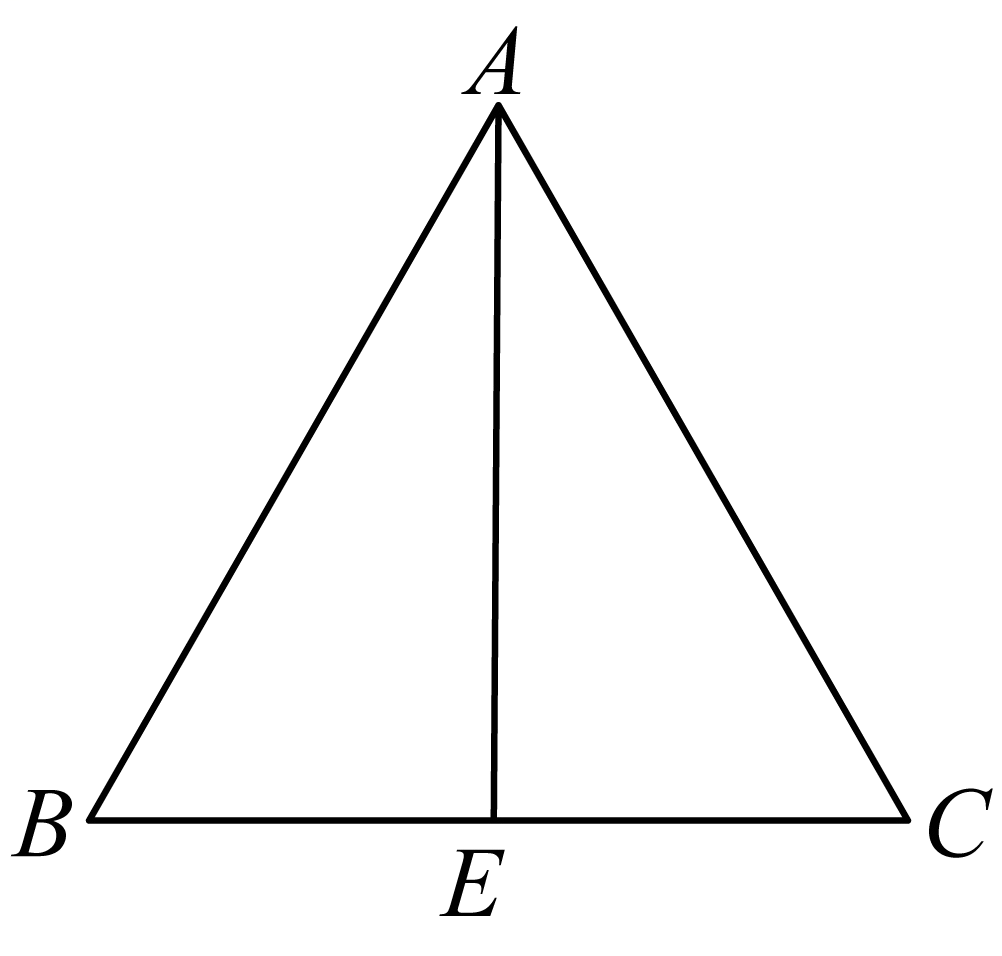
由余弦定理可得  ，又  ，所以  ，

由  可得  ，所以  ，  ，

所以  或  ，所以  或  ，若  ，则  ，

又  ，所以  ，设 的中点为 ，

所以 边上中线 的长为  ，

若  ，则  ，  为等边三角形，因为  ，所以  ，

设的中点为 ，所以 边上中线 的长为  ．

 综上所述， 边上中线的长为或．

 【解析】本题考查正弦定理及变形、利用余弦定理解三角形，属于较难题．  
利用正弦定理将条件化为边的关系可得  ，再结合余弦定理求 ；

利用正弦定理化边为角，结合的结论得角 ，解三角形求 边上中线的长．

19.本小题17分  
已知函数为奇函数，且图象的相邻两对称轴间的距离为．



求的解析式与单调递减区间；

已知在时，求方程的所有根的和．

解：函数，因为图象的相邻两对称轴间的距离为，所以的最小正周期为，所以，

又为奇函数，所以，又，所以，所以的解析式为，

令，则，所以函数的递减区间为，．

因为，所以，所以，所以，

方程，即，所以或，所以或，当时，或或，所以或或，

当时，，所以，综上所述：在时，方程的所有根的和为．

 【解析】本题考查判断正弦型函数的单调性或求解单调区间、求函数的零点方程的根、求正弦型函数的值域、降幂公式、逆用两角和与差的正弦公式、正弦型函数的周期性和奇偶性、辅助角公式，属于较难题．

利用降幂公式和辅助角公式将函数变形为，由正弦型函数的周期性和奇偶性分别求出、的值，根据正弦型函数单调性即可求出的单调递减区间；

解方程可得或，利用正弦函数的性质求出方程所有根的和．