**专题24 三角函数中的化简求值**

**一、题型选讲**

**题型一 灵活运用和与差的正弦、余弦和正切、二倍角等公式化简求值**

通过两角和与差的正弦、余弦和正切以及二倍角公式或者公式的变形进行化简求值。 在应用同角三角函数的关系或两角和与差的三角函数公式求值时，需要注意解题的规范性，一要注意角的范围对三角函数值的符号的影响；二要注意“展示”三角函数的公式．否则，就会因为不规范而导致失分．

例1、【2020年高考全国Ⅰ卷理数】已知，且，则

【解析】，得，

即，解得或（舍去），

又.

变式1、【2019年高考江苏卷】已知，则的值是 ▲ .

【解析】由，得，

解得，或. 

，

当时，上式

当时，上式= 综上，

变式3、（2018年江苏高考题）已知为锐角，，．（1）求的值；（2）求的值．

【解析】分析：先根据同角三角函数关系得，再根据二倍角余弦公式得结果；（2）先根据二倍角正切公式得，再利用两角差的正切公式得结果.

详解：解：（1）因为，，所以．

因为，所以，因此，．

（2）因为为锐角，所以．

又因为，所以，因此．

因为，所以，

因此，．

变式4、、(2019通州、海门、启东期末）设α∈，已知向量***a***＝(sin*α*，)，***b***＝，且***a***⊥***b***.

(1) 求tan的值；(2) 求cos的值．

解析：(1) 因为***a***＝(sin*a*，)，***b***＝，且***a***⊥***b***.

所以sin*a*＋cos*α*＝，所以sin＝.***2***分

因为*α*∈，所以*α*＋∈，(4分)所以cos＝，

故sin＝＝所以tan＝.(6分)

(2) 由(1)得cos＝2cos2－1＝2×－1＝.(8分)

因为*α*∈，所以2*α*＋∈，所以sin＝.(10分)

所以cos＝cos]＝coscos－sinsin(12分)＝.(14分)

**题型二 探究角度之间的关系**

在三角函数的化简求值中，往往出现已知角与所求角不同，此时要观察两个角度之间的关系，寻求角度之间的特殊性，通过二倍角、互补、互与余等公式进行转化。

应用三角公式解决问题的三个变换角度

(1)变角：目的是沟通题设条件与结论中所涉及的角，其手法通常是“配凑”.

(2)变名：通过变换函数名称达到减少函数种类的目的，其手法通常有“切化弦”、“升幂与降幂”等.

(3)变式：根据式子的结构特征进行变形，使其更贴近某个公式或某个期待的目标，其手法通常有：“常值代换”、“逆用变用公式”、“通分约分”、“分解与组合”、“配方与平方”等.

例2、（2020届山东省滨州市三校高三上学期联考）若，则（ ）．

【解析】

．

变式1、【2020届广东省汕头市金山中学高三下学期第三次模拟】若$sin\left(\frac{π}{6}-α\right)=\frac{1}{3}$，则$cos\left(\frac{2π}{3}+2α\right)=$\_\_\_\_\_\_．

【解析】已知$sin\left(\frac{π}{6}-α\right)=\frac{1}{3}$，且$\left(\frac{π}{6}-α\right)+\left(\frac{π}{3}+α\right)=\frac{π}{2}$，则$cos\left(\frac{π}{3}+α\right)=sin\left(\frac{π}{6}-α\right)=\frac{1}{3}$，

故$cos\left(\frac{2π}{3}+2α\right)=2cos^{2}\left(\frac{π}{3}+α\right)-1=-\frac{7}{9}$．

变式2、求值：．

【解析】 因为

．

变式3、(2017苏锡常镇调研）已知sin*α*＝3sin，则tan＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

解法1 由题意可得sin＝3sin，即sincos－cos·sin＝3sincos＋3cossin，所以tan＝－2tan＝－2tan＝－＝2－4.

解法2 tan＝tan＝＝2－.因为sin*α*＝3sin*α*cos＋3cos*α*sin，即sin*α*＝sin*α*＋cos*α*，即tan*α*＝，所以tan＝＝()＝＝2－4.

**题型三、运用构造法化简与求值**

通过构造方程或者转化为关于的一元二次函数来解决。

例3、(2019扬州期末）设a，b是非零实数，且满足＝*tan*，则＝\_\_\_\_\_\_\_\_．

【解析】解法**1**(方程法)　因为a，b是非零实数，由＝*tan*，得＝*tan*，解得＝，即＝*tan*＝*tan*＝.

解法**2**(系数比较法)　*tan*＝*tan*＝＝，*tan*＝＝，所以＝.

变式、求函数的值域

【解析】==-2所以函数的值域为：

1、【2019年高考全国Ⅱ卷理数】已知*α*∈(0，)，2sin2*α*=cos2*α*+1，则sin*α*=

【解析】，，，又，，又，，故选B．

3、【2020年高考江苏】已知=，则的值是 ▲ ．

【解析】

故答案为：

6、(2019镇江期末）若2*cos*2α＝*sin*，α∈，则*sin*2α＝\_\_\_\_\_\_\_\_．

【**解析**】、解法**1**　设－α＝β，则α＝－β.由2*cos*2α＝*sin*，得2*cos*＝2*sin*2β＝4*sin*β*cos*β＝*sin*β，而*sin*β≠0，故*cos*β＝.所以*sin*2α＝*sin*＝*cos*2β＝2*cos*2β－1＝－.

解法**2**　由2*cos*2α＝*sin*得2(*cos*α＋*sin*α)(*cos*α－*sin*α)＝(*cos*α－*sin*α)．又α∈，则*cos*α－*sin*α≠0，故*cos*α＋*sin*α＝.两边平方得*sin*2α＝－.

7、(2019无锡期末）已知θ是第四象限角，且 *cos*θ＝，那么的值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【解析】、因为θ是第四象限角，所以*sin*θ<0，

则*sin*θ＝－＝－，

所以＝＝＝＝＝.

8、(2016镇江期末） 由sin 36°＝cos 54°，可求得cos 2 016°的值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【**解析**】、由sin36°＝cos54°得sin36°＝2sin18°cos18°＝cos(36°＋18°)＝cos36°cos18°－sin36°sin18°＝(1－2sin218°)·cos18°－2sin218°cos18°＝cos18°－4sin218°cos18°，即4sin218°＋2sin18°－1＝0，解得sin18°＝＝，cos2016°＝cos(6×360°－144°)＝cos144°＝－cos36°＝2sin218°－1＝－.

解后反思 本题主要将2016°转化利用36°进而利用18°的三角函数值求解，化繁为简