

江苏省江都中学、江苏省仪征中学

2023-2024 学年度高一年级第一学期 12 月联合测试数学试卷

命题单位：江苏省江都中学

命题人：冯进 审核人：潘苏

注意事项：

1. 本试卷考试时间为 120 分钟，试卷满分 150 分，考试形式闭卷。
2. 本试卷中所有试题必须作答在答题卡上规定的位置，否则不给分。
3. 答题前，务必将自己的姓名、准考证号等信息用黑色墨水签字笔填写在答题卡的相应位置。

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的）

1. 计算 $\cos(\frac{4\pi}{3}) = (\blacktriangle)$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

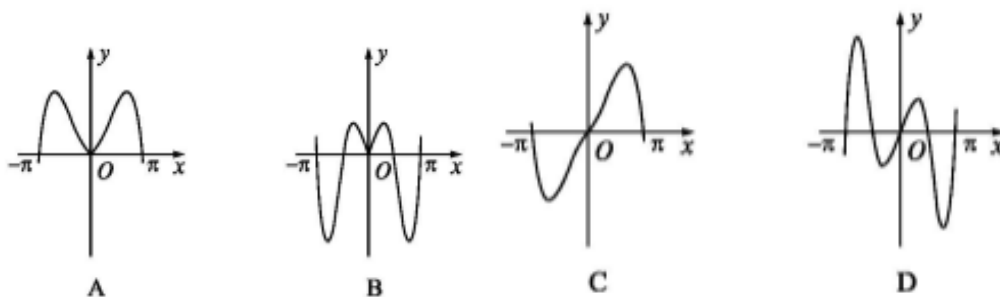
2. 已知 P: 函数 $f(x) = (a-2)^x$ 为增函数, Q: $\exists x \in [\frac{1}{2}, 1], ax-1 > 0$, 则 P 是 Q 的 $(\blacktriangle)$

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 函数 $f(x) = \frac{\ln(x+3)}{\sqrt{1-2^x}}$ 的定义域是 $(\blacktriangle)$

- A. $(-3, 0)$ B. $(-3, 0]$ C. $(-\infty, -3) \cup (0, +\infty)$ D. $(-\infty, -3) \cup (-3, 0)$

4. 函数 $y = 2^{|x|} \sin 2x$ 的图象可能是 $(\blacktriangle)$



5. 已知 $\sin(\alpha - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{3})$ 的值为 $(\blacktriangle)$

- A. $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

6. 偶函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 若 $a = \tan 114^\circ$, $b = \tan 172^\circ$, $c = \tan 287^\circ$, 则下列不等关系中正确的是 $(\blacktriangle)$

- A. $f(c) > f(b) > f(a)$ B. $f(b) > f(a) > f(c)$ C. $f(b) > f(c) > f(a)$ D. $f(c) > f(a) > f(b)$

7. 若 $\alpha \in (0, \pi)$, 且 $\cos \alpha - \sin \alpha = \frac{1}{2}$, 则 $\tan \alpha = (\blacktriangle)$

- A. $\frac{4+\sqrt{7}}{5}$ B. $\frac{4-\sqrt{7}}{3}$ C. $\frac{4+\sqrt{7}}{3}$ D. $\frac{4-\sqrt{7}}{5}$

8. 已知函数 $y = (2-x)(\ln a)^2 - 4\ln a + x + 2$ ，若 $x \in [0, 2]$ 时， $y \geq 0$ 恒成立，则实数 a 的取值范围为 (▲)

- A. $(0, 1]$ B. $[e, +\infty)$ C. $(0, e]$ D. $[1, +\infty)$

二、多项选择题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每个小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分）

9. 下列有关命题的说法正确的是 (▲)

A. 命题 $P: \forall x \in \mathbf{R}$ ，都有 $\cos x \leq 1$ ，则 $\neg P: \exists x_0 \in \mathbf{R}$ ，使得 $\cos x_0 > 1$

B. 若函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 和 $[0, +\infty)$ 上都单调递增，则 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增；

C. $\exists x_0 \in (0, \pi)$ ，使得 $\frac{2}{\sin x} + \sin x = 2\sqrt{2}$ 成立

D. “ $a=0$ ”是“ $ab=0$ ”的充分不必要条件

10. 给出以下四个结论，其中正确结论是 (▲)

A. 函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(6+x-2x^2)$ 单调递增区间是 $\left[\frac{1}{4}, +\infty\right)$

B. 函数 $f(x) = a^{x-1} + \log_a(2x-1) - 1$ (其中 $a > 0$ ，且 $a \neq 1$) 的图象过定点 $(1, 0)$

C. $f(x) = |x-a| - |x+a|$ ($a \neq 0$) 是奇函数

D. 若 $\log_a \frac{1}{2} > 1$ ，则 a 的取值范围是 $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

11. 下列说法正确的有 (▲)

A. $\tan 2\cos 3\sin 4 < 0$

B. 若 $\sin A = \sin B$ ，则 $B = A + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$

C. $\triangle ABC$ 中， $\sin\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos \frac{C}{2}$

D. $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ ， $\sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha}} = 2\tan \alpha$

12. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 D ，若对于 $\forall a, b, c \in D$ ， $f(a), f(b), f(c)$ 分别为某个三角形的边长，则称 $f(x)$ 为“三角形函数”．下列四个函数是“三角形函数”的是 (▲)

A. $f(x) = 4 - 3\sin x$

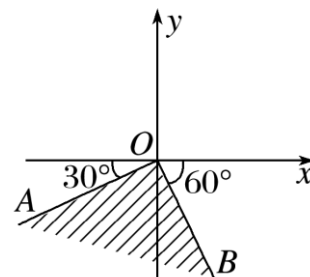
B. $f(x) = x^{\frac{1}{2}}, (x \in (1, 4))$

C. $f(x) = \ln x, (x \in [e^2, e^3])$

D. $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$

三、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．把答案填在题中的横线上）

13. 终边落在阴影部分(包括边界)的角的集合为_____．(用区间表示)



14. 一个扇形的半径为 $\sqrt{2}$ cm，弧长是半径的 $\frac{\pi}{3}$ 倍，则扇形的面积等于_____ cm^2 ．

15. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上且周期为 4 的奇函数, 当 $x \in (2, 4]$ 时, $f(x) = \cos \frac{\pi x}{4}$, 则 $f(2021)$ 的值是_____.

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\log_3 x|, & 0 < x \leq 3, \\ -x + 4, & x > 3, \end{cases}$ 若 $a < b < c$ 且 $f(a) = f(b) = f(c)$, 则 $(ab+2)^c$ 的取值范围是 _____, $b(a^2 + \frac{1}{2})$ 的取值范围为_____.

四、解答题 (本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

计算 (1) $\sin \frac{11\pi}{6} + \cos(-\frac{8\pi}{3}) \tan \frac{17\pi}{4}$

(2) 化简 $\frac{\cos(\alpha - \pi)}{\sin(\pi - \alpha)} \cdot \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$

18. (本小题满分 12 分)

已知 $\tan \alpha = -\frac{4}{3}$. (1) 求 $\frac{2\sin(\pi - \alpha) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(-\alpha)}$ 的值. (2) 求 $\sin^2 \alpha - 2\cos^2 \alpha$ 的值.

19. (本小题满分 12 分)

已知不等式 $\log_2(x+1) \leq \log_2(7-2x)$.

(1) 求不等式的解集 A ; (2) 若 $\forall x \in A$ 时, 不等式 $\left(\frac{1}{4}\right)^{x-1} - 4\left(\frac{1}{2}\right)^x + 2 \geq m$ 恒成立, 求 m 的取值范围.

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \ln(2-x) + \ln(2+x)$.

- (1) 写出函数 $f(x)$ 的定义域并判断其奇偶性;
- (2) 若 $f(2m+1) > \ln 3$, 求实数 m 的取值范围.
- (3) 若存在 x 使得不等式 $f(x) \geq m-1$ 成立, 求实数 m 的最大值.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(3^x - 2) = x - 1$ ($x \in [0, 2]$), 函数 $g(x) = f(x-2) + 3$.

- (1) 求函数 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 的解析式, 并求出 $f(x)$, $g(x)$ 的定义域;
- (2) 设 $h(x) = [g(x)]^2 + g(x^2)$, 试求函数 $y = h(x)$ 的最值.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^2 + (m-2)x - m$, $g(x) = \frac{f(x)}{x}$, 且函数 $y = f(x-2)$ 是偶函数.

- (1) 求 $g(x)$ 的解析式;
- (2) 若不等式 $g(\ln x) - n \ln x \geq 0$ 在 $\left[\frac{1}{e^2}, 1\right)$ 上恒成立, 求 n 的取值范围;
- (3) 若函数 $y = g(\log_2(x^2 + 4)) + k \cdot \frac{2}{\log_2(x^2 + 4)} - 9$ 恰好有三个零点, 求 k 的值及该函数的零点