

二、多项选择题（本大题共 4 小题，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分）

9. 已知幂函数 $f(x) = x^n$ (n 为常数)，则下列说法正确的是()

A. 幂函数的图象过定点 $(0,0)$ 和 $(1,1)$

B. 若 $n = \frac{5}{6}$ ，则函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R}

C. $(x^2 - 2x + 5)^{-2} < (-3)^{-2}$

D. 若 $n = 2$ ，则对于任意的 $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ ，都有 $\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2} \geq f(\frac{x_1+x_2}{2})$

10. 已知 $a, b \in \mathbb{R}$ ，下列说法正确的有()

A. 若 $a > b$ ，则 $\frac{1}{a^2} < \frac{1}{b^2}$

B. 若 $a > b$ ，则 $a^3 > b^3$

C. 若 $ab = 1$ ，则 $a + b \geq 2$

D. 若 $a^2 + b^2 = 1$ ，则 $a + b \leq \sqrt{2}$

11. 下列各式正确的是()

A. 设 $a > 0$ ，则 $\frac{a^2}{\sqrt{a \cdot \sqrt{a^2}}} = a^{\frac{7}{6}}$

B. 若 $\log_a 2 = m$ ， $\log_a 3 = n$ ，则 $a^{2m+n} = 7$

C. $4^{\log_2 5 - 1} - (0.125)^{-\frac{2}{3}} = \frac{9}{4}$

D. $\log_3 7 \cdot \log_2 9 \cdot \log_{49} a = \log_4 \frac{1}{2}$ ，则 $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$

12. 下列几个说法，其中正确的有()

A. 函数 $y = 2^x$ 与 $y = x^2$ 图象的交点个数是 2 个

B. 若函数 $f(x) = |2^x - 2| - b$ 有两个零点，则实数 b 的取值范围是 $b > 0$

C. 若 $2^{-x} - 2^y > \ln x - \ln(-y)$ ($x > 0, y < 0$)，则 $x + y < 0$

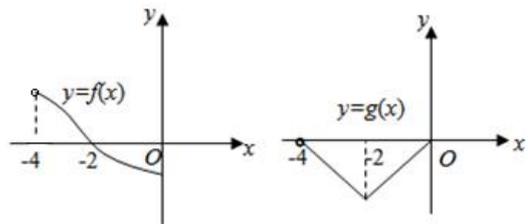
D. 已知函数 $f(x) = 4 + x^2 \ln \frac{1+x}{1-x}$ 在区间 $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ 上的最大值与最小值分别为 M 和 m ，则 $M + m = 8$

三、填空题（本大题共 4 小题，共 20 分）

13. 函数 $y = \lg(4 - x^2)$ 的单调增区间为_____.

14. 已知偶函数 $f(x)$ 和奇函数 $g(x)$ 的定义域都是 $(-4, 4)$ ，且在 $(-4, 0]$ 上的图象如图所示，则关于 x 的不等

式 $f(x) \cdot g(x) < 0$ 的解集是_____.



15. $\sin \frac{2\pi}{3} \cdot \cos(-\frac{25\pi}{6}) \cdot \tan \frac{5}{4}\pi$ 的值为_____.

16. 已知函数 $g(x)$ ， $h(x)$ 分别是定义在 \mathbb{R} 上的偶函数和奇函数，且满足 $g(x) + h(x) = e^x + \sin x - x$ ，则函数 $g(x)$ 的解析式为 $g(x) =$ _____；若函数 $f(x) = 3^{|x-2021|} - \lambda g(x-2021) - 2\lambda^2$ 有唯一零点，则实数 λ 的值为_____.

四、解答题（本大题共 6 小题，第 17 题 10 分，其余 5 题每题 12 分，共 70 分。请解答时写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. 已知角 α 是第二象限角，且 $\cos\alpha = -\frac{1}{3}$.

(1) 求 $\tan\alpha$ 的值；

(2) 求 $\frac{\sqrt{2}\sin(\pi+\alpha)+2\cos(2\pi-\alpha)}{\cos\alpha-\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}$ 的值.

18. 解下列不等式：

(1) $4^{x-\frac{1}{2}} - 2^{x+1} - 6 < 0$.

(2) $\log_3\left(2 - \frac{1}{x}\right) < 1$.

19. 已知集合 $A = \{x|x^2 + x - 6 < 0\}$, $B = \{x|1 - m < x < 2m + 3\}$.

(1) 若 $A \cup B = B$, 求实数 m 的取值范围；

(2) 若 “ $x \in A$ ” 是 “ $x \in B$ ” 的必要不充分条件，求实数 m 的取值范围.

20. 南京地铁项目正在如火如荼地进行中，全部通车后将给市民带来很大的便利. 已知地铁 7 号线通车后，列车的发车时间间隔 t (单位：分钟) 满足 $2 \leq t \leq 20$. 经市场调研测算，地铁的载客量与发车的时间间隔 t 相关. 当 $10 \leq t \leq 20$ 时，地铁为满载状态，载客量为 500 人；当 $2 \leq t < 10$ 时，载客量会减少，减少的人数与 $(10 - t)^2$ 成正比，比例系数为 k , 且发车时间间隔为 2 分钟时的载客量为 372 人. 记地铁的载客量为 $s(t)$.

(1) 求 k 的值, 并求出 $s(t)$ 的表达式;

(2) 若该线路每分钟的净收益为 $Q = \frac{8s(t)-2656}{t} - 60$ (元). 问: 当列车发车时间间隔为多少时, 该线路每分钟的净收益最大?

21. 函数 $f(x) = 1 - 2a - 4a\cos x - 2\sin^2 x$, $x \in R$, $a \in R$.

(1) 若角 α 的顶点在坐标原点 O , 始边与 x 轴正半轴重合, 终边与单位圆(圆心为坐标原点 O)交于点

$P(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, 求 $f(\alpha)$ 的值;

(2) 若对任意 $x \in R$, $f(x) > -5$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

22. 已知函数 $f(x) = \log_3 \frac{m-x}{x+2}$ 为奇函数.

(1) 求实数 m 的值;

(2) 对于任意的 $x_1, x_2 \in [0,1]$, 都有 $|f(x_1) - f(x_2)| \leq 2k - 1$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围;

(3) 若函数 $g(x) = f(3^x - 2)$ 的图象与直线 $y = -2x + a$ 有公共点, 求实数 a 的取值范围.