**江苏省仪征中学2023—2024**学年第一学期周末练习10

高一数学

一、单选题（本大题共**4**小题，共**20**分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1.已知角$α$终边上一点$P(−2,3)$，则$\frac{cos (\frac{π}{2}+α)sin (π+α)}{cos (π−α)sin (3π−α)}$的值为(    )

A. $\frac{3}{2}$ B. $−\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $−\frac{2}{3}$

2.已知函数$f(x)=log\_{2}\left|cosx\right|$，则下列论述正确的是(    )

A. $∃x\_{1}$，$x\_{2}\in (0,2π)$且$x\_{1}\ne x\_{2}$，使$f(x\_{1})+f(x\_{2})=0$
B. $∀x\_{1}$，$x\_{2}\in (\frac{π}{2},π]$，当$x\_{1}<x\_{2}$时，有$f(x\_{1})<f(x\_{2})$恒成立
C. 使$f(x)$有意义的必要不充分条件为$x\in \{x\in R|x\ne \frac{kπ}{2},k\in Z\}$
D. 使$f(x)\geq −\frac{1}{2}$成立的充要条件为$x\in \{x\in R|−\frac{π}{4}\leq x\leq \frac{π}{4}\}$

3.下列函数中最小正周期为$π$，且在区间$(0,\frac{π}{2})$上单调递增的是(    )

A. $y=sin$ $x$ B. $y=|sin$ $x|$ C. $y=cos$ $x$ D. $y=|cos$ $x|$

4.已知$3sinθ+4cosθ=5$，则$tanθ$等于(    )

A. $\frac{3}{4}$ B. $\pm \frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{3}{4}$或$\frac{3}{5}$

二、多选题（本大题共**3**小题，共**15**分。在每小题有多项符合题目要求）

5.下列说法正确的是(    )

A. 角$θ$终边在第二象限或第四象限的充要条件是$tanθ<0$
B. 圆的一条弦长等于半径，则这条弦对的圆心角是$\frac{π}{3}$
C. 经过$4$小时时针转了$120^{∘}$
D. 若角$α$与$β$终边关于$y$轴对称，则$a+β=\frac{π}{2}+2kπ,k\in Z$

6.给出下列$4$个结论，其中正确的是(    )

A. 函数$y=ln\left(sinx−\frac{1}{2}\right)$的定义域为$\left(\frac{π}{3}+2kπ,\frac{2}{3}π+2kπ\right),\left(k\in Z\right)$
B. 函数$f\left(x\right)=\sqrt[ ]{1+x}\sqrt[ ]{1−x}$与$g\left(x\right)=\sqrt[ ]{1−x^{2}}$是相同的函数
C. 函数$f\left(x−2\right)$定义域为$\left[4,6\right]$，则函数$f\left(x^{2}\right)$定义域为$\left[−2,−\sqrt[ ]{2}\right]∪\left[\sqrt[ ]{2},2\right]$
D. 函数$f\left(x\right)=\frac{tan^{2}x+4}{\sqrt[ ]{tan^{2}x+3}}$最小值是$2$

7.设函数$f(x)=sin(xsin x)$，则(    )

A. $f(x)$是偶函数 B. $2π$是$f(x)$的一个周期
C. 函数$g(x)=f(x)−1$存在无数个零点 D. 存在$x\_{0}\in (−π,π)$，使得$f(x\_{0})<0$

三、填空题（本大题共**3**小题，共**15**分）

8.已知扇形的圆心角为$\frac{2}{3}π$，扇形的面积为$3π$，则该扇形的弧长为          ．

9.函数$y=lg\left(x^{2}−2x−8\right)$的单调递增区间为

10.求函数$f(x)=\sqrt[ ]{1−2sin x}+ln (cos x−\frac{\sqrt[ ]{2}}{2})$的定义域为          ．

四、解答题（本大题共**4**小题，共**48**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

11.$($本小题$12$分$)$
$(1)$计算$(2\frac{1}{4})^{\frac{1}{2}}−π^{0}−e^{ln0.5}−log\_{9}8×log\_{4}3+cos\frac{π}{6}$；
$(2)$已知$sinθ+cosθ=−\frac{1}{5}(0<θ<π)$，计算$\frac{1−2sinθcosθ}{cos^{2}θ−sin^{2}θ}$．

12.$($本小题$12$分$)$

某同学用“五点法”作函数$f(x)=Asin (ωx+φ)(ω>0,|φ|<\frac{π}{2})$在某一周期内的图象时，列表并填入的部分数据如下表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x$$ | $$−\frac{2π}{3}$$ | $$\frac{π}{3}$$ |  |  |  |
| $$ωx+φ$$ | $$0$$ | $$\frac{π}{2}$$ | $$π$$ | $$\frac{3π}{2}$$ | $$2π$$ |
| $$sin\left(ωx+φ\right)$$ | $$0$$ | $$1$$ | $$0$$ | $$−1$$ | $$0$$ |
| $$f\left(x\right)$$ | $$0$$ |  | $$0$$ | $$−1$$ | $$0$$ |

$(1)$求函数$f(x)$的解析式及函数$f(x)$在$\left[0 , π\right]$上的单调递减区间；

$(2)$若存在$x\in [−π,\frac{2}{3}π]$，使得$f\left(x\right)−m\leq 0$成立，求$m$的取值范围．

13.$($本小题$12$分$)$
已知$f(θ)=\frac{sin(π−θ)cos(2π−θ)}{sin(θ−\frac{π}{2})cos(π+θ)}$．
$(1)$化简$f(θ)$，并求$f(\frac{8π}{3})$的值；
$(2)$若$f(θ)=3$，求$2sin^{2}θ−3sinθcosθ$的值．

1. $($本小题$14$分$)$
设$f(x)=log\_{\frac{1}{3}}\frac{1−ax}{x−1}$为奇函数，$a$为常数．
$(1)$求$a$的值，
$(2)$若$∀x\in [2,4]$，不等式$f(x)+x>(\frac{1}{3})^{x}+m$恒成立，求实数$m$的取值范围．

**江苏省仪征中学2023—2024**学年第一学期周末练习10

高一数学

一、单选题（本大题共**4**小题，共**20**分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1.已知角$α$终边上一点$P(−2,3)$，则$\frac{cos (\frac{π}{2}+α)sin (π+α)}{cos (π−α)sin (3π−α)}$的值为(    )

A. $\frac{3}{2}$ B. $−\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $−\frac{2}{3}$

解：因为点$P(−2,3)$为角$α$终边上一点，所以$sinα=\frac{3}{\sqrt[ ]{13}}$，$cosα=\frac{−2}{\sqrt[ ]{13}}$，又因为$\frac{cos(\frac{π}{2}+α)·sin(π+α)}{cos(π−α)·sin(3π−α)}=\frac{sin^{2}α}{−cosαsinα}=−\frac{sinα}{cosα}$，所以$\frac{cos(\frac{π}{2}+α)·sin(π+α)}{cos(π−α)·sin(3π−α)}=−\frac{\frac{3}{\sqrt[ ]{13}}}{\frac{−2}{\sqrt[ ]{13}}}=\frac{3}{2}$．故选*A*．

2.已知函数$f(x)=log\_{2}\left|cosx\right|$，则下列论述正确的是(    )

A. $∃x\_{1}$，$x\_{2}\in (0,2π)$且$x\_{1}\ne x\_{2}$，使$f(x\_{1})+f(x\_{2})=0$
B. $∀x\_{1}$，$x\_{2}\in (\frac{π}{2},π]$，当$x\_{1}<x\_{2}$时，有$f(x\_{1})<f(x\_{2})$恒成立
C. 使$f(x)$有意义的必要不充分条件为$x\in \{x\in R|x\ne \frac{kπ}{2},k\in Z\}$
D. 使$f(x)\geq −\frac{1}{2}$成立的充要条件为$x\in \{x\in R|−\frac{π}{4}\leq x\leq \frac{π}{4}\}$

解：对于$A$，由题知$0<\left|cosx\right|⩽1$，所以$f(x)=log\_{2}\left|cosx\right|\leq 0$，若$x\in (0,2π)$，当且仅当$x=π$时，$f(x)=0$，故*A*错$;$对于$B$，由复合函数的单调性知，当$x\in (\frac{π}{2},π]$时，函数$f(x)$单调递增，故*B*正确$;$对于$C$，由$log\_{2}\left|cosx\right|$有意义，则$x\ne kπ+\frac{π}{2}$，$k\in Z$，$∴\{x\in R|x\ne \frac{kπ}{2},k\in Z\}$是$\{x\in R|x\ne kπ+\frac{π}{2},k\in Z\}$的充分不必要条件，故*C*错$;$对于$D$，$\{x\in R|−\frac{π}{4}\leq x\leq \frac{π}{4}\}$是$f(x)\geq −\frac{1}{2}$成立的充分不必要条件，故*D*错．故选*B*．

3.下列函数中最小正周期为$π$，且在区间$(0,\frac{π}{2})$上单调递增的是(    )

A. $y=sin$ $x$ B. $y=|sin$ $x|$ C. $y=cos$ $x$ D. $y=|cos$ $x|$

解：对于$A$，$y=sinx$的最小正周期为$2π$，故*A*不符合题意；对于$B$，$y=|sin x|$的图像是将$y=sin x$的图像中$x$轴下方的图像翻折到$x$轴上方得到的，故其最小正周期为$π$，当$x\in \left(0,\frac{π}{2}\right)$时，$y=sin x>0$，$∴y=|sin x|=sinx$在$\left(0,\frac{π}{2}\right)$上单调递增，故*B*正确．对于$C$，$y=cos x$的最小正周期为$2π$，故*C*不符合题意．
对于$D$，$y=|cosx|$的图像是将$y=cos x$的图像中$x$轴下方的图像翻折到$x$轴上方得到的，故其最小正周期为$π$，当$x\in \left(0,\frac{π}{2}\right)$时，$y=cosx>0$，$∴y=|cos x|=cosx$在$\left(0,\frac{π}{2}\right)$上单调递减，故*D*不符合题意．故选*B*．

4.已知$3sinθ+4cosθ=5$，则$tanθ$等于(    )

A. $\frac{3}{4}$ B. $\pm \frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{3}{4}$或$\frac{3}{5}$

解：由$3sinθ+4cosθ=5$得$3sinθ=5−4cosθ$，两边平方得$9sin^{2}θ=(5−4cosθ)^{2}$，展开得$9sin^{2}θ=25−40cosθ+16cos^{2}θ$，等式两边同时加上$9cos^{2}θ$，$9=25−40cosθ+25cos^{2}θ$，所以$25cos^{2}θ−40cosθ+16=0$，即$(5cosθ−4)^{2}=0$，解得$cosθ=\frac{4}{5}$，所以$sinθ=\frac{3}{5}$，因此$tanθ=\frac{sinθ}{cosθ}=\frac{3}{4}$．故选*A*．

二、多选题（本大题共**3**小题，共**15**分。在每小题有多项符合题目要求）

5.下列说法正确的是(    )

A. 角$θ$终边在第二象限或第四象限的充要条件是$tanθ<0$
B. 圆的一条弦长等于半径，则这条弦对的圆心角是$\frac{π}{3}$
C. 经过$4$小时时针转了$120^{∘}$
D. 若角$α$与$β$终边关于$y$轴对称，则$a+β=\frac{π}{2}+2kπ,k\in Z$

解：设角$θ$终边上点的坐标为$\left(x,y\right)$，则$tanθ=\frac{y}{x}$，若角$θ$终边在第二象限或第四象限，则$tanθ<0$，
若$tanθ<0$，则角$θ$终边在第二象限或第四象限，所以角$θ$终边在第二象限或第四象限的充要条件为$tanθ<0$，故*A*选项正确；圆的一条弦等于半径，则该弦与两条半径构成等边三角形，则该弦所对的圆心角$θ=\frac{π}{3}$，故*B*选项正确；因为顺时针旋转的角为负角，经过$4$小时时针旋转了$−\frac{4}{12}×360^{∘}=−120^{∘}$，故*C*选项错误；若角$α$和角$β$的终边关于$y$轴对称，则$α+β=π+2kπ,k\in Z$，故*D*选项错误．故选：$AB$．

6.给出下列$4$个结论，其中正确的是(    )

A. 函数$y=ln\left(sinx−\frac{1}{2}\right)$的定义域为$\left(\frac{π}{3}+2kπ,\frac{2}{3}π+2kπ\right),\left(k\in Z\right)$
B. 函数$f\left(x\right)=\sqrt[ ]{1+x}\sqrt[ ]{1−x}$与$g\left(x\right)=\sqrt[ ]{1−x^{2}}$是相同的函数
C. 函数$f\left(x−2\right)$定义域为$\left[4,6\right]$，则函数$f\left(x^{2}\right)$定义域为$\left[−2,−\sqrt[ ]{2}\right]∪\left[\sqrt[ ]{2},2\right]$
D. 函数$f\left(x\right)=\frac{tan^{2}x+4}{\sqrt[ ]{tan^{2}x+3}}$最小值是$2$

解：由$sinx−\frac{1}{2}>0$得$sinx>\frac{1}{2}$，结合函数$y=sinx$的图象，可知$\frac{π}{6}+2kπ<x<\frac{5π}{6}+2kπ$，$k\in Z$，

所以函数的定义域为$\left(\frac{π}{6}+2kπ,\frac{5}{6}π+2kπ\right)\left(k\in Z\right)$，故选项*A*错误；由$\left\{\begin{matrix}1+x\geq 0\\1−x\geq 0\end{matrix}\right.$得$−1\leq x\leq 1$，所以$f\left(x\right)=\sqrt[ ]{1+x}\sqrt[ ]{1−x}$的定义域为$\left[−1,1\right]$，由$1−x^{2}\geq 0$得$−1\leq x\leq 1$，所以$g\left(x\right)=\sqrt[ ]{1−x^{2}}$的定义域为$\left[−1,1\right]$，

又因为$f\left(x\right)=\sqrt[ ]{1+x}\sqrt[ ]{1−x}=\sqrt[ ]{1−x^{2}}=g\left(x\right)$，故函数$f\left(x\right)$与$g\left(x\right)$是相同的函数，故选项*B*正确；

因为函数$f\left(x−2\right)$定义域为$\left[4,6\right]$，所以$4\leq x\leq 6$，所以$2\leq x−2\leq 4$，所以$2\leq x^{2}\leq 4$，解得$−2\leq x\leq −\sqrt[ ]{2}$或$\sqrt[ ]{2}\leq x\leq 2$，即函数$f\left(x^{2}\right)$定义域为$\left[−2,−\sqrt[ ]{2}\right]∪\left[\sqrt[ ]{2},2\right]$，故选项*C*正确；$f(x)=\frac{tan^{2}x+4}{\sqrt[ ]{tan^{2}x+3}}=\frac{tan^{2}x+3+1}{\sqrt[ ]{tan^{2}x+3}}$
$=\sqrt[ ]{tan^{2}x+3}+\frac{1}{\sqrt[ ]{tan^{2}x+3}}⩾2\sqrt[ ]{\sqrt[ ]{tan^{2}x+3}⋅\frac{1}{\sqrt[ ]{tan^{2}x+3}}}=2$，当且仅当$\sqrt[ ]{tan^{2}x+3}=\frac{1}{\sqrt[ ]{tan^{2}x+3}}$，即$tan^{2}x=−2$时等号成立，又$tan^{2}x=−2$无实数解，故函数$f\left(x\right)$取不到最小值$2$，故选项*D*错误．故选：$BC$．

7.设函数$f(x)=sin(xsin x)$，则(    )

A. $f(x)$是偶函数 B. $2π$是$f(x)$的一个周期
C. 函数$g(x)=f(x)−1$存在无数个零点 D. 存在$x\_{0}\in (−π,π)$，使得$f(x\_{0})<0$

解：对于$A$：$∵$函数$f(x)=sin(xsin x)$，$∴$函数$f(x)$的定义域为 $R$，   且$f(−x)=sin[−xsin(−x)]=sin(xsinx)=f(x)$，$∴$函数$f(x)$为偶函数，故选项*A*正确；对于$B$：$∵f(\frac{π}{6})=sin\frac{π}{12},     f(\frac{13π}{6})=sin\frac{13π}{12}=−sin\frac{π}{12}\ne f(\frac{π}{6})$， $∴2π$不是函数$f( x)=sin( xsin x)$的一个周期，故选项*B*错误；对于$C$：由$g( x)= f( x)−1=0$得$sin( xsin x)=1$，$xsin x=\frac{π}{2}+2kπ,k\in Z$，$sinx=\frac{\frac{π}{2}+2kπ}{x},k\in Z$，而$y= sinx$的图象与$y=\frac{\frac{π}{2}+2kπ}{x},k\in Z$的图象总有无数个交点，故函数$g(x)=f(x)−1$存在无数个零点．故选项*C*正确；
对于$D$：当$−π<x\_{0}<0$ 时，$sinx\_{0}\in (−1,0)$，$π>x\_{0}sinx\_{0}>0;$ 当$0<x\_{0}<π$ 时，$sinx\_{0}\in (0,1)$，$π>x\_{0}sinx\_{0}>0;$当$x\_{0}=0$时，$sinx\_{0}=0$，$x\_{0}sinx\_{0}=0.∴$不存在$x\_{0}\in (−π,π)$，使得$f( x\_{0})<0$．故选项*D*错误．故选*AC*．

三、填空题（本大题共**3**小题，共**15**分）

8.已知扇形的圆心角为$\frac{2}{3}π$，扇形的面积为$3π$，则该扇形的弧长为          ．

解：设扇形的圆心角$α=\frac{2}{3}π$，半径为$r$，由扇形的面积$S=\frac{1}{2}αr^{2}=\frac{1}{2}×\frac{2π}{3}×r^{2}=3π⇒r=3$．
此扇形的弧长$l=αr=\frac{2π}{3}×3=2π$，故答案为：$2π$．

9.函数$y=lg\left(x^{2}−2x−8\right)$的单调递增区间为

解：令 $x^{2}−2x−8>0$ ，解得$x>4$ 或$x<−2$ ，故函数 $y=lg\left(x^{2}−2x−8\right)$ 的定义域为 $\left(−\infty ,−2\right)∪\left(4,+\infty \right)$ ．$∵$ $y=lgu$在$R$上单调递增， $u=x^{2}−2x−8$ 在 $\left(−\infty ,−2\right)$ 上单调递减，在 $\left(4,+\infty \right)$ 上单调递增，$∴$ $y=lg\left(x^{2}−2x−8\right)$ 在 $\left(−\infty ,−2\right)$ 上单调递减，在 $\left(4,+\infty \right)$ 上单调递增，

故函数 $y=lg\left(x^{2}−2x−8\right)$ 的单调递增区间为 $\left(4,+\infty \right)$ ．故答案为： $\left(4,+\infty \right)$ ．

10.求函数$f(x)=\sqrt[ ]{1−2sin x}+ln (cos x−\frac{\sqrt[ ]{2}}{2})$的定义域为          ．

解：根据题意可得 $1−2sin x⩾0$ ，解得 $sin x⩽\frac{1}{2}$ ，所以 $x\in [−\frac{7π}{6}+2kπ,\frac{π}{6}+2kπ],k\in Z$ ；

又 $cos x−\frac{\sqrt[ ]{2}}{2}>0$ ，即 $cos x>\frac{\sqrt[ ]{2}}{2}$ ，解得 $x\in (−\frac{π}{4}+2kπ,\frac{π}{4}+2kπ),k\in Z$，取交集部分可得， $f\left(x\right)$ 的定义域为 $(−\frac{π}{4}+2kπ,\frac{π}{6}+2kπ],k\in Z$ ．故答案为： $\left(−\frac{π}{4}+2kπ,\frac{π}{6}+2kπ\right],k\in Z$

四、解答题（本大题共**4**小题，共**48**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

11.$($本小题$12$分$)$
$(1)$计算$(2\frac{1}{4})^{\frac{1}{2}}−π^{0}−e^{ln0.5}−log\_{9}8×log\_{4}3+cos\frac{π}{6}$；
$(2)$已知$sinθ+cosθ=−\frac{1}{5}(0<θ<π)$，计算$\frac{1−2sinθcosθ}{cos^{2}θ−sin^{2}θ}$．

解：$(1)$原式$=(\frac{9}{4})^{\frac{1}{2}}−1−\frac{1}{2}−\frac{3lg2}{2lg3}⋅\frac{lg3}{2lg2}+\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}=\frac{3}{2}−\frac{3}{2}−\frac{3}{4}+\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}=\frac{2\sqrt[ ]{3}−3}{4}$．
$(2)∵sinθ+cosθ=−\frac{1}{5}$，$∴(sinθ+cosθ)^{2}=1+2sinθcosθ=\frac{1}{25}$，$∴sinθcosθ=−\frac{12}{25}<0$，
$∵θ\in (0,π)$，$∴sinθ>0$，$cosθ<0$，$∴(sinθ−cosθ)^{2}=1−2×(−\frac{12}{25})=\frac{49}{25}$，
$∴sinθ−cosθ=\frac{7}{5}$，$∴\frac{1−2sinθcosθ}{cos^{2}θ−sin^{2}θ}=\frac{(cosθ−sinθ)^{2}}{cos^{2}θ−sin^{2}θ}=\frac{cosθ−sinθ}{cosθ+sinθ}=\frac{−\frac{7}{5}}{−\frac{1}{5}}=7$．

12.$($本小题$12$分$)$

某同学用“五点法”作函数$f(x)=Asin (ωx+φ)(ω>0,|φ|<\frac{π}{2})$在某一周期内的图象时，列表并填入的部分数据如下表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x$$ | $$−\frac{2π}{3}$$ | $$\frac{π}{3}$$ |  |  |  |
| $$ωx+φ$$ | $$0$$ | $$\frac{π}{2}$$ | $$π$$ | $$\frac{3π}{2}$$ | $$2π$$ |
| $$sin\left(ωx+φ\right)$$ | $$0$$ | $$1$$ | $$0$$ | $$−1$$ | $$0$$ |
| $$f\left(x\right)$$ | $$0$$ |  | $$0$$ | $$−1$$ | $$0$$ |

$(1)$求函数$f(x)$的解析式及函数$f(x)$在$\left[0 , π\right]$上的单调递减区间；

$(2)$若存在$x\in [−π,\frac{2}{3}π]$，使得$f\left(x\right)−m\leq 0$成立，求$m$的取值范围．

解：$(1)$由表格可知$A=1$，$\left\{\begin{matrix}−\frac{2π}{3}w+φ=0\\\frac{π}{3}w+φ=\frac{π}{2}\end{matrix}\right.$，解得$\left\{\begin{matrix}w=\frac{1}{2}\\φ=\frac{π}{3}\end{matrix}\right.$，故$f(x)=sin(\frac{1}{2}x+\frac{π}{3})$，
当$x\in [0,π]$时，$\frac{x}{2}+\frac{π}{3}\in [\frac{π}{3},\frac{5π}{6}]$，取$\frac{x}{2}+\frac{π}{3}\in [\frac{π}{2},\frac{5π}{6}]$，得$x\in [\frac{π}{3},π].$
根据正弦函数的图象与性质得，$f(x)$的单调递减区间为$[\frac{π}{3},π]$；
$(2)$由题意得$m\geq f(x)\_{min}$，当$x\in [−π,\frac{2}{3}π]$，则$\frac{x}{2}+\frac{π}{3}\in [−\frac{π}{6},\frac{2}{3}π]$，
所以当$\frac{x}{2}+\frac{π}{3}=−\frac{π}{6}$，即$x=−π$时，$f(x)\_{min}=−\frac{1}{2}$，所以$m⩾−\frac{1}{2}$．故$m$的取值范围为$\left[−\frac{1}{2},+\infty \right)$．

13.$($本小题$12$分$)$已知$f(θ)=\frac{sin(π−θ)cos(2π−θ)}{sin(θ−\frac{π}{2})cos(π+θ)}$．
$(1)$化简$f(θ)$，并求$f(\frac{8π}{3})$的值；
$(2)$若$f(θ)=3$，求$2sin^{2}θ−3sinθcosθ$的值．

解：$(1)f\left(θ\right)=\frac{sin\left(π−θ\right)cos\left(2π−θ\right)}{sin(θ−\frac{π}{2})cos\left(π+θ\right)}=\frac{sinθcos(−θ)}{−sin\left(\frac{π}{2}−θ\right)(−cosθ)}=\frac{sinθcosθ}{−cosθ(−cosθ)}=tanθ$，

则$f\left(\frac{8π}{3}\right)=tan\left(\frac{8π}{3}\right)=tan\left(\frac{2π}{3}\right)=−tan\left(\frac{π}{3}\right)=−\sqrt[ ]{3}.$

$(2)$由$(1)$知，$tanθ=3$．则$2sin^{2}θ−3sin θcos θ=\frac{2sin^{2}θ−3sin θcos θ}{sin^{2}θ+cos^{2}θ}=\frac{\frac{2sin^{2}θ−3sin θcos θ}{cos^{2}θ}}{\frac{sin^{2}θ+cos^{2}θ}{cos^{2}θ}}$
$$=\frac{2tan^{2}θ−3tan θ}{tan^{2}θ+1}=\frac{2×3^{2}−3×3}{3^{2}+1}=\frac{9}{10}.$$

14.$($本小题$14$分$)$设$f(x)=log\_{\frac{1}{3}}\frac{1−ax}{x−1}$为奇函数，$a$为常数．
$(1)$求$a$的值，
$(2)$若$∀x\in [2,4]$，不等式$f(x)+x>(\frac{1}{3})^{x}+m$恒成立，求实数$m$的取值范围．

解：$(1)$因为$f(x)=log\_{\frac{1}{3}}\frac{1−ax}{x−1}$为奇函数，得$f(−x)+f(x)=0$，$log\_{\frac{1}{3}}\frac{1+ax}{−x−1}+log\_{\frac{1}{3}}\frac{1−ax}{x−1}=0$，
$log\_{\frac{1}{3}}(\frac{1+ax}{−x−1}⋅\frac{1−ax}{x−1})=0$，$\frac{1+ax}{−x−1}⋅\frac{1−ax}{x−1}=1$，$1−a^{2}x^{2}=1−x^{2}$，$(a^{2}−1)x^{2}=0$，因为$x^{2}$不恒为$0$，所以$a^{2}−1=0$，即$a=\pm 1$，经检验，当$a=1$时，$f(x)=log\_{\frac{1}{3}}\frac{1−x}{x−1}$显然没有意义，舍去，故$a=−1$；
$(2)$由$(1)$得，$f(x)=log\_{\frac{1}{3}}\frac{x+1}{x−1}=log\_{\frac{1}{3}}(1+\frac{2}{x−1})$，利用复合函数的单调性，易得此函数在$x\in [2,4]$上为增函数，令$g(x)=x−(\frac{1}{3})^{x}$，显然$g(x)$在$x\in [2,4]$上为增函数，故$y=f(x)+x−(\frac{1}{3})^{x}$在$x\in [2,4]$上为增函数，而对$∀x\in [2,4]$，不等式$f(x)+x>(\frac{1}{3})^{x}+m$恒成立，即$m<(f(x)+x−(\frac{1}{3})^{x})\_{min}=f(2)+2−(\frac{1}{3})^{2}=\frac{8}{9}$，所以$m<\frac{8}{9}$．