**2022—2023学年第二学期期初考试**

**高一数学（A）**

**一、单项选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求）**

1. 已知集合，则（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据交集概念进行计算.

【详解】.

故选：A

2. 若命题，，则为（ ）

A. ， B. ，

C. ， D. ，

【答案】D

【解析】

【分析】通过改量词否结论，将命题否定

【详解】因为命题，，

所以为，，

故选：D

3. 若函数满足，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】由求出后代入可得结论．

【详解】令，∴，∴，

故选：C．

4. 下列各组函数，既是奇函数，又在区间上单调递增的为（ ）

A. ， B. ，

C. ， D. ，

【答案】B

【解析】

【分析】根据正弦函数、余弦函数和正切函数的性质分析判断即可.

【详解】因为，在上为奇函数，在上为偶函数，

所以排除AC，

因为，在上单调递增，在上单调递减，

所以B符合题意，D不合题意，

故选：B

5. 某企业由于引进新的技术，产值逐年增长，如果从2023年起，每年的产值比上一年平均增加，那么至少经过（ ）年产值翻两番（即原来的4倍）．（参考数据：，）

A. 5 B. 8 C. 11 D. 14

【答案】B

【解析】

【分析】运用对数运算公式计算即可.

【详解】设至少经过*n*年产值翻两番，则，

解得：，

所以至少经过8年产值翻两番.

故选：B.

6. 对于实数*a*，*b*，*c*，下列命题正确的是（ ）

A. 若，则

B. 若，则

C. 若，则

D. 若，则．

【答案】C

【解析】

【分析】ABD选项，由做差法可判断大小；C选项，分三种情况讨论即可判断大小.

【详解】A选项，，故A错误；

B选项，，因不清楚的正负情况，故B错误；

C选项，当时，；

当时，，

当时，，

综上，故C正确；

D选项，，故D错误.

故选：C

7. 已知函数若，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据指数函数的性质，整理的方程，可得的值；根据三角函数的对称性，可得的值，可得答案.

【详解】当时，，则，当时，，则；

由题意，可得，则.

由，则，即此时函数的图象关于直线对称，

根据题意可得，则，

故.

故选：D.

8. 已知是定义在**R**上的偶函数，对于任意的，，都有成立，且满足，若，，则实数的取值范围是（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据题意，构造函数，判断函数的单调性及奇偶性，利用单调性及奇偶性的性质建立不等式，解三角不等式得解.

【详解】不妨设，

由可得，

令，则在上单调递减，

且，，即为偶函数.

又，

，

由偶函数性质及单调性可得，，即，

又，

所以或，

故选：A

**二、多项选择题（本大题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得2分）**

9. 下列说法中正确的有（ ）．

A.  B. 

C.  D. 

【答案】AC

【解析】

【分析】根据函数的单调性，即可判断ABC，由中间值法即可判断D.

【详解】对于A,由于函数为单调递减函数，所以，A正确，

对于B,由于函数在为单调递增函数，所以,B错误，

对于C,由于函数为的单调递增函数，，C正确，

对于D,，所以,D错误，

故选：AC

10. 已知，则下列说法中正确的有（ ）

A. 的最大值为

B. 的最小值为

C. 的最大值为

D. 的最小值为

【答案】ABD

【解析】

【分析】A选项，使用基本不等式得到，求出；B选项，直接对使用基本不等式求出答案；C选项，利用求出的最小值为，判断C错误；D选项，利用基本不等式“1”的妙用求出最小值.

【详解】A选项，因为，所以，即，解得，

当且仅当时，等号成立，A正确；

B选项，因为，由基本不等式得，

当且仅当时，等号成立，B正确；

C选项，由基本不等式得，

故，故，

当且仅当时，等号成立，故的最小值为，C错误；

D选项，因为，

所以，

当且仅当，即时，等号成立，

故的最小值为，D正确.

故选：ABD

11. 已知函数，则下列说法中正确的有（ ）

A. 的图象关于直线对称

B. 的图象可由函数的图象上每一个点的横坐标变为原来的倍（纵坐标不变）得到

C. 若在区间上单调，则实数的取值范围为

D. 若存在，使得，则的最大值为

【答案】ACD

【解析】

【分析】整体代入法可求得的对称轴可判断A项，运用图象伸缩变换可判断B项，求出的单调区间，结合集合包含关系即可判断C项，解方程，再计算比较即可判断D项.

【详解】对于A项，令得：，，则的对称轴为，，故A项正确；

对于B项，的图象上每个点的横坐标变为原来的倍后得到，故B项不成立；

对于C项，由题意知，，所以，

又因为，，解得：，，

所以单调递增区间为，，

所以单调递减区间为，，

当时，在上单调递增，在上单调递减，

又因为在区间上单调，

所以 ，故C项正确；

对于D项，因为，即：，

所以，

所以或，

又因为，

所以解得：或，

所以或，

所以当且时，取得最大值为，故D项正确.

故选：ACD.

12. 已知函数和，则下列说法中正确的有（ ）

A. 与的奇偶性相同

B. 与在各自定义域上是增函数

C. 与图象关于直线对称

D. 与的图象关于直线对称

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据奇偶性的定义判断A；根据复合函数与对数函数的单调性求出的单调性，可判断B；根据函数图象的对称性判断CD.

【详解】令,解得，故函数的定义域为,

的定义域为,

，所以是奇函数.

,所以是奇函数，

所以与的奇偶性相同，故A正确；

，

易知在上单调递减，在定义域内单调递增，所以在上单调递减，故B错误；

设为上一点，则其关于直线对称的点为，即,

又,

所以点在上，

所以与的图象关于直线对称，故C正确；

设为上一点，则其关于直线对称的点为，即,

又.

所以点在上，

所以与的图象关于直线对称，故D正确.

故选:ACD.

**三、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）**

13. 已知幂函数的图象过点，则\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

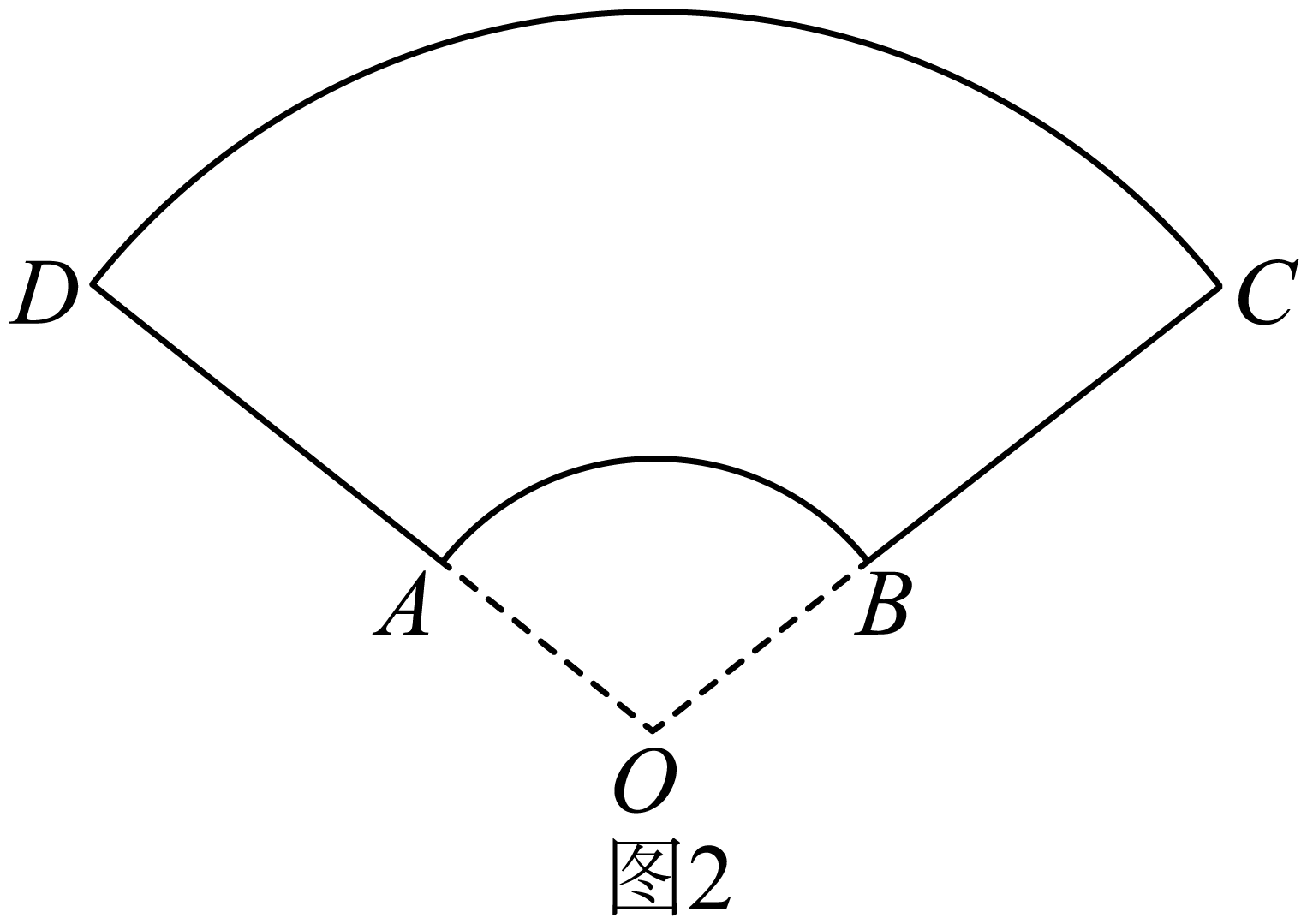
【分析】结合幂函数定义，采用待定系数法可求得解析式，代入可得结果.

【详解】为幂函数，可设，，解得：，

，.  
故答案为：.

【点睛】本题考查幂函数解析式和函数值的求解问题，关键是能够明确幂函数的定义，采用待定系数法求解函数解析式，属于基础题.

14. 折扇（如图1）是我国传统文化的延续，已有四千年左右的历史．图2为其结构简化图，在扇面*ABCD*中，延长*DA*，*CB*交于点，已知，弧*CD*的长度为，则该扇面*ABCD*的面积为\_\_\_\_\_\_cm2．

【答案】800

【解析】

【分析】利用扇形面积公式求解即可．

【详解】因为，弧*CD*的长度为，则弧*AB*的长度为，

则该扇面*ABCD*的面积为cm2．

故答案为：800．

15. 已知函数满足：①，；②的值域为，则\_\_\_\_\_\_．（写出满足要求的一个函数即可）

【答案】（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据题意可知的周期为2，值域为，从而可得函数的解析式

【详解】因为，，

所以的周期为2，

因为的值域为，

所以函数（答案不唯一），

故答案为：（答案不唯一）

16. 已知函数，实数满足：，，则的值为\_\_\_\_\_\_，若，则实数*m*的取值范围为\_\_\_\_\_\_．

【答案】 ①. 1 ②. 

【解析】

【分析】根据恒成立结合一元二次不等式可得，由分段函数的对称性和单调性，对自变量进行分情况讨论，即可求解.

【详解】由于，，所以对恒成立，故，故，

函数，

由于，所以，

因此关于对称，且在单调递增，

由对称性可知，，

若，则，此时无解，

若，此时，显然不符合要求，

若，则上单调递减，要使，则



故答案为：1,

**四、解答题（本大题共6小题，共70分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）**

17. （1）已知，求的值；

（2）求值：．

【答案】（1）6；（1）4

【解析】

【分析】（1）由幂指数的运算性质可求解，

（2）由对数的运算性质以及指数的性质即可化简求值.

【详解】（1）

（2）原式

18. 给出下列三个条件：①角的终边经过点；②；

③．

请从这三个条件中任选一个，解答下列问题：

（1）若为第四象限角，求的值；

（2）求的值．

【答案】（1）-2 （2）

【解析】

【分析】（1）选①应用任意角三角函数定义计算三角函数值可得; 选②③根据齐次式求正切,再联立方程组求解

（2）先根据诱导公式化简,再根据三角函数值代入计算即可.

【小问1详解】

选①，

方法一：角终边经过点，因为为第四象限角，故，

点到原点的距离为，

所以，

故

方法二：角的终边经过点，所以，

所以，解得，

又为第四象限角，所以

故

选②，由得，，所以

所以

故

选③，由得，

因，，所以，故，所以

解得，又为第四象限角，所以，，

故．

【小问2详解】

方法一：由（1）得，





方法二：

由（1）得 ，所以为第二或第四象限角

选①②③都可得，若为第二象限角，则，．为第四象限角，则，．

所以\*式,或\*式

19. 已知，．

（1）若，求；

（2）若“”是“”的必要不充分条件，求实数的取值范围．

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）根据正弦函数的性质求出集合，再解不等式求出集合，从而可求出，进而可中求出；

（2）由题意得，然后分，和讨论求解即可.

【小问1详解】

因为，所以，所以，

所以，

所以，所以．

当时，或，

所以

所以．

【小问2详解】

若“”是“”的必要不充分条件，则．

，

①当，即时，，满足；

②当，即时，，

由得或，解得或，

又，所以；

③当，即时，，

由，得或，解得或，

又，所以．

综上得：

20. 已知函数，的图象经过点．

（1）若到图象对称轴的最近距离为，求的解析式；

（2）若的图象关于直线对称，问是否存在实数，使得在上单调？若存在，求出满足要求的所有的值；若不存在，请说明理由．

【答案】（1）

（2）存在实数或3

【解析】

【分析】（1）由函数的周期以及经过的点即可求解，，进而可求解析式，

（2）利用函数的对称性可得，由单调性可得，进而分别代入，检验在的单调性，即可求解.

【小问1详解】

因为*A*到图象对称轴的最近距离为，所以的周期为，又，所以，则．

代入点得，所以，，又因为，所以，所以．

【小问2详解】

因为的图象经过点，的图象关于直线对称．

所以①，②，，．

②-①得，所以,

因为，，所以，即为正奇数．

因为在上单调，所以，即，解得，

所以或5．

当时，，，因为，所以，此时．

因为，所以，故在上单调递减，符合题意；

当时，，，因为，所以，此时．

因为，所以，故在上单调递减，符合题意；

当时，，，因为，所以，此时．

因为，所以，故在上不单调，不符合题意．

综上得：存在实数或3，使得在上单调．

21. 已知函数是定义在上的偶函数．

（1）求实数的值；

（2）记，

①当时，求的值域（用表示）；

②若存在*r*，*s*，，使得，求实数的范围．

【答案】（1）

（2）①；②

【解析】

【分析】（1）利用偶函数定义可得对任意成立，即可得答案；（2）①由（1）

可得，令，由函数单调性结合范围可得答案；②由①，则问题等价于即可得答案.

【小问1详解】

∵是定义在上的偶函数．∴对任意成立，

即对任意成立，

即对任意成立，即对任意成立，

即对任意成立，所以．

【小问2详解】

①由（1）得

当时，令，则，，

令，下面证明在上单调递减，在上单调递增，

当时，对任意，且， ，

∵，，∴，∴在上单调递减，

同理可证在上单调递增，

∴，∴，

∴的值域为

②由①可知，，，所以，

存在实数*r*，*s*，，使得

等价于，

而若，则或，即或，

故当时，，所以，

【点睛】关键点睛：本题考查由对数型函数奇偶性求参数，求对数型函数值域及与对数函数有关的存在性问题.对于偶函数，在其定义域内，总有；求较复杂函数值域时，换元法可简化问题；本题对于存在性问题的处理是将其转化为集合间的包含关系.

22. 已知函数、在区间上都有意义，若存在，对于，恒有，则称函数与在区间上为“度接近”．

（1）若，求证：与在上为“1度接近”．

（2）若，（其中*a*，*b*为常数），且与在[4，8]上为“2度接近”，求实数*a*，*b*的值．

【答案】（1）证明见解析

（2），．

【解析】

【分析】（1）构造函数，化简后利用正弦函数的性质求出其值域，再根据“1度接近”的定义可证得结论；

（2）方法一：由题意可得，，即，，然后分，，，，，，讨论的单调性，再结合“2度接近”的定义列不等式求解即可；方法二：由题意得，（\*）所以，则，求出的范围，然后分，，讨论的单调性，再结合“2度接近”的定义列不等式求解即可.

【小问1详解】

证明：令，，

则，

因为，所以，

所以，即，

所以与在上为“1度接近”．

【小问2详解】

方法一：因与在[4，8]上为“2度接近”，

所以，，

即，

①当时，函数在[4，8]上单调递增，

所以，，

所以要使（\*）式成立，只需满足，即

要使存在，则，即，这与矛盾，故此时不合题意；

②当时，，

（i）当时，[4，*a*]上单调递减，在[*a*，8]单调递增，且，

所以，，

所以要使（\*）式成立，只需满足，即，

要使存在，则，即，这与矛盾，故此时不合题意；

（ii）当时，在[4，*a*]上单调递减，在[*a*，8]单调递增，且，

所以，，

所以要使（\*）式成立，只需满足，即

要使存在，则，即，这与矛盾，故此时不合题意；

（iii）当时，在上递增，在上递减，在[*a*，8]上递增，，，．

所以，，

所以要使（\*）式成立，只需满足，即

要使*b*存在，则，即，

这与矛盾，故此时不合题意；

③当时，，

（i）当时，在上单调递增，在上单调递减

，，

所以，

所以要使（\*）式成立，只需满足，即

要使存在，则，即，

结合条件，解得，此时；

（ii）当时，在上单调递增，在上单调递减，

，，，

所以，，

所以要使（\*）式成立，只需满足，即，

要使存在，则，即，这与条件矛盾，故此时不合题意；

（iii）当时，在[4，8]上单调递增，

，

所以要使（\*）式成立，只需满足，即

要使  存在，则，即，这与矛盾，故此时不合题意；

综上得：，

方法二：因为与在[4，8]上为“2度接近”，所以，，

即，（\*）

所以，于是，即，

解得或

①当时，，

在上单调递增，在上单调递减，，，

（i）若时，

所以，，

所以要使（\*）式成立，只需满足，即

要使存在，则，即，

结合条件，解得，此时；

（ii）若时，

所以，，

所以要使（\*）式成立，只需满足，即

要使存在，则，即，

与条件 矛盾，不合题意；

②当时，，

此时，所以（\*）式成立的必要条件为，即，所以．

即，解得，这与矛盾，故此时不合题意；

综上得：，．

【点睛】关键点点睛：此题考查函数与不等式的综合应用，考查三角函数的性质的应用，考查对函数新定义的理解与应用，解题的关键是正确理解函数与在区间上为“度接近”的定义，然后分类讨论函数的单调性求解即可，考查数学分类思想和数学计算能力，属于难题.

