**江苏省仪征中学2023-2024学年度第一学期国庆作业（1）**

姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

一、单选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 满足$\{1\}⊆A⫋\{1,2,3\}$的集合$A$的个数为．(    )

A. $2$ B. $3$ C. $8$ D. $4$

2. 设$a,b\in R$，则“$ab+1\ne a+b$”的充要条件是．(    )

A. $a,b$不都为$1$ B. $a,b$都不为$1$
C. $a,b$中至多有一个是$1$ D. $a,b$都不为$0$

3. 下列不等式中成立的是(    )

A. 若$a>b>0$，则$ac^{2}>bc^{2}$ B. 若$a>b>0$，则$a^{2}>b^{2}$
C. 若$a<b<0$，则$a^{2}<ab<b^{2}$ D. 若$a<b<0$，则$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

4. 已知$a>0$，$b>0$，若$a+4b=4ab$，则$a+b$的最小值是(    )

A. $2$ B. $\sqrt[​]{2}+1$ C. $\frac{9}{4}$ D. $\frac{5}{2}$

二、多选题（本大题共**3**小题，共**15.0**分。在每小题有多项符合题目要求）

5. 若集合$A=\left\{\begin{matrix}y\left|y=x^{2},x\in R\right.\end{matrix}\right\}$，$B=\left\{\begin{matrix}x\left|y=x^{2},x\in R\right.\end{matrix}\right\}$，则(    )

A. $A⊆B$ B. $A∪B=B$ C. $A=B$ D. $A∩B=⌀$

6. 若集合$M=\{x|(x−3)(x−a)=0,a\in R\}$，$N=\{x|(x−1)(x−4)=0\}$，则

A. $M∪N=\{1,3,4,a\}$
B. $M⋂N$可能为$\{1\}$，$\{4\}$
C. $M$与$N$有相同的子集个数
D. $M∩N=⌀$是$M∪N=\{1,3,4,a\}$的必要不充分条件

7. 下列命题中正确的是(    )

A. 若$ab>b^{2}$，则$a>b$
B. 已知$a>0,b>0$，若$a+b=4$，则$ab\leq 4$
C. 已知$a>0,b>0$，若$ab=4$，则$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geq 1$
D. 命题“$∀a\geq b$，都有$\frac{1}{a}\leq \frac{1}{b}$成立”的否定是“$∃a<b$，使$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$成立”

三、填空题（本大题共**3**小题，共**15.0**分）

8. 已知集合$A=\{x|x=2k+1,k\in Z\}$，$B=\{x|x=4k\pm 1,k\in Z\}$，则$A$与$B$的关系为          ．

9. 若不等式$|x|<a$的一个充分条件为$0<x<1$，则实数$a$的取值范围是          ．

10. 已知$x>0,y>0$，且$\frac{3}{x}+\frac{1}{y}=1$，若$x+3y>m^{2}−m$恒成立，则实数$m$的取值范围为          。

四、解答题（本大题共**4**小题，共**50.0**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

11. $($本小题$12.0$分$)$
已知集合$A=\{x|2a−2<x<a\}$，$B= \{x|1<x<2\}$，且$A⫋∁\_{R}B$，求$a$的取值范围．

12. $($本小题$12.0$分$)$
设全集$U=R$，集合$A=\{x|1\leq x\leq 5\}$，集合$B=\{x|2−a\leq x\leq 1+2a\}$，其中$a\in R$．
$(1)$若“$x\in A$”是“$x\in B$”的充分条件，求$a$的取值范围；
$(2)$若“$x\in A$”是“$x\in B$”的必要条件，求$a$的取值范围．

13. $($本小题$12.0$分$)$

已知$a>0$，$b>0$且$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=1$．

$(1)$求$ab$的最小值；

$(2)$求$a+b$的最小值．

14. $($本小题$14.0$分$)$

某大学要修建一个面积为$216m^{2}$的长方形景观水池，并且在景观水池四周要修建出宽为$2m$和$3m$的小路$($如图所示$).$问如何设计景观水池的边长，能使总占地面积最小？并求出总占地面积的最小值．

