

江苏省仪征中学 2022-2023 学年度第二学期高一数学周练（11）

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知复数 $z=1+i$ ，则复数 z 在复平面内对应的点在（ ）

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. 每年的 3 月 15 日是“国际消费者权益日”，某地市场监管局在当天对某市场的 20 家肉制品店、100 家粮食加工品店和 15 家乳制品店进行抽检，要用分层抽样的方法从中抽检 27 家，则粮食加工品店需要被抽检（ ）

A. 20 家 B. 10 家 C. 15 家 D. 25 家
3. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c ，若 $b^2+c^2=a^2-\sqrt{3}bc$ ，则角 A 的大小为（ ）

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$
4. 已知 α 是第二象限角， $\sin\alpha = \frac{4}{5}$ ，则 $\tan 2\alpha =$ （ ）

A. $\frac{24}{7}$ B. $-\frac{24}{7}$ C. $\frac{24}{25}$ D. $-\frac{24}{25}$
5. 如图，在有五个正方形拼接而成的图形中， $\beta - \alpha =$ （ ）

A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$
6. 已知 m, n, l 是不重合的三条直线， α, β, γ 是不重合的三个平面，则（ ）

A. 若 $m \parallel n, m \subset \alpha$ ，则 $n \parallel \alpha$

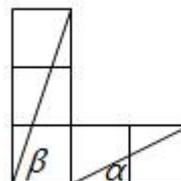
B. 若 $l \perp \beta, m \subset \alpha, l \perp m$ ，则 $\alpha \parallel \beta$

C. 若 $\alpha \perp \beta, \gamma \perp \beta, \alpha \cap \gamma = l$ ，则 $l \perp \beta$

D. 若 $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m \parallel \beta, n \parallel \beta$ ，则 $\alpha \parallel \beta$
7. 古代将圆台称为“圆亭”，《九章算术》中“今有圆亭，下周三丈，上周二丈，高一丈，问积几何？”即一圆台形建筑物，下底周长 3 丈，上底周长 2 丈，高 1 丈，则它的体积为（ ）

A. $\frac{19}{8\pi}$ 立方丈 B. $\frac{19}{12\pi}$ 立方丈 C. $\frac{19\pi}{8}$ 立方丈 D. $\frac{19\pi}{12}$ 立方丈
8. 已知点 P 是边长为 1 的正方形 $ABCD$ 的对角线 BD 上的一点，则 $\overrightarrow{PB} \cdot (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC})$ 的最小值为（ ）

A. $-\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. -1 D. -2



二、多项选择题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分）

9. 下列说法中正确的是 ()

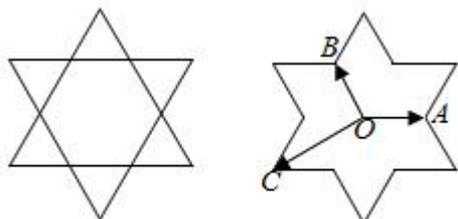
- A. 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{b} \parallel \vec{c}$, 则 $\vec{a} \parallel \vec{c}$ B. 对于向量 \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , 有 $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} (\vec{b} \cdot \vec{c})$
- C. 向量 $\vec{e}_1 = (-1, 2)$, $\vec{e}_2 = (5, 7)$ 能作为所在平面内的一组基底
- D. 设 \vec{m} , \vec{n} 为非零向量, 则 “存在负数 λ , 使得 $\vec{m} = \lambda \vec{n}$ ” 是 “ $\vec{m} \cdot \vec{n} < 0$ ” 的充分而不必要

条件

10. 某位同学连续抛掷质地均匀的骰子 10 次, 向上的点数分别为 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 5, 则这 10 个数 ()

- A. 众数为 2 和 3 B. 标准差为 $\frac{8}{5}$ C. 平均数为 3 D. 第 85 百分位数为 4.5

11. 正六角星是人们普遍知道的犹太人标志, 凡是犹太人所到之处, 都可看到这种标志. 正六角星可由两个正三角形一上一下连锁组成 (如图一). 如图二所示的正六角星的中心为 O , A, B, C 是该正六角星的顶点, 则 ()



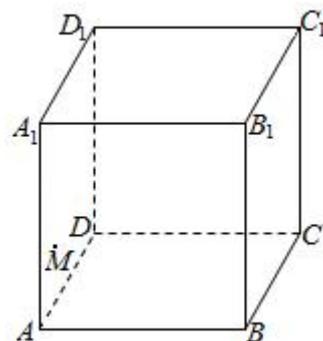
图一

图二

- A. 向量 \vec{OA} , \vec{OB} 的夹角为 120° B. 若 $|\vec{OA}| = 2$, 则 $\vec{OA} \cdot \vec{OC} = -6$
- C. $|\vec{OC}| = \sqrt{3} |\vec{OA} + \vec{OB}|$ D. 若 $\vec{OA} = x\vec{OB} + y\vec{OC}$, 则 $x+y=1$

12. 如图, 点 M 是棱长为 1 的正方体 $ABD - A_1B_1C_1D_1$ 的侧面 ADD_1A_1 上的一个动点, 则下列结论正确的是 ()

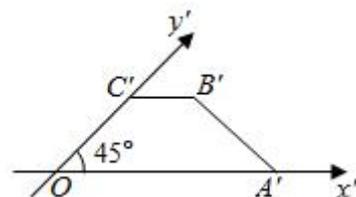
- A. 二面角 $M - AD - B_1$ 的大小为 45°
- B. 存在点 $M \in AD_1$, 使得异面直线 CM 与 A_1B_1 所成的角为 30°
- C. 点 M 存在无数个位置满足 $CM \perp AD_1$
- D. 点 M 存在无数个位置满足 $CM \parallel$ 面 A_1BC_1



三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分

13. 若向量 $\vec{a} = (-1, -2)$, 写出一个与向量 \vec{a} 方向相反且共线的向量 _____.

14. 若一个水平放置的平面图形的斜二测直观图是等腰梯形, 且 $OA' = 3$, $B'C' = 1$, 则该平面图形的面积为 _____.



15. 已知

$\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\beta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, $\sin \beta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\sin(\alpha + \beta) = \frac{7}{9}$, 则 $\sin \alpha$ 的值

为_____； $\tan \frac{\alpha}{2}$ 的值为_____.

16. 粽子古称“角黍”，是中国传统的节庆食品之一，由粽叶包裹糯米等食材蒸制而成，因各地风俗不同，粽子的形状和味道也不同，某地流行的“五角粽子”，其形状可以看成所有棱长都相等的正四棱锥，现在需要在粽子内部放入一颗咸蛋黄，蛋黄的形状近似地看成球，则当这个蛋黄的体积最大时，正四棱锥的高与蛋黄半径的比值为_____.

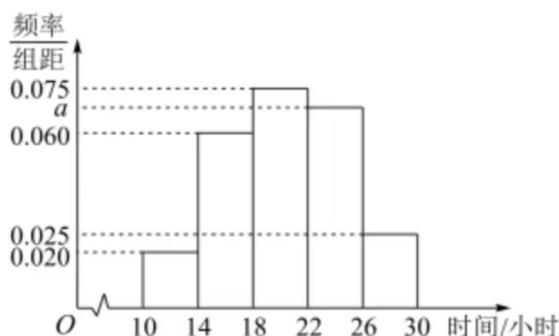
四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分) 设复数 $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = m - i$ ($m \in \mathbf{R}$, i 为虚数单位).

- (1) 若 $\frac{z_1}{z_2}$ 为实数，求 m 的值；
 (2) 若 $z = z_1 \cdot \overline{z_2}$ ，且 $|z| = \sqrt{26}$ ，求 m 的值.

18. (12 分)

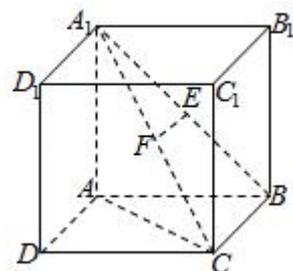
某校为了解高一学生在五一假期中参加社会实践活动的情况，抽样调查了其中的 100 名学生，统计他们参加社会实践活动的时间(单位：小时)，并将统计数据绘制成如图的频率分布直方图.



- (1) 估计这 100 名学生在这个五一假期中参加社会实践活动的时间的众数，中位数，平均数；
 (2) 估计这 100 名学生在这个五一假期中参加社会实践活动的时间的上四分位数(结果保留两位小数).

19. (12 分) 《九章算术》是中国古代的一部数学专著，其中将由四个直角三角形组成的四面体称为“鳖臑”. 在直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， E, F 分别为线段 A_1B 与 A_1C 上的中点.

- (1) 求证: $EF \parallel$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$;
 (2) 从三棱锥 $A_1 - ABC$ 中选择合适的两条棱填空: _____ \perp _____, 使得三棱锥 $A_1 - ABC$ 为“鳖臑”; 并证明你的结论.



20. (12分)

某学校餐厅有大米 500 袋，其中甲厂的产品有 320 袋，乙厂的产品有 180 袋. 餐厅监管员为了得到这 500 袋大米的重量信息，采用分层随机抽样的方法抽取样本，并观测样本的指标值(单位: kg)，计算得出甲厂样本数据的平均数为 $100 kg$ ，方差为 20；乙厂样本数据的平均数是 $100 kg$ ，方差是 30.

(1)根据以上信息，能够计算出总的样本数据的平均数和方差吗？为什么？

(2)如果已知甲、乙两厂的样本量按比例分配，你能计算出总的样本数据的平均数和方差各为多少吗？

(3)如果已知甲、乙两厂的样本量都是 30，你能计算出总的样本数据的平均数和方差各为多少吗？它们分别作为总体的平均数和方差的估计值合适吗？为什么？

21. (12分) 从① $(b - 2c) \cos A + a \cos B = 0$ ；② $b^2 + c^2 - a^2 = \frac{4\sqrt{3}}{3} S$ ；③ $b(\tan A + \tan B) =$

$2c \tan B$ 这三个条件中选一个，补充到下面问题中，并完成解答.

已知 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c ，且_____.

(1) 求角 A 的大小；

(2) 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形， $b = 2\sqrt{3}$ ，求 $\triangle ABC$ 的周长的取值范围.

22. (12分) 如图，在三棱锥 $O - ABC$ 中， $OA = 1$ ， $OB = 2$ ， $OC = 3$ ，且 OA, OB, OC 两两夹角都为 θ .

(1) 若 $\theta = 90^\circ$ ，求三棱锥 $O - ABC$ 的体积；

(2) 若 $\theta = 60^\circ$ ，求三棱锥 $O - ABC$ 的体积.

