高一年级 5 月联考

数学试题

命题人：周纯阳　　审核人：梁建

一、单选题（本大题共 8 小题，共 40.0 分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 复数$(1+i)(5-i)$的虚部为(　　)

A. $6i$　　B. $4i$　　C. 6　　D. 4

2. 已知m，n是两条不重合的直线，α，β，γ是三个不重合的平面，下列命题中正确的是 (　　)

A. 若$m//\alpha$，$n\subset\alpha$，则$m//n$　　B. 若$\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$，则$\alpha//\beta$

C. 若$m//\alpha$，$m//\beta$，则$\alpha//\beta$　　D. 若$m\perp\alpha$，$n\perp\alpha$，则$m//n$

3. 函数$f(x)=\ln(x+1)-\frac{1}{x}$的一个零点所在的区间是 (　　)

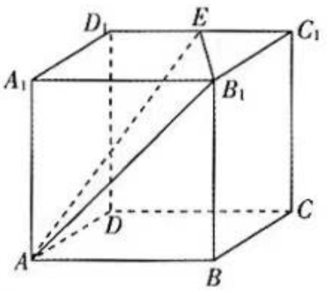
A. $(0,1)$　　B. $(1,2)$　　C. $(2,3)$　　D. $(3,4)$

4. 下列各式化简结果为$\frac{1}{2}$的是 (　　)

A. $1-2sin^2 75°$　　B. $\sin 14°\cos 16°+\sin 76° sin 16°$

C. $\sin 15°\cos 15°$　　D. $\tan 15°+\tan 30°+\tan 15°\tan 30°$

5. 在棱长为 2 的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E为D_1C_1的中点. 过点B_1, E, A的平面截该正方体表面所得的截面周长为(　　)



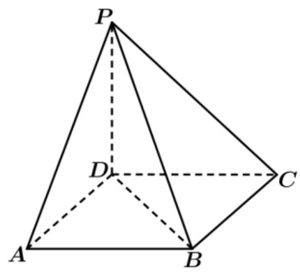
A. $2\sqrt{2}+2\sqrt{5}$　　B. $2\sqrt{2}+3\sqrt{5}$

C. $3\sqrt{2}+2\sqrt{5}$　　D. $4\sqrt{2}+3\sqrt{5}$

6. 设x，$y\in R$，$\vec{a}=(x,1)$，$\vec{b}=(2,y)$，$\vec{c}=(-2,2)$，且$\vec{a}\perp\vec{c}$，$\vec{b}//\vec{c}$，则$|\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}|=$(　　)

A. $2\sqrt{34}$　　B. 34　　C. $\sqrt{34}$　　D. $\sqrt{10}$

7. 《九章算术》中将底面为长方形且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥称之为阳马，将四个面都为直角三角形的四面体称之为鳖臑.在阳马$P-ABCD$中，侧棱$PD\perp$底面$ABCD$，且$PD=CD=AD$，则当点E在下列哪个位置形成的四面体$E-BCD$不是鳖臑 (　　)



A. E与点 P 重合　　B. E是 PB 中点

C. E是 PC 中点　　D. E是 PD 中点

8. 在△ABC中，$sinA+2sinBcosC=0$，O 是△ABC的外心且满足$\overrightarrow{BO}\cdot\overrightarrow{BC}=2$，则线段 OB 的最小值为(　　)

A. 2　　B. 4　　C. $\sqrt{3}$　　D. $2\sqrt{3}$

二、多选题（本大题共 4 小题，共 20.0 分。每小题有多项符合题目要求）

9. 关于空间图形，下列说法不正确的是(　　)

A. 由一个平面多边形沿某一方向平移形成的空间图形叫棱柱

B. 棱锥的底面是多边形，侧面可以是四边形

C. 上下底面平行，侧面都是梯形的空间图形是棱台

D. 将直角三角形绕着其一边旋转一周形成的图形叫做圆锥

10. 已知ΔABC是边长为 4 的等边三角形，若向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$\overrightarrow{AB}=2\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，则 (　　)

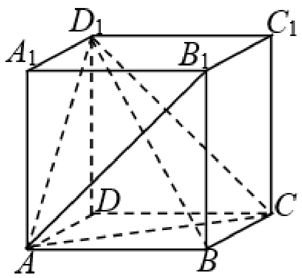
A. $\overrightarrow{AC}=2\vec{a}+\vec{b}$　　B. $\vec{a}\cdot\vec{b}=-4$　　C. $(4\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{b}$　　D. $|\vec{a}-\vec{b}|=2\sqrt{3}$

11. 在△ABC中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，三条中线相交于点G.已知$b=c=4$，$a=6$，$\angle ABC$的平分线与AC相交于点D，则 (　　)

A. △BCD与△BAD面积之比为$3:2$　　B. △ABC内切圆的半径为$\frac{3\sqrt{7}}{7}$

C. G到AC的距离为$\sqrt{7}$　　D. 边AC上的中线长为 $2\sqrt{22}$

12. 若正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$棱长为 2，则 (　　)



A. AC与BD_1的夹角为$90°$

B. 二面角$D-AC-D_1$的平面角的正切值为$\sqrt{2}$

C. AB_1与平面ACD_1所成角的正切值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. 点D到平面ACD_1的距离为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

三、填空题（本大题共 4 小题，共 20.0 分）

13. 已知$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{3}$，则$\cos 2\alpha=$_________.

14. 已知$\vec{e}$为一个单位向量，$\vec{a}$与$\vec{e}$之间的夹角是$120°$.若$\vec{a}$在$\vec{e}$上投影向量为$-2\vec{e}$，则$|\vec{a}|=$______.

15. 在△ABC中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且$b^2sinAcosC+bcsinBcosA=6sinB$，则$b$ =_________.

16. 在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，点D为棱A_1C_1上的点，点 E 满足$\overrightarrow{BB_1}=3\overrightarrow{BE}$，且$BC_1//$平面$AED$，则$\frac{A_1D}{DC_1}=$ _______，若点 F 是棱 AC 上的点，当$\frac{AF}{AC}=$ _______时，平面 AED//平面BC_1F.

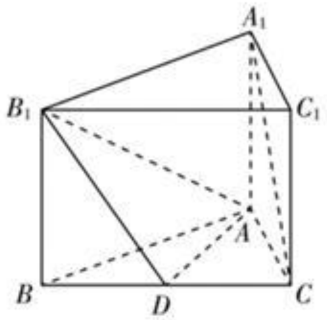
四、解答题（本大题共 6 小题，共 70.0 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. 设复数$z_1 = 1 - ai(a \in R)$，复数$z_2 = 3 + 4i$.

(1)若$z_1 + z_2 \in R$，求实数a的值；

(2)若$\frac{z_1}{z_2}$是纯虚数，求$|z_1|$.

18.如图，在三棱柱$ABC - A_1B_1C_1$中，$BB_1 \perp$底面ABC，且$AB = AC$，D是BC中点.



(1)求证：$AD \perp$平面BCC_1B_1；

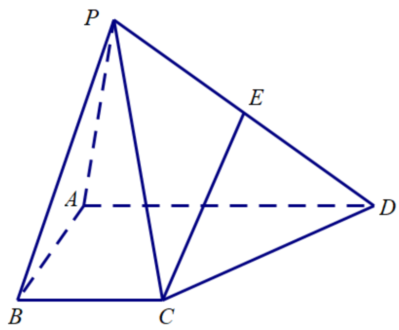
(2)求证：$A_1C//$平面AB_1D.

19. 在 ①$\frac{\sin C}{\sin A+\sin B} + \frac{b}{a+c} = 1$， ②$c\cos C\sin A = (2b - c)\sin C\cos A$这两个条件中任选一个，补充到下面横线上，并解答.

记$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，且________.

(1)求角 A 的大小；　　(2)若$|\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}| = 4$，$\cos B + \cos C = 1$，求$\triangle ABC$的面积.

20. 如图，在四棱锥$P-ABCD$中，平面$PAD\perp$平面$ABCD$，$BC//$平面PAD，$BC=\frac{1}{2}AD$，$\angle ABC=90°$，E是PD的中点.



(1) 求证：$BC//AD$；

(2) 证明：$CE//$平面PAB；

(3) 求证：平面$PAB\perp$平面PAD.

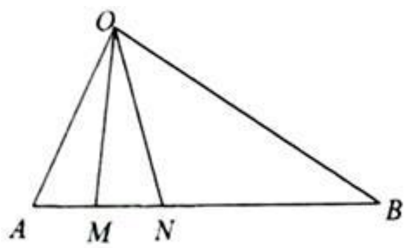
21. 如图所示，某住宅小区一侧有一块三角形空地ABO，其中$OA=3\ km$，$OB=3\sqrt{3}$ km，$\angle AOB=90°$.物业管理部门拟在中间开挖一个三角形人工湖OMN，其中M，N都在边AB上(M,N均不与A，B重合，M在A，N之间)，且$\angle MON=30°$

(1)若M在距离A点$2\ km$处，求点M，N之间的距离；

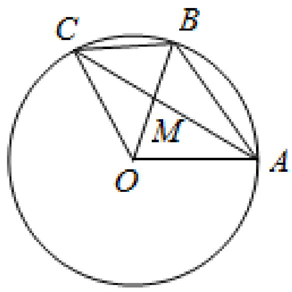
(2)设$\angle AOM=\theta$，

①求出$\triangle OMN$的面积S关于θ的表达式；

②为节省投入资金，三角形人工湖OMN的面积要尽可能小，试确定θ的值，使$\triangle OMN$的面积最小，并求出这个最小面积.



22. 如图，A，B是单位圆 O 上的两点，$\angle AOB=60°$，点C为圆上的动点，且线段AC交线段OB于点M.



(1)求$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$的取值范围；

(2) 点 N 为该平面内的点，且满足$\overrightarrow{NC}\cdot\overrightarrow{CA}=0$，NC=CA，点 D 满足$\overrightarrow{CO}=\overrightarrow{OD}$，求$\overrightarrow{NC}\cdot\overrightarrow{ND}$的取值范围.