**2022-2023学年第二学期高一数学周练7 （参考答案）**

**一、单选题（本大题共8小题，共40.0分）**

1.下列结论中正确的为$($      $)$

A. 两个有共同起点的单位向量，其终点必相同；B. 向量$\vec{AB}$与向量$\vec{BA}$的长度相等；

C. 对任意向量$\vec{a}$，$\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$是一个单位向量； D. 零向量没有方向

【答案】*B*【分析】本题考查向量的相关概念，属于基础题．根据向量的概念判断各个选项．

解：$A$选项，单位向量的方向任意，所以当起点相同时，终点在以起点为圆心的单位圆上，终点不一定相同，故*A*不正确$;B$选项，向量$\vec{AB}$是向量$\vec{BA}$是的负向量，方向相反，长度相等，故*B*正确$;C$选项，当$\vec{a}=\vec{0}$时，$\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$无意义，故*C*不正确$;D$选项，零向量的方向是任意的，而不是没有方向，故*D*不正确．

2.已知复数$z$在复平面上对应的点为$(2,−1)$，则(    )

A. $z=−1+2i$ B. $|z|=5$ C. $\overline{z}=−2−i$ D. $z−2$是纯虚数

解：复数$z$在复平面上对应的点为$(2,−1)$，则$z=2−i$，$A$错；$\overline{z}=2+i$，$C$错；
$\left|z\right|=\sqrt{2^{2}+\left(−1\right)^{2}}=\sqrt{5}$，$B$错；$z−2=2−i−2=−i$，则$z−2$是纯虚数，$D$对．故选*D*．

3.已知$\vec{a}=(−3,2)$，$\vec{b}=(−1,0)$，向量$λ\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}−2\vec{b}$垂直，则实数$λ$的值为$(    )$

A. $\frac{1}{7}$ B. $−\frac{1}{7}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $−\frac{1}{6}$

【答案】*B*

【分析】本题主要考查向量的数量积的运算及向量垂直，属于基础题．因为向量$λ\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}−2\vec{b}$垂直，所以两个向量的数量积等于$0$，利用坐标展开计算即可得到$λ$的值．

解：$∵$向量$λ\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}−2\vec{b}$垂直，$∴(λ\vec{a}+\vec{b})⋅(\vec{a}−2\vec{b})=0$，即$λ\vec{a}^{2}−2λ\vec{a}⋅\vec{b}+\vec{a}⋅\vec{b}−2\vec{b}^{2}=0$，$∴13λ+3(1−2λ)−2=0$，$∴λ=−\frac{1}{7}$．故答案选：$B$．

4.函数$f(x)=lnx−\frac{1}{x}$的零点所在的大致区间是  $($    $)$

A. $(\frac{1}{e},1)$ B. $(1,e)$ C. $(e,e^{2})$ D. $(e^{2},e^{3})$

【答案】*B*

【分析】本题考查函数零点的定义以及函数零点判定定理的应用，属于中档题．由于连续函数$f(x)=lnx−\frac{1}{x}$满足$f(1)<0$，$f(e)>0$，且在区间$(0,+\infty )$上单调递增，根据函数零点判定定理，由此求得函数的零点所在的区间．

解：由于连续函数$f(x)=lnx−\frac{1}{x}$满足$f(1)=−1<0$，$f(e)=1−\frac{1}{e}>0$，且函数$f(x)$在区间$(0,+\infty )$上单调递增，故函数$f(x)=lnx−\frac{1}{x}$的零点所在的区间为$( 1,e)$．

5.在一次数学实验中，某同学运用图形计算器采集到如下一组数据：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x$$ | $$−2$$ | $$−1$$ | $$1$$ | $$2$$ | $$3$$ |
| $$y$$ | $$0.24$$ | $$0.51$$ | $$2.02$$ | $$3.98$$ | $$8.02$$ |

在以下四个函数模型$(a,b$为待定系数$)$中，最能反映$x$，$y$函数关系的是$($  $)$

A. $y=a+bx$；B. $y=a+\frac{b}{x}$； C. $y=a+log\_{b}x$； D. $y=a+b^{x}$

【答案】*D*

【分析】本题主要考查函数模型，属于较易题．作出散点图，根据图象即可判断

解：作出散点图如下：由图象观察可知：变量$x$，$y$的关系式接近于指数型函数．故选*D*．

6.在$ΔABC$中，若$A=60^{∘}$，$b=1$，其面积为$\sqrt{3}$，则$\frac{a+b+c}{sin A+sin B+sin C}=$(    )

A. $3\sqrt{3}$ B. $\frac{2\sqrt{39}}{3}$ C. $\frac{26\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{39}}{2}$

解：$∵A=60°$，$b=1$，其面积为$\sqrt{3}$，$∴S=\frac{1}{2}bcsinA=\frac{\sqrt{3}}{4}c=\sqrt{3}$，即$c=4$，$∴$由余弦定理得：$a^{2}=b^{2}+c^{2}−2bccosA=1+16−4=13$，解得$a=\sqrt{13}$，由正弦定理得：$\frac{a}{sinA}=\frac{b}{sinB}=\frac{c}{sinC}=2R=\frac{\sqrt{13}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2\sqrt{39}}{3}$，则$\frac{a+b+c}{sinA+sinB+sinC}=2R=\frac{2\sqrt{39}}{3}$．故选*B*．

7.已知$α$是第四象限角，且$cos (π−α)=−\frac{3}{5}$，则$\frac{1+\sqrt{2}cos (2α−\frac{π}{4})}{sin (\frac{π}{2}+α)}=($  $)$

A. $−\frac{2}{5}$ B. $−\frac{1}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{14}{5}$

【答案】*A*

【分析】本题主要考查了三角函数的诱导公式，二倍角公式以及同角三角函数的基本关系，属于中档题．利用诱导公式得出$cos α=\frac{3}{5}$，由同角三角函数的基本关系求出$sin α=−\frac{4}{5}$，则原式利用二倍角公式化简为$2cos α+2sin α$代入数值计算．

解：由$cos (π−α)=−\frac{3}{5}$得$cos α=\frac{3}{5}$，因为$α$是第四象限角，所以$sin α=−\frac{4}{5}$，所以$\frac{1+\sqrt{2}cos (2α−\frac{π}{4})}{sin (\frac{π}{2}+α)}=\frac{1+cos 2α+sin 2α}{cos α}=\frac{2cos^{2}α+2sin αcos α}{cos α}=2cos α+2sin α=\frac{6}{5}−\frac{8}{5}=−\frac{2}{5}$，

8.已知$∆ABC$中，$AB=4$，$AC=4\sqrt{3}$，$BC=8$，动点$P$自点$C$出发沿线段$CB$运动，到达点$B$时停止，动点$Q$自点$B$出发沿线段$BC$运动，到达点$C$时停止，且动点$Q$的速度是动点$P$的$2$倍，若二者同时出发，且一个点停止运动时，另一个点也停止，则该过程中$\vec{AP}⋅\vec{AQ}$的最大值是$($    $)$

A. $\frac{7}{2}$ B. $4$ C. $\frac{49}{2}$ D. $23$

【答案】*C*

【分析】本题考查向量的数量积、二次函数的最值，属于拔高题．分解向量$\vec{AP}=\vec{AC}+\vec{CP}$，$\vec{AQ}=\vec{AB}+\vec{BQ}$，将求$\vec{AP}⋅\vec{AQ}$转化为求二次函数的最值问题，即可求解．

解：$∵AB=4$，$AC=4\sqrt{3}$，$BC=8$，$∴AB^{2}+AC^{2}=BC^{2}$，$∴∠A=90°$，$∴\vec{AB}⋅\vec{AC}=0$，$∵AB=\frac{1}{2}BC$，$∴∠ACB=30°$，$∴∠ABC=60°$，依题意知$BC=8$，$\vec{BQ}=−2\vec{CP}$，$∴\vec{AP}⋅\vec{AQ}=(\vec{AC}+\vec{CP})(\vec{AB}+\vec{BQ})=\vec{AC}·\vec{AB}+\vec{AC}·\vec{BQ}+\vec{CP}·\vec{AB}+\vec{CP}·\vec{BQ}=4\sqrt{3}×2\left|\vec{CP}\right|cos30°+4×\left|\vec{CP}\right|cos60°−2\left|\vec{CP}\right|^{2}=−(\left|\vec{CP}\right|−\frac{7}{2})^{2}+\frac{49}{2}$，$∴$当$\left|\vec{CP}\right|=\frac{7}{2}$时，$\vec{AP}⋅\vec{AQ}$取得最大值，最大值为$\frac{49}{2}$．故选*C*．

**二、多选题（本大题共4小题，共20.0分）**

9.在$△ABC$中各角所对得边分别为$a$，$b$，$c$，下列结论正确的有(    )

A. $\frac{a}{cosA}=\frac{b}{cosB}=\frac{c}{cosC}$则$△ABC$为等边三角形；
B. 已知$(a+b+c)(a+b−c)=3ab$，则$∠C=60^{∘}$；
C. 已知$a=7$，$b=4\sqrt{3}$，$c=\sqrt{13}$，则最小内角的度数为$30^{∘}$；
D. 在$a=5$，$A=60^{∘}$，$b=4$，解三角形有两解．

解：对于$A$：$∵\frac{a}{cosA}=\frac{b}{cosB}=\frac{c}{cosC}$，由正弦定理得$a=2RsinA$，$b=2RsinB$，$c=2RsinC$，$(R$为$△ABC$的外接圆半径$)$代入得$\frac{sinA}{cosA}=\frac{sinB}{cosB}=\frac{sinC}{cosC}$，$∴tanA=tanB=tanC$，
$∴A=B=C$，则$△ABC$是等边三角形，故*A*正确；对于$B$：$∵(a+b+c)(a+b−c)=3ab$，则$(a+b)^{2}−c^{2}=3ab$，$∴a^{2}+b^{2}−c^{2}=ab$，则$cosC=\frac{a^{2}+b^{2}−c^{2}}{2ab}=\frac{1}{2}$，又$∵0<C<180°$，则$C=60°$，故*B*正确；对于$C$：$∵a=7$，$b=4\sqrt{3}$，$c=\sqrt{13}$，则$c<b<a$，故$C<B<A$，
$∴$最小内角的余弦值为$cosC=\frac{a^{2}+b^{2}−c^{2}}{2ab}=\frac{7^{2}+(4\sqrt{3})^{2}−(\sqrt{13})^{2}}{2×7×4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，又$∵0<C<180°$，则$C=30°$，故*C*正确；对于$D$：$∵a=5$，$A=60^{^{∘}}$，$b=4$，$∴sinB=\frac{bsinA}{a}=\frac{4sin60°}{5}=\frac{2\sqrt{3}}{5}<\frac{\sqrt{3}}{2}$，$∵b<a$，$∴B<A$，所以三角形只有一个解，故*D*错误．故选：$ABC$．

10. 下列各式中，值为$\frac{1}{2}$的有$(    )$

A. $sin7°cos23°+sin83°cos67°$； B. $\frac{1}{sin50^{∘}}+\frac{\sqrt{3}}{cos50°}$；
C. $\frac{tan22.5°}{1−tan^{2}22.5^{∘}}$； D. $\frac{1}{(1+tan22^{∘})(1+tan23^{∘})}$

【答案】*ACD*

【分析】本题考查了三角函数化简求值问题，是中档题．$A$中，先用诱导公式，再利用两角和的正弦公式计算即可；$B$中，先通分，再利用三角恒等变换计算即可；$C$中，利用二倍角的正切值公式计算即可；$D$中，利用两角和的正切公式计算即可．

解：对于$A$，$sin7°cos23°+sin83°cos67°=sin7°cos23°+cos7°sin23°=sin(7°+23°)=sin30°=\frac{1}{2}$；
对于$B$，$\frac{1}{sin50^{∘}}+\frac{\sqrt{3}}{cos50°}=\frac{cos50°+\sqrt{3}sin50°}{sin50°cos50°}=\frac{2sin(30°+50°)}{\frac{1}{2}sin(2×50^{∘})}=\frac{2sin80°}{\frac{1}{2}sin80^{∘}}=4$；
对于$C$，$\frac{tan22.5°}{1−tan^{2}22.5^{∘}}=\frac{1}{2}tan(2×22.5°)=\frac{1}{2}$；
对于$D$，$tan22^{∘}+tan23^{∘}=tan(22^{∘}+23^{∘})(1−tan22^{∘}⋅tan23^{∘})=1−tan22^{∘}⋅tan23^{∘}$
$\frac{1}{(1+tan22^{∘})(1+tan23^{∘})}=\frac{1}{1+tan22^{∘}+tan23^{∘}+tan22^{∘}⋅tan23^{∘}}=\frac{1}{1+1−tan22^{∘}⋅tan23^{∘}+tan22^{∘}⋅tan23^{∘}}=\frac{1}{2}$．
故选：$ACD$．

11.古代典籍$《$周易$》$中的“八卦”思想对我国建筑中有一定影响$.$下图是受“八卦”的启示，设计的正八边形的八角窗，若$O$是正八边形$ABCDEFGH$的中心，且$|\vec{AB}|=1$，则$(    )$



A. $\vec{AH}$与$\vec{CF}$能构成一组基底； B. $\vec{OD}⋅\vec{OF}=0$；
C. $\vec{OA}+\vec{OC}=\sqrt{3}\vec{OB}$； D. $\vec{AC}⋅\vec{CD}=\frac{\sqrt{2}}{2}$
【答案】*DB*

解：连接$BG$，$CF$，由正八边形的性质可知，$AH//BG$，$CF//BG$，所以$AH//CF$，所以$\vec{AH}$与$\vec{CF}$是共线向量，所以$\vec{AH}$与$\vec{CF}$不能构成一组基底，$A$项错误$;$又$∠DOF=\frac{1}{4}×2π=\frac{π}{2}$，所以$OD⊥OF$，所以$\vec{OD}⋅\vec{OF}=0$，$B$项正确$;$因为$\vec{OA}⊥\vec{OC}$，由平行四边形法则可知，$\vec{OA}+\vec{OC}=\sqrt{2}\vec{OB}$，$C$项错误$;$又正八边形的每一个内角为$\frac{1}{8}(8−2)×π=\frac{3π}{4}$，$AB⊥CD$，所以$\vec{AC}⋅\vec{CD}=(\vec{AB}+\vec{BC})⋅\vec{CD}=\vec{AB}⋅\vec{CD}+\vec{BC}⋅\vec{CD}=|\vec{BC}|^{2}cos(π−\frac{3π}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$D$项正确．故选*BD*项．
【分析】本题考查平面向量的平行与垂直的判断，考查向量法加法、减法与数乘运算，考查向量的数量积，属于中档题．
根据$\vec{AH}$与$\vec{CF}$平行可判断$A$；利用$\vec{OD}⊥\vec{OF}$可判断$B$；根据由平行四边形法则可判断*C*错误；由正多边形内角和公式可计算出$\vec{AC}$和$\vec{CD}$的夹角，结合数量积公式可以判断$D$。

12.已知实数$x\_{1}$，$x\_{2}$为函数$f(x)=(\frac{1}{2})^{x}−|log\_{2}(x−1)|$的两个零点，则下列结论正确的是$($  $)$

A. $(x\_{1}−2)(x\_{2}−2)\in (−\infty ,0)$； B. $(x\_{1}−1)(x\_{2}−1)\in (0,1)$；

C. $(x\_{1}−1)(x\_{2}−1)=1$； D. $(x\_{1}−1)(x\_{2}−1)\in (1,+\infty )$

【答案】*AB*

【分析】本题考查了函数的零点与方程根的关系，此类问题一般会把方程的根转化为两个函数图象交点的横坐标来处理，属于中档题．将问题转化为实数$x\_{1}$，$x\_{2}$为$y=(\frac{1}{2})^{x}$与$y=|log\_{2}(x−1)|$图象交点的横坐标，然后作出两个函数的图象，利用$\left\{\begin{matrix}(\frac{1}{2})^{x\_{1}}=−log\_{2}(x\_{1}−1)\\(\frac{1}{2})^{x\_{2}}=log\_{2}(x\_{2}−1)\end{matrix}\right.$，结合对数与指数的互化，得到$(x\_{1}−1)(x\_{2}−1)=2^{(\frac{1}{2})^{x\_{2}}−(\frac{1}{2})^{x\_{1}}}$，结合$x\_{1}$，$x\_{2}$的取值范围进行分析，即可得到答案．

解：实数$x\_{1}$，$x\_{2}$为函数$f(x)=(\frac{1}{2})^{x}−|log\_{2}(x−1)|$的两个零点，故实数$x\_{1}$，$x\_{2}$为$y=(\frac{1}{2})^{x}$与$y=|log\_{2}(x−1)|$图象交点的横坐标，作出函数$y=(\frac{1}{2})^{x}$与$y=|log\_{2}(x−1)|$的图象如图所示，不妨设$x\_{1}<x\_{2}$，则有$\left\{\begin{matrix}(\frac{1}{2})^{x\_{1}}=−log\_{2}(x\_{1}−1)\\(\frac{1}{2})^{x\_{2}}=log\_{2}(x\_{2}−1)\end{matrix}\right.,$所以$x\_{1}−1=2^{−(\frac{1}{2})^{x\_{1}}}$，$x\_{2}−1=2^{(\frac{1}{2})^{x\_{2}}}$，故$(x\_{1}−1)(x\_{2}−1)=2^{(\frac{1}{2})^{x\_{2}}−(\frac{1}{2})^{x\_{1}}}$，又因为$(\frac{1}{2})^{x\_{2}}−(\frac{1}{2})^{x\_{1}}<0$，所以$2^{(\frac{1}{2})^{x\_{2}}−(\frac{1}{2})^{x\_{1}}}<1$，所以$0<(x\_{1}−1)(x\_{2}−1)<1$，又因为$x\_{1}<2$，$x\_{2}>2$，所以$(x\_{1}−2)(x\_{2}−2)<0$，故选项*A*，*B*正确．

  **三、填空题（本大题共4小题，共20分）**

13.已知$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=10$，$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$120°$，则向量$\vec{b}$在向量$\vec{a}$方向上的投影向量是          ．(用向量$\vec{a}$表示)

【答案】$−\frac{5}{2}\vec{a}$

【分析】本题考查了向量的数量积和投影向量的概念及计算公式，属于基础题．
根据投影向量的计算公式即可得出结果．

解：向量$\vec{b}$在$\vec{a}$方向上的投影向量为$\left|\vec{b}\right|cos120°\frac{\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|}=−\frac{5}{2}\vec{a}$
14.若函数$f(x)=2^{x}+3x+a$在区间$(0,1)$内存在零点，则实数$a$的取值范围是          ．

【答案】$(−5,−1)$．

【分析】本题考查了函数零点存在定理，属于基础题．
利用零点存在性定理知$f(0)⋅f(1)<0$，代入解不等式即可得解．

解：由题意得$f(x)$在$R$上单调递增，要使$f(x)$在$(0,1)$内存在零点，则$\left\{\begin{matrix}f(0)=1+a<0\\f(1)=5+a>0,\end{matrix}\right.$得$−5<a<−1$，故实数$a$的取值范围是$(−5,−1)$．

15.如图，$△ABC$中，$BC=2\sqrt{2}$，$∠ABC=\frac{π}{6}$，$AC$的垂直平分线$DE$与$AB$，$AC$分别交于$D$，$E$两点，且$DE=1$，则$BE^{2}=$          ．

解：设$AE=x$，则$sin∠A=\frac{DE}{AD}=\frac{1}{\sqrt{1+x^{2}}}$，对三角形$ABC$使用正弦定理得，$\frac{BC}{sin∠A}=\frac{AC}{sin∠ABC}$，所以$\frac{2\sqrt{2}}{\frac{1}{\sqrt{1+x^{2}}}}=\frac{2x}{sin 30^{∘}}$，化简得$x^{2}=1$，所以$x=1$．

即$AC=2$，设$AB=y$，对三角形$ABC$使用余弦定理得，$cos45^{∘}=\frac{4+y^{2}−8}{2×2×y}$，解得$y=\sqrt{6}+\sqrt{2}$，所以$BD=\sqrt{6}$，对三角形$BDE$使用余弦定理得，$BE^{2}=BD^{2}+DE^{2}−2⋅BD⋅DEcos135^{∘}$，化简得， $BE^{2}=7+2\sqrt{3}$．故答案为：$7+2\sqrt{3}$．

16.菱形$ABCD$中，$AB=1$，$A\in [\frac{π}{3},\frac{π}{2}]$，点$E$，$F$分别是线段$AD$，$CD$上的动点$($包括端点$)$，$AE=CF$，则$(\vec{AE}+\vec{CF})⋅\vec{AC}=$          ，$\vec{ED}⋅\vec{EB}$的最小值为          ．（第一空2分，第二空3分）

【答案】$0$，$−\frac{1}{4}$

【分析】本题主要考查向量数量积的坐标运算，考查二次函数的性质，考查三角函数的性质．建立坐标系，用坐标表示向量，空一利用向量数量积坐标公式进行相应计算，空二设出$AE=m\in [0,1]$，表达出$\vec{ED}⋅\vec{EB}=(m−\frac{1+cosA}{2})^{2}−\frac{(cosA−1)^{2}}{4}$，利用二次函数的性质求最小值$−\frac{(cosA−1)^{2}}{4}$，再结合$cosA\in [0,\frac{1}{2}]$求出最小值．

解：以$A$为坐标原点，$AB$所在直线为$x$轴，垂直$AB$的直线为$y$轴建立平面直角坐标系，故*A*$(0,0)$，$B(1,0)$，$D(cosA,sinA)$，$C(1+cosA,sinA)$，设$AE=m\in [0,1]$，则$E(mcosA,msinA)$，$F(1−m+cosA,sinA)$，则$\vec{AE}=(mcosA,msinA)$，$\vec{CF}=(−m,0)$，$\vec{AC}=(1+cosA,sinA)$，$(\vec{AE}+\vec{CF})⋅\vec{AC}=(mcosA−m,msinA)⋅(1+cosA,sinA)=−msin^{2}A+msin^{2}A=0;\vec{ED}⋅\vec{EB}=m^{2}−(1+cosA)m+cosA=(m−\frac{1+cosA}{2})^{2}−\frac{(cosA−1)^{2}}{4}$，因为$A\in [\frac{π}{3},\frac{π}{2}]$，所以$cosA\in [0,\frac{1}{2}]$，$\frac{1+cosA}{2}\in [\frac{1}{2},\frac{3}{4}]⊆[0,1]$，故当$m=\frac{1+cosA}{2}$时，$\vec{ED}⋅\vec{EB}$取得最小值为$−\frac{(cosA−1)^{2}}{4}$，因为$cosA\in [0,\frac{1}{2}]$，所以当$cosA=0$，即$A=\frac{π}{2}$时，$−\frac{(cosA−1)^{2}}{4}$最小，最小值为$−\frac{1}{4}$．

**四、解答题（本大题共6小题，共70.0分）**

17.已知平面内的三个向量$\vec{a}=(3,2)$，$\vec{b}=(−1,2)$，$\vec{c}=(4,1)$．

$ (1)$若$\vec{a}=λ\vec{b}+μ\vec{c}(λ,μ\in R)$，求$λ+μ$的值$;$

$(2)$若向量$\vec{a}+k\vec{b}$与向量$2\vec{b}−\vec{c}$共线，求实数$k$的值．

解：$(1)λ\vec{b}=(−λ,2λ)$，$μ\vec{c}=(4μ,μ)$，$ λ\vec{b}+μ\vec{c}=(−λ+4μ,2λ+μ)$，$…………1分$

因为$\vec{a}=λ\vec{b}+μ\vec{c}$，所以$\left\{\begin{matrix}−λ+4μ=3,\\2λ+μ=2,\end{matrix}\right.$解得$\left\{\begin{matrix}λ=\frac{5}{9},\\μ=\frac{8}{9},\end{matrix}\right.$……………………………… 4分

所以$λ+μ=\frac{13}{9}$． ………………………… …5分

$(2)\vec{a}+k\vec{b}=(3−k,2+2k)$，$2\vec{b}−\vec{c}=(−6,3)$， ………………………… …7分

因为$\vec{a}+k\vec{b}$与$2\vec{b}−\vec{c}$共线，所以$3(3−k)=−6(2+2k)$，解得$k=−\frac{7}{3}$．………10分

【解析】本题考查向量模的坐标运算，向量线性运算的坐标表示等知识，属于中档题．

18.在复平面内，$O$是坐标原点，向量$\vec{OZ\_{1}}$，$\vec{OZ\_{2}}$对应的复数分别为$z\_{1}=1−2i$，$z\_{2}=3+ai(a\in R)$．
$($Ⅰ$)$求$|z\_{1}+z\_{2}|$的最小值；
$($Ⅱ$)$若$\vec{OZ\_{1}}⊥\vec{OZ\_{2}}$，求实数$a$的值；
$($Ⅲ$)$若复数$\frac{z\_{2}}{z\_{1}}$对应的点在第一象限，求实数$a$的取值范围．

解：$($Ⅰ$)$因为$z\_{1}=1−2i$，$z\_{2}=3+ai$，所以$|z\_{1}+z\_{2}|=|4+(a−2)i|=\sqrt{16+(a−2)^{2}}\geq 4$，
当$a=2$时，$|z\_{1}+z\_{2}|$取得最小值为$4$；……………………… 4分
$($Ⅱ$)$因为$\vec{OZ\_{1}}=(1,−2)$，$\vec{OZ\_{2}}=(3,a)$，若$\vec{OZ\_{1}}⊥\vec{OZ\_{2}}$，则$\vec{OZ\_{1}}⋅\vec{OZ\_{2}}=3−2a=0$，解得$a=\frac{3}{2}$，
所以实数$a$的值为$\frac{3}{2}$； ……………………… 8分
$($Ⅲ$)$因为$\frac{z\_{2}}{z\_{1}}=\frac{3+ai}{1−2i}=\frac{(3+ai)(1+2i)}{(1−2i)(1+2i)}=\frac{3−2a}{5}+\frac{a+6}{5}i$，因为$\frac{z\_{2}}{z\_{1}}$对应的点在第一象限，所以$\left\{\begin{matrix}3−2a>0\\a+6>0\end{matrix}\right.$，
解得$−6<a<\frac{3}{2}$，所以实数$a$的取值范围是$(−6,\frac{3}{2}).$  ………………………12分

19.在$①tanα=4\sqrt{3}$，$②7sin2α=8\sqrt{3}cosα$，$③tan\frac{α}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$中任选一个条件，补充在下面问题中，并解决问题．

已知$0<β<α<\frac{π}{2}$，\_\_\_\_\_\_，$cos(α−β)=\frac{13}{14}$．

$(1)$求$sin(α+\frac{π}{4})$的值；

$(2)$求$β$．

解：$(1)∵0<β<α<\frac{π}{2}$，$∴sinα>0$，$cosα>0$，

若选$①tanα=4\sqrt{3}$，则$sin^{2}α=\frac{ sin^{2}α}{sin^{2}α+cos^{2}α}=\frac{tan^{2}α}{1+tan^{2}α}=\frac{48}{48+1}=\frac{48}{49}$，则$sinα=\frac{4\sqrt{3}}{7}$，$cosα=\frac{1}{7}$．

若选$②7sin2α=8\sqrt{3}cosα$，则$14sinαcosα=8\sqrt{3}cosα$，$∵cosα\ne 0$，$∴sinα=\frac{4\sqrt{3}}{7}$，则$cosα=\frac{1}{7}$．

若选$③tan\frac{α}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则$tanα=\frac{2tan\frac{α}{2}}{1−tan^{2}\frac{α}{2}}=\frac{2×\frac{\sqrt{3}}{2}}{1−(\frac{\sqrt{3}}{2})^{2}}=\frac{\sqrt{3}}{1−\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{4}}=4\sqrt{3}$，则$sin^{2}α=\frac{ sin^{2}α}{sin^{2}α+cos^{2}α}=\frac{tan^{2}α}{1+tan^{2}α}=\frac{48}{48+1}=\frac{48}{49}$，则$sinα=\frac{4\sqrt{3}}{7}$，$cosα=\frac{1}{7}$．综上$sinα=\frac{4\sqrt{3}}{7}$，$cosα=\frac{1}{7}$．……………3分

$ sin(α+\frac{π}{4})=sinαcos\frac{π}{4}+cosαsin\frac{π}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}(\frac{4\sqrt{3}}{7}+\frac{1}{7})=\frac{4\sqrt{6}+\sqrt{2}}{14}$． ……………………………6分

$(2)∵0<β<α<\frac{π}{2}$，$∴−\frac{π}{2}<−β<0$，$∴0<α−β<\frac{π}{2}$，

$∵cos(α−β)=\frac{13}{14}$，$∴sin\left(α−β\right)=\sqrt{1−cos^{2}\left(α−β\right)}=\sqrt{1−\left(\frac{13}{14}\right)^{2}}=\frac{3\sqrt{3}}{14}$， …………9分

$$∴sinβ=sin\left[α−\left(α−β\right)\right]=sinαcos\left(α−β\right)−cosαsin\left(α−β\right)$$

$=\frac{4\sqrt{3}}{7}×\frac{13}{14}−\frac{1}{7}×\frac{3\sqrt{3}}{14}=\frac{49\sqrt{3}}{98}=\frac{\sqrt{3}}{2}$， …………………11分

$∴β=\frac{π}{3}$． ……………………12分

【解析】本题主要考查三角函数值的计算，结合两角和差的三角公式进行转化是解决本题的关键．

$(1)$根据三角函数同角关系求出$sinα$，$cosα$，结合两角和差的正弦公式进行计算即可．

$(2)$求出角$α−β$的范围，结合两角和差的三角公式进行转化求解即可．

20.在$△ABC$中，角$A$，$B$，$C$的对边分别为$a$，$b$，$c$，且$a=2\sqrt{2}$，$\sqrt{2}c·sin⁡(A+\frac{π}{4})=b$．

$(1)$求角$C;$

$(2)$若$△ABC$为锐角三角形，$D$为$AB$边的中点，求线段$CD$长的取值范围．

解：$(1)$因为$\sqrt{2}c·sin⁡(A+\frac{π}{4})=b$，所以$\sqrt{2}sinC(sinAcos\frac{π}{4}+cosAsin\frac{π}{4})=sinB$，即$sinCsinA+sinCcosA=sinB$．因为$A+B+C=π$，所以$sinB=sin(A+C)=sinAcosC+cosAsinC$，所以$sinC=cosC$，即$tanC=1$． ……………4分

因为$0<C<π$，所以$C=\frac{π}{4}$． ……………5分

因为$D$为$AB$边的中点，所以$\vec{CD}=\frac{1}{2}\vec{CA}+\frac{1}{2}\vec{CB}$，所以$\vec{CD}^{2}=\frac{\vec{CA}^{2}+2\vec{CA}⋅\vec{CB}+\vec{CB}^{2}}{4}=\frac{b^{2}+a^{2}+2abcosC}{4}=\frac{b^{2}+4b+8}{4}=\frac{(b+2)^{2}+4}{4}$． ……………7分

在$△ABC$中，由正弦定理$\frac{a}{sinA}=\frac{b}{sinB}$，得$b=\frac{2\sqrt{2}sinB}{sin(B+\frac{π}{4})}=\frac{4}{1+\frac{1}{tanB}}$因为$△ABC$为锐角三角形，且$C=\frac{π}{4}$，所以$B\in (\frac{π}{4},\frac{π}{2})$，则$tanB\in (1,+\infty )$，故$b\in (2,4)$．……………10分

因为$b\in (2,4)$，所以$|\vec{CD}|\in (\sqrt{5},\sqrt{10})$，即线段$CD$长的取值范围为$(\sqrt{5},\sqrt{10}).$……………12分

21.设向量$\vec{a}=(sinx,cosx)$，$\vec{b}=(sinx,\sqrt{3}sinx)$，$x\in R$，函数$f(x)=\vec{a}⋅(\vec{a}+2\vec{b}).$
$(1)$求函数$f(x)$的最大值与单调递增区间；
$($2$)$若$α\in (\frac{π}{4},\frac{π}{2})$，且$f(α)=\frac{16}{5}$，求$sin2α$．

解：$(1)$由向量$\vec{a}=(sinx,cosx)$，$\vec{b}=(sinx,\sqrt{3}sinx)$，$x\in R$，函数$f(x)=\vec{a}⋅(\vec{a}+2\vec{b}).$
得到$f(x)=(sinx,cosx)⋅(3sinx,cosx+2\sqrt{3}sinx)=3sin^{2}x+cos^{2}x+2\sqrt{3}sinxcosx$
$=1+1−cos2x+\sqrt{3}sin2x=2+2sin(2x−\frac{π}{6})$，$x\in R$， ………………………3分
所以函数$f(x)$的最大值为$2+2=4$； …………………………………………4分

令$2kπ−\frac{π}{2}\leq 2x−\frac{π}{6}\leq 2kπ+\frac{π}{2}$，得到$kπ−\frac{π}{6}\leq x\leq kπ+\frac{π}{3}$，$k\in Z$，得到函数的单调递增区间为$[kπ−\frac{π}{6},kπ+\frac{π}{3}]$，$k\in Z$； …………………………………………6分
$($2$)$因为$α\in (\frac{π}{4},\frac{π}{2})$，可得$2α−\frac{π}{6}\in (\frac{π}{3},\frac{5π}{6})$，又$f\left(α\right)=2+2sin(2α−\frac{π}{6})=\frac{16}{5}$，可得$sin\left(2α−\frac{π}{6}\right)=\frac{3}{5}<\frac{\sqrt{3}}{2}$，可得$2α−\frac{π}{6}\in (\frac{π}{2},\frac{5π}{6})$，$cos(2α−\frac{π}{6})=−\sqrt{1−sin^{2}(2α−\frac{π}{6})}=−\frac{4}{5}$，……………9分

所以$sin2α=sin\left[\left(2α−\frac{π}{6}\right)+\frac{π}{6}\right]=sin\left(2α−\frac{π}{6}\right)cos\frac{π}{6}+cos\left(2α−\frac{π}{6}\right)sin\frac{π}{6}=\frac{3}{5}×\frac{\sqrt{3}}{2}+(−\frac{4}{5})×\frac{1}{2}=\frac{3\sqrt{3}−4}{10}$． …………………………………12分

【解析】本题考查了平面向量的运算、三角函数的恒等变形以及三角函数性质的运用；属于常规题．
$(1)$首先利用平面向量的坐标运算求出三角函数的解析式，然后化简为一角一函数的形式进行求解；
$($2$)$又题意可求得$sin\left(2α−\frac{π}{6}\right)=\frac{3}{5}<\frac{\sqrt{3}}{2}$，可求$2α−\frac{π}{6}\in (\frac{π}{2},\frac{5π}{6})$，利用同角三角函数基本关系式可求$cos(2α−\frac{π}{6})$的值，进而根据两角差的正弦公式即可求解$sin2α$的值．

22. 已知函数$f(x)=sin^{2}x−\sqrt{3}sinxcosx+\frac{1}{2},g(x)=mcos(x+\frac{π}{3})−m+2$

(1)若对任意$x\_{1}，x\_{2}\in \left[0,π\right]$，均有$f(x\_{1})\geq g(x\_{2})$，求实数$m$的取值范围；

(2)若对任意$x\in \left[0,π\right]$均有$f(x)\geq g(x)$，求实数$m$的取值范围；

解：（1），

由![{x}_{1}∈\left[0,{\rm π}\right]]()，$f(x\_{1})\in \left[0,2\right]$， ………………………………2分

由![{x}_{2}∈\left[0,{\rm π}\right]]()，当$m\geq 0$时，$g\left(x\_{2}\right)\in \left[−2m+2,−\frac{1}{2}m+2\right]$，要使$f\left(x\_{1}\right)\geq g\left(x\_{2}\right)$恒成立，只需$0\geq −\frac{1}{2}m+2$，解得$m\geq 4$， ………………………………4分

当$m<0$时，$g\left(x\_{2}\right)\in \left[−\frac{1}{2}m+2,−2m+2\right]$，要使$f\left(x\_{1}\right)\geq g\left(x\_{2}\right)$恒成立，只需$0\geq −2m+2$，矛盾，综上，$m$的取值范围是$m\geq 4$； ………………………………6分

（2）

，

要使$f(x)\geq g(x)$恒成立，只需，则![m\left[{\rm \cos}(x+ \dfrac{{\rm π}}{3})-1\right]\leqslant 2\left[{{\rm \cos}}^{2}(x+ \dfrac{{\rm π}}{3})-1\right]]()，

因为![x∈\left[0,{\rm π}\right]]()，![{\rm \cos}(x+ \dfrac{{\rm π}}{3})∈\left[-1, \dfrac{1}{2}\right]]()，

所以只需![m\geqslant 2\left[{\rm \cos}(x+ \dfrac{{\rm π}}{3})+1\right]]()恒成立， ………………………………10分

则所求$m$的取值范围为$m\geq 3$． …………………………………12分

【解析】本题考查三角恒等变换的应用，三角函数的性质，不等式恒成立问题，考查计算能力，考查对知识点的掌握能力，计算量大，属于中档题．

$(1)$利用两角和与差的三角函数化简函数的解析式，求出两个函数的最值，列出不等式求解即可；

$(2)$转换不等式为：函数恒成立，通过余弦函数的范围列出关系式，然后求解即可．