**江苏省仪征中学2022-2023学年度第二学期高一数学周练（2）**

一、单选题（本大题共**8**小题，共**40.0**分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 下列命题中，正确命题的个数是(    )



单位向量都共线；

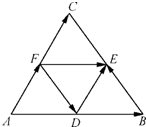
长度相等的向量都相等；

共线的单位向量必相等；

与非零向量共线的单位向量是．

A. B. C. D.

2. 如图，、、分别是的边、、的中点，则(    )



A. B. C. D.

3. 函数的零点所在的大致区间是(    )



A. B. C. D.

4. 某商场在销售空调旺季的天内的利润如下表所示．

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 时间 |  |  |  |  |
| 利润千元 |  |  |  |  |

现构建一个销售这种空调的函数模型，应是下列函数中的(    )



A. B. C. D.

5. 已知，且，则的形状为(    )

A. 等腰三角形 B. 直角三角形 C. 等边三角形 D. 等腰直角三角形

6. 若，，向量与向量的夹角为，则向量在向量上的投影向量为．(    )



A. B. C. D.

7. 正方形的边长为，是正方形的中心，过中心的直线与边交于点，与边交于点，为平面内一点，且满足，则的最小值为(    )

A. B. C. D.

8. 函数，当时，，则的取值可以是(    )



A. B. C. D.

二、多选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分。在每小题有多项符合题目要求）

9. 下列说法正确的是(    )

A. 与表示同一函数  
B. 函数的图象与直线的交点至多有个  
C. 若，则  
D. 关于的方程有一个正根，一个负根的充要条件是

10. 下列函数中，在区间上存在唯一零点的有(    )



A. B.   
C. D.

11. 已知向量，，满足，，，，则下列说法正确的是(    )

A.   
B. 若，则  
C. ，有恒成立  
D. 若，，则的值唯一

12. 中，，，则下列结论中正确的是(    )

A. 若为的重心，则  
B. 若为边上的一个动点，则为定值  
C. 若、为边上的两个动点，且的最小值为  
D. 已知是内部含边界一点，若，且，则的最大值是

三、填空题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

13. 关于的方程，的两根都小于，则实数的取值范围为          ．

14. 已知向量的夹角是，且，，则

15. 若关于的不等式在上有解，则实数的取值范围是

16. 已知非零平面向量不共线，且满足，记，当的夹角取得最大值时，的值为          ．

四、解答题（本大题共**6**小题，共**72.0**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. 本小题分

已知

求；若，求．

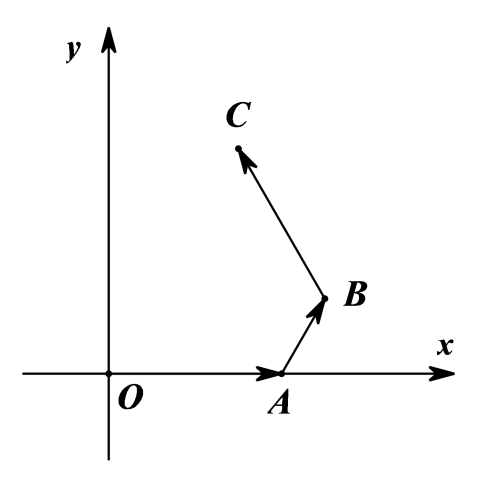
18. 本小题分

已知，，且．

求的值．求．

19. 本小题分

如图，在平面直角坐标系中，，，



求点的坐标；求证：四边形为等腰梯形．

20. 本小题分

年月日，国务院发布了精准防控新冠疫情的十条最新措施，以减轻疫情防控对企业经营和民众生活带来的损失．某公司为了尽快恢复经营活动，决定对业绩在万元到万元的业务员进行奖励，奖励方案遵循以下原则：奖金单位：万元随着业绩值单位：万元的增加而增加，但不超过业绩值的．

若某业务员的业绩为万，核定可得万元奖金，若该公司用函数为常数作为奖励函数模型，则业绩万元的业务员可以得到多少奖励？参考数据

若采用函数，求的范围．

21. 本小题分  
如图，在中，，，与交于点，设，．  
若，求及；  
在线段上取一点，在线段上取一点，使过点，设，，求的最小值．

|  |
| --- |
|  |

22. 本小题分  
函数的定义域为，若，满足，则称为的不动点．  
已知函数，．  
试判断不动点的个数，并给予证明；  
若“”是真命题，求实数的取值范围．

**答案和解析**

1.【答案】

【解析】

【分析】

本题主要考查了向量的概念，属于基础题．  
利用单位向量，相等向量，共线向量的概念逐个判断即可得出结论．

【解答】

解：不同的单位向量有不同的方向，故错；  
长度相等的向量方向不一定相同，故错；  
共线的单位向量有可能方向相反，故错；  
与非零向量共线的单位向量是或，故错．  
故选*D*．

2.【答案】

【解析】

【分析】

本题考查向量的减法三角形法则，考查共线向量，属于基础题．  
利用、、分别是的边、、的中点，及向量的减法三角形法则，可得结论．

【解答】

解：是的边的中点，

，  
，  
、分别是的边、的中点，  
，  
是的边的中点，  
，  
．  
，  
故选*D*．

3.【答案】

【解析】

【分析】

本题考查判断函数零点、方程的根所在区间的方法，属于基础题．  
结合的单调性和零点存在性定理即可求得正确答案．

【解答】

解：因为函数在上单调递增，

，

所以，所以的零点所在的大致区间是．

故选：．

4.【答案】

【解析】

【分析】

本题考查了指数函数、对数函数与幂函数模型的相关知识，属于基础题．  
把，，，分别代入选项中的函数，求出函数值与表格中的对应值比较，即可得到结果．

【解答】

解：对于，当时，，不符合题意，  
对于，把，，，代入，  
所得的函数值接近表格中的对应值，符合题意，  
对于，把，，代入，所得的函数值接近表格中的对应值，  
当时，，与表格中的对应值差距较大，不符合题意，  
对于，把，代入，所得的函数值接近表格中的对应值，  
当时，，与表格中的对应值差距较大，不符合题意，  
故选*B*．

5.【答案】

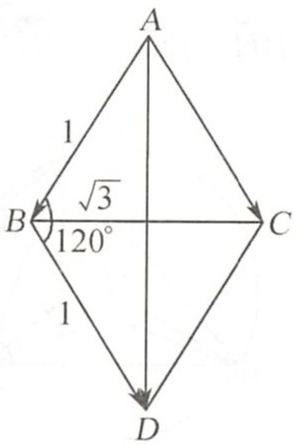
【解析】

【分析】

本题主要考查了平面向量的模，三角形的形状判断，属于基础题．  
由题意画出图形，可知四边形为菱形，根据向量的模长可得，从而判断的形状．

【解答】

解：如图所示，  
  
由向量加法的平行四边形法则及，  
可知，构成的四边形为菱形，  
且菱形较长对角线长为，  
所以，  
所以，  
所以的形状为等边三角形．  
故选*C*．



6.【答案】

【解析】

【分析】

本题主要考查向量的数量积，考查投影向量，属于基础题．  
利用投影向量的定义直接求解．

【解答】

解：因为，，向量与向量的夹角为，

所以向量在向量上的投影向量为：．

故选：．

7.【答案】

【解析】

【分析】

本题主要考查的是用基底表示向量，向量数量积的概念及运算，属于较难题．  
根据题意可得 ，进而可得 ，从而利用向量的数量积公式及二次函数的性质即可求得结果．

【解答】

解：由 ，得 ，  
因此 ，  
所以   
  
，  
当 取最大值时， 取得最小值．  
故选*D*．

8.【答案】

【解析】

【分析】

此题考查函数与方程的应用，考查数学转化思想，属于较难题．  
构造，，当时，判断在上是否恒成立，当时，可得必过点，函数，，两函数同号，求得，结合选项即可判断．

【解答】

解：设，，  
则在上为增函数，且，  
当时，在上恒成立，  
若当时，，则在上恒成立，  
设，为方程的两个解，  
则，，  
此时方程有一正一负两个实根，  
不能满足在上恒成立，不合题意．  
当时，  
当时，，则有时，，  
当时，，  
即必过点，  
则，即，  
此时，  
则满足的另一个零点，符合题意，  
所以，又，  
所以  
由选项可知，只有满足，  
故选*A*．

9.【答案】

【解析】

【分析】

本题考查判断两个函数是否为同一函数，函数的定义，求函数值，方程的根的个数，属于基础题．  
，根据同一函数的概念即可判断；，根据函数的定义即可判断；，直接计算函数值即可；，根据一元二次方程的判别式和根与系数的关系列不等式即可判断．

【解答】

解：对于，的定义域为，定义域为，定义域不同，所以不是同一函数，故*A*错误；

对于，根据函数的定义可知，当的定义域中含有时，函数的图象与直线有一个交点，

当的定义域中不含时，函数的图象与直线没有交点，

综上所述：函数的图象与直线的交点至多有个，故*B*正确；

对于，因为，所以，所以，故*C*正确；

对于，设方程的正根为，负根为，

则关于的方程有一个正根，一个负根的充要条件为：，解得，故*D*错误．

故选*BC*．

10.【答案】

【解析】

【分析】

本题重点考查函数的单调性，零点存在定理，属于容易题．

【解答】

解：因为的解为，，所以在区间上有两个零点，所以不正确

因为在上为增函数，且，，所以在区间上存在唯一零点，*B*正确

因为在上为增函数，且，，所以在区间上存在唯一零点，*C*正确

因为在上为减函数，且，，

所以在区间上存在唯一零点，所以*D*正确．

11.【答案】

【解析】

【分析】

本题考查向量数量积的性质，以及向量的运算，考查转化思想和运算能力、推理能力，属于中档题．  
由向量的平方即为模的平方，化简计算可判断；  
由向量垂直的条件：数量积为，可判断；  
由向量的平方即为模的平方，结合二次函数的最值，可判断；  
由向量的减法和向量的平方即为模的平方，计算可判断．

【解答】

解：由于，，可得，即有，故*A*错误；  
若，，可得，所以，则，故*B*正确；  
由，，，可得，  
当时，取得等号，故*C*正确；  
若，，则不唯一，故*D*错误．  
故选：．

12.【答案】

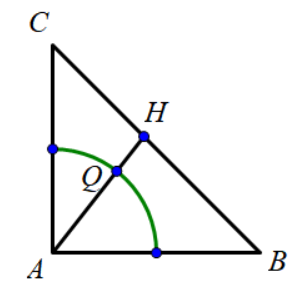
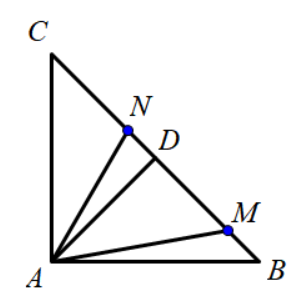
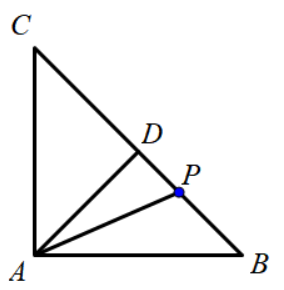
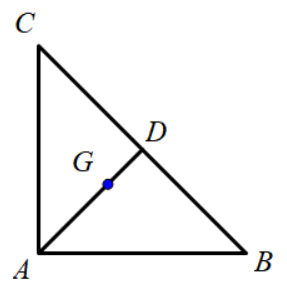
【解析】

【分析】

本题主要考查平面向量的线性运算和数量积，考查逻辑思维能力与推理运算能力，属于难题．  
根据选项画图，由平面向量的线性运算和数量积依次计算判断即可

【解答】

解：取中点，连接，  
  
则，故*A*错误   
如图，由题意得，  
  
，  
所以，故*B*正确   
如图，，   
  
所以  
  
  
  
，  
即当时，有最小值，故*C*正确   
如图，，  
  
所以点的轨迹是以为圆心，为半径的圆在内部的圆弧部分．  
延长交于点设，  
由图可得，   
则，  
由平面向量三点共线定理可得，  
因为，，三点共线，所以，  
所以，  
又，所以的最大值小于，故*D*错误



13.【答案】

【解析】

【分析】

由方程有两个小于且不相等的实数根知判别式，两根，，联立求解即可．  
本题考查了一元二次方程的根的分布与系数的关系，列方程组求解，要注意条件的等价性，属于中档题．

【解答】

解：由题意可得判别式，两根之和，，  
即，即．  
解得，  
故答案为．

14.【答案】

【解析】

【分析】

本题考查向量的数量积运算，属于基础题．  
利用向量的数量积运算公式可直接求解．

【解答】

解：利用向量的数量积，得到  
  
．  
故答案填：．

15.【答案】

【解析】

【分析】

本题考查函数的零点与方程的根，属于一般题．  
将在上有解转化为至少有一个负数解，构造画出图象，平移图象，根据临界点判断求解即可．

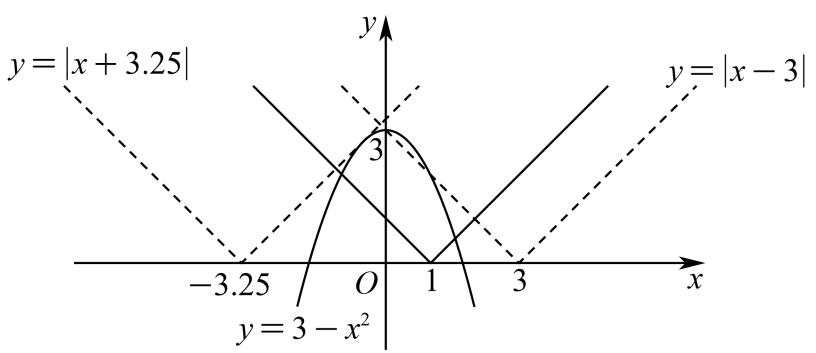
【解答】

解：由题知，可将在上有解，

转化为至少有一个负数解，

构造，

画出两函数的图象，如图：



当时，与相交于点，

要使与的交点在轴左侧，

则需满足，

在函数不断左移的过程中，

若与左侧曲线相切，

则有，

即，

则，

解得，

则，  
综上，  
则实数的取值范围是．

故答案为：．

16.【答案】

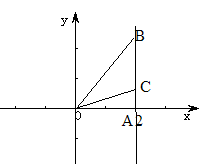
【解析】

【分析】

本题主要考查的是向量的综合应用，属于较难题．  
可结合条件建立适当坐标系，转化为坐标运算求解，注意基本不等式的利用．

【解答】

解：因为，设向量，夹角为，  
则有，建立平面直角坐标系如图，  
  
其中，  
则，，，  
如图，则，的夹角为，  
又，  
所以  
，  
当且仅当时，正切值取最大值，  
此时，  
故答案为．



17.【答案】解：，

；

，

，

即

，

得．

【解析】本题考查向量线性运算的坐标表示，考查向量数量积的坐标表示与向量的垂直关系，属于基础题．  
根据向量线性运算的坐标表示可得答案；  
由题意，根据向量数量积的坐标表示可得答案．

18.【答案】解：由题意知，，，且，  
则，  
即，  
故．  
由知，  
由题意知，，，  
故．

【解析】本题考查利用向量的数量积求向量的模、向量的数量积的概念及其运算，属于较易题．  
由题意结合向量数量积的运算，即可求得的值．  
由的结论，结合向量数量积的运算，即可求得向量的模．

19.【答案】解：设，则，

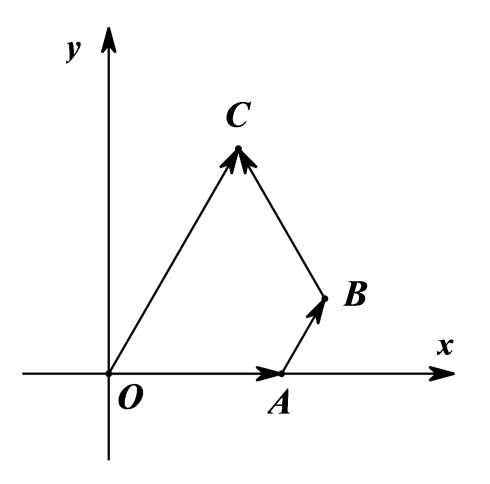
，

，

，

；

证明：连接，



，，

，且，

又，，

，

四边形为等腰梯形．

【解析】本题考查平面向量在几何中的应用，涉及向量线性运算的坐标表示，以及共线定理的应用，属于较难题．  
先根据，，求得的坐标，再根据即可得点的坐标；

利用向量的坐标可得，计算模可得，从而证得．

20.【答案】解：对于函数模型为常数，

当时，，代入得，

解得，即，

因为函数和函数在上都为增函数

所以函数在上都为是增函数，

当时，，

所以业绩万元的业务员可以得到万元奖励．

对于函数模型，

因为函数在递增，所以，即；

又由奖金不超过业绩值的，得

恒成立，

即对恒成立．

记，

因为二次函数图象开口向上且，所以函数图象的对称轴，

所以只需，即

解得所以

综上可知，实数的取值范围是．

【解析】本题考查函数模型的综合应用，属于一般题．  
将题中的条件代入，可以求出具体的函数解析式，即可解决．

根据题意列出关于的不等式，然后把问题转化为研究函数的恒成立问题，进而确定参数的取值范围．

21.【答案】解：因为，，三点共线，所以存在实数，使得  
，  
又，，三点共线，所以存在实数，使得，  
由于不共线，所以，解得，  
故，所以；  
因为，，三点共线，所以存在实数，使得，  
则，消去，解得，即，  
所以，  
当且仅当时取等号，此时的最小值为．

【解析】本题考查了平面向量基本定理的应用，涉及到基本不等式的应用，考查了学生的运算求解能力，属于中档题．  
利用，，与，，三点共线分别可设使得，，然后利用向量不共线建立方程求出，的值，由此可以求解；因为，，三点共线，所以存在实数，使得，然后利用的结论求出解得，然后利用基本不等式即可求解．

22.【答案】解：  
．  
下面分区间讨论的不动点个数．  
当时，，  
因为函数在上单调递增，，，  
所以在内存在唯一零点，即在内存在唯一不动点；  
当时，，解得，  
即在内存在唯一不动点；  
当时，；  
在上单调递增，，，  
所以在内有唯一零点，即在内存在唯一不动点；  
综上所述，有个不动点．  
因为“”是真命题，  
所以有解，  
即有解，  
所以有解，即有解，  
即有解，  
令，，函数与在上都是减函数，值域分别为和；  
所以的取值范围是．

【解析】本题主要考查命题的真假应用，考查了不等式性质，考查了复合函数，理解新定义是是解决本题的关键，属于难题．  
用函数复合运算求出函数解析式，理解新定义，分段讨论，解方程确定不动点个数；  
对命题等价变换，用函数值域确定取值范围．