

# 高一年级 12 月联考

## 数学试题

2022. 12

命题人：梁建      审核人：邓迎春

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1、已知全集  $U = R$ , 且  $A = \{x \mid |x-1| > 2\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 - 6x + 8 < 0\}$ , 则  $(C_U A) \cup B$  等于 ( ▲ )

- A.  $[-1, 4)$       B.  $(2, 3)$       C.  $(2, 3]$       D.  $(-1, 4)$

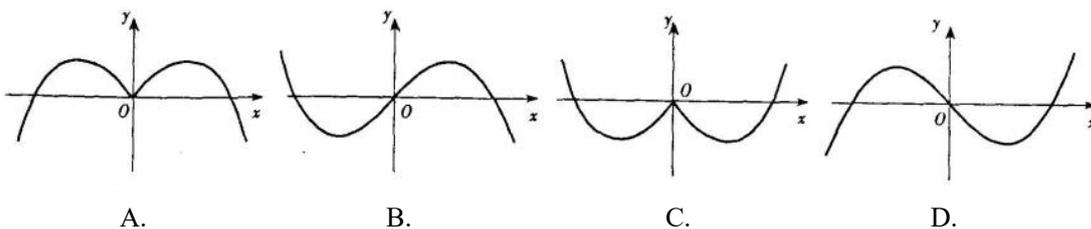
2、函数  $y = \sqrt{x(x-1)} + \sqrt{x}$  的定义域为 ( ▲ )

- A.  $\{x \mid x \geq 0\}$       B.  $\{x \mid x \geq 1\}$       C.  $\{x \mid x \geq 1\} \cup \{0\}$       D.  $\{x \mid 0 \leq x \leq 1\}$

3、“ $\alpha = \frac{\pi}{6} + 2k\pi (k \in Z)$ ”是“ $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ”的 ( ▲ )

- A. 充分而不必要条件      B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件

4、函数  $y = -x \cos x$  的部分图象是 ( ▲ )



5、已知  $\sin \alpha < 0$ , 且  $\sin 2\alpha > 0$ , 则角  $\alpha$  所在的象限是 ( ▲ )

- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

6、深度学习是人工智能的一种具有代表性的实现方法, 它是以神经网络为出发点的. 在神经网络优化中, 指数衰减的学习率模型为  $L = L_0 D^{\frac{G}{G_0}}$ , 其中  $L$  表示每一轮优化时使用的学习率,  $L_0$  表示初始学习率,  $D$  表示衰减系数,  $G$  表示训练迭代轮数,  $G_0$  表示衰减速度. 已知某个指数衰减的学习率模型的初始学习率为 0.8, 衰减速度为 22, 且当训练迭代轮数为 22 时, 学习率衰减为 0.4, 则学习率衰减到 0.1 以下所需的训练迭代轮数至少为 ( ▲ )

- A. 23      B. 34      C. 45      D. 67

7、已知二次函数  $f(x)$  的二次项系数为  $a$ , 且不等式  $f(x) > -2x$  的解集为  $(1, 3)$ , 若方程  $f(x) + 6a = 0$  有两个相等的实数根, 则实数  $a$  的值为 ( ▲ )

- A. 1      B.  $-\frac{1}{5}$       C. 1 或  $-\frac{1}{5}$       D. -1 或  $-\frac{1}{5}$

8、设  $a = \log_{\sin 1} \cos 1$ ,  $b = \log_{\sin 1} \tan 1$ ,  $c = \log_{\cos 1} \sin 1$ ,  $d = \log_{\cos 1} \tan 1$ , 则  $a, b, c, d$  的大小关系为 ( ▲ )

- A.  $b < a < d < c$       B.  $b < d < a < c$       C.  $d < b < c < a$       D.  $b < d < c < a$

二、多项选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分.

9、函数  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(-x^2 + 6x - 5)$  在下列哪些区间内单调递减 ( ▲ )

- A.  $(-\infty, 3)$       B.  $(3, 5)$       C.  $(1, 3)$       D.  $(2, 3)$

10、记使得函数  $f(x) = x^2 - 6x + 9$  在  $x \in [1, n]$  上的值域为  $[0, 4]$  的实数  $n$  的取值范围为集合  $A$ , 过点

$(4, 2)$  的幂函数  $g(x)$  在区间  $[m-1, m+13]$  上的值域为集合  $B$ , 若  $A$  是  $B$  的必要不充分条件, 则整数  $m$  的取值可以为 ( ▲ )

- A. 10      B. 11      C. 12      D. 13

11、下列命题中正确的有 ( ▲ )

A. 若  $\alpha$  是第一象限角, 则  $\sin \alpha + \cos \alpha > 1$

B. 函数  $y = \cos(\sin x)$  的值域是  $[\cos 1, 1]$

C. 若圆心角为  $\frac{\pi}{3}$  的扇形的弧长为  $\pi$ , 则该扇形的面积为  $3\pi$

D. 若  $\alpha, \beta$  都是第一象限角, 若  $\alpha > \beta$ , 则  $\sin \alpha > \sin \beta$

12、已知直线  $x = \frac{\pi}{6}$  是函数  $f(x) = \sin(2x + \varphi)$  ( $0 < \varphi < \pi$ ) 的一条对称轴, 则 ( ▲ )

A. 点  $(\frac{\pi}{6}, 0)$  是函数  $f(x)$  的一个对称中心

B. 函数  $f(x)$  在  $[\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}]$  上单调递减

C. 若  $f(x_1) = f(x_2)$ , 则有  $x_1 - x_2 = k\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )

D. 函数  $y = f(x)$  与  $g(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{6})$  的图像关于直线  $x = \frac{\pi}{4}$  对称

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.第16题第一空2分,第二空3分.

13、已知角  $\theta$  终边经过点  $(3, -4)$ , 则  $\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} - \theta) \cdot \cos(\pi + \theta)}{\sin(\frac{\pi}{2} + \theta) \cdot \cos(\frac{5\pi}{2} + \theta)} = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$

14、已知函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的奇函数, 且  $f(x+4) = f(x)$ , 若  $f(1) = 2$ , 则  $f(2023) = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$

15、终边不同的两个角  $\alpha, \beta$  满足  $\cos \alpha = \cos \beta$ , 则  $\alpha$  与  $\beta$  满足的关系式 (用弧度制表示) 为  $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$

16、若函数  $f(x) = 2\sin(\omega x + \frac{\pi}{3}) + m$  ( $0 < \omega < 5$ ) 满足  $f(x + \frac{\pi}{3}) + f(\frac{\pi}{3} - x) = 2$ , 则  $\omega + m = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$ ; 在

此条件下, 若函数  $f(x) = a$  在区间  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上有两个不相等的实数根, 则实数  $a$  的取值范围为  $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17、(1) (5分) 计算:  $1.1^0 + e^{\ln 2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \log_{\frac{1}{4}} \frac{\sqrt{2}}{2} + \lg 25 + 2 \lg 2$

(2) (5分) 已知  $2\cos\alpha + \sin\alpha = 0$ , 求  $\sin^2\alpha - \sin\alpha \cdot \cos\alpha$  的值

18、(12分) 已知幂函数  $f(x) = (m^2 - 2m + 2)x^{5k - 2k^2}$  ( $k \in \mathbf{Z}$ ) 是偶函数, 且在  $(0, +\infty)$  上单调递增.

(1) (5分) 求函数  $f(x)$  的解析式;

(2) (7分) 若正实数  $a, b$  满足  $2a + 3b = 7m$ , 求  $\frac{3}{a+1} + \frac{2}{b+1}$  的最小值.

19、(12分) 已知  $-\pi < \alpha < 0$ , 且满足\_\_\_\_\_. 从①  $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ; ②  $\cos\alpha + \sin\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ ; ③  $\tan\alpha = -2$ .

三个条件中选择一个合适的, 补充在上面的问题中, 然后作答补充完整的题目.

(1) (6分) 求  $\cos\alpha - \sin\alpha$  的值:

(2) (6分) 若角  $\beta$  的终边与角  $\alpha$  的终边关于  $y$  轴对称, 求  $\frac{\cos\beta + \sin\beta}{\cos\beta - \sin\beta}$  的值.

20、(12分) 已知函数  $f(x) = \frac{1-2^x}{1+2^x}$

(1) (3分) 判断并证明函数  $f(x)$  的奇偶性;

(2) (4分) 用定义判断并证明  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上的单调性;

(3) (5分) 若不等式  $f(tx) + f(x^2 + 4) > 0$  对  $x > 0$  有解, 求  $t$  的范围.

21、（12分）已知函数  $f(x) = \sin(\frac{\pi}{6} - 2x) - \frac{1}{2}$ ,  $g(x) = 2\cos(2x + \frac{\pi}{6}) - 2 - m$ ,

(1)（3分）求函数  $g(x)$  的单调递减区间;

(2)（3分）求不等式  $f(x) \geq 0$  的解集;

(3)（6分）若对任意  $x_1 \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ , 存在  $x_2 \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ , 使得  $f(x_1) = g(x_2)$ , 求实数  $m$  的取值范围.

22、（12分）定义在  $\mathbb{R}$  上的函数  $f(x)$  满足  $f(x) - f(-x) = 0$ , 且  $f(x) = \log_a(a^{2x} + 1) - bx$ , 其中  $a > 0$  且  $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ .

(1)（2分）求实数  $b$  的值;

(2)（4分）已知: 当  $0 < a < 1$  时, 函数  $f(x)$  的单调递增区间为  $(-\infty, 0]$ ; 当  $a > 1$  时, 函数  $f(x)$  的单调递增区间为  $[0, +\infty)$ ; 解关于  $x$  的不等式  $f(\ln x) < f(-1)$ ;

(3)（6分）若函数  $g(x) = a^{f(x)+x} - 2m \cdot a^x$ ,  $x \in \{x | x(x - \log_a 3) \leq 0\}$ . 是否存在实数  $m$ , 使得函数  $g(x)$  的最小值为  $-2$ . 若存在, 求出  $m$  的值; 若不存在, 请说明理由.