**江苏省仪征中学2022—2023学年度第一学期**

**高一数学综合小练（2）**

学校:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_考号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

一、单选题（本大题共**2**小题，共**10.0**分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 已知全集$U=R$，$A=\{x|\frac{2x-5}{1-x}\leq 1\}$，则$∁\_{U}A=$(    )

A. $(1,2]$ B. $(-\infty ,1]∪(2,+\infty ]$
C. $[1,2)$ D. $(-\infty ,1)∪[2,+\infty )$

1. 若$x>0$，$y>0$，且$2x+5y=20$，则$lgx+lgy$的最大值为(    )

A. $1$ B. $2$ C. $3$ D. $4$

二、多选题（本大题共**1**小题，共**5.0**分。在每小题有多项符合题目要求）

1. 符号$[x]$表示不超过$x$的最大整数，如$[2.1]=2$，$[π]=3$，$[-1.2]=-2$，定义函数$\{x\}=x-[x]$，以下结论正确的是(    )

A. 函数$\{x\}$的定义域是$R$，值域为$[0,1)$ B. 方程$\{x\}=\frac{1}{2}$有无数个解
C. 函数$\{x\}$是奇函数 D. 函数$\{x\}$是增函数

三、填空题（本大题共**2**小题，共**10.0**分）

1. 已知$a\leq 2$，化简：$\sqrt{(a-2)^{2}}+\sqrt[3]{(a+3)^{3}}+(\frac{1}{4})^{-\frac{1}{2}}+(-3)^{0}=$          ．
2. 若命题“$∃x\_{0}\in R$，$x\_{0}^{2}-2x\_{0}-a=0$”为假命题，则实数$a$的取值范围是          $.$

四、解答题（本大题共**1**小题，共**12.0**分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

1. $($本小题$12.0$分$)$

已知函数$f(x)=\frac{x}{x^{2}+4}$，$x\in (-2,2)$．

$(1)$求$f(f(1))$的值$;$

$(2)$用定义证明函数$f(x)$在$(-2,2)$上为增函数$;$

$(3)$若$f(a+2)>f(2a-1)$，求实数$a$的取值范围．

**答案和解析2**

1.【答案】$C$

解：$A=\{x|\frac{2x-5}{1-x}\leq 1\}=\{x|x<1$或$x⩾2\}$，$∁\_{U}A=\{x|1⩽x<2\}$，即$∁\_{R}A=[1,2)$．

2.【答案】$A$

解：$∵2x+5y=20\geq 2\sqrt{10xy}$，则$xy\leq 10$，当且仅当$2x=5y$，即$x=5$，$y=2$时取等号，

又$lg x+lg y=lg \left(x⋅y\right)⩽lg 10=1$，即最大值为$1$．

3.【答案】$AB$

解：对于$A$：函数$\{x\}$的定义域为$R$，当$x$为整数时，$\{x\}=0$，当$x$不是整数时，$\{x\}$为$x$的小数部分，即$\{x\}\in (0,1)$，故函数的值域是$[0,1)$，故*A*正确；对于$B$：画出函数$\{x\}$的大致图象如下：
由图可知，方程$\{x\}=\frac{1}{2}$有无数个解，故*B*正确；对于$C$：$∵$函数$\{x\}$的定义域是$R$，而$\{-x\}=-x-[-x]\ne -\{x\}$，故$\{x\}$不是奇函数，故*C*错误；对于$D$：函数$\{x\}$是周期函数，不是增函数，故*D*错误；

4.【答案】$8$
解：原式$=|a-2|+a+3+[(\frac{1}{2})^{2}]^{-\frac{1}{2}}+1$，因为$a\leq 2$，所以原式$=2-a+a+3+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+1=8$．
5.【答案】$(-\infty ,-1)$

解：由题意知“$∀x\in R$，$x^{2}-2x-a\ne 0$”为真命题，即$a\ne x²-2x$恒成立，
而$x^{2}-2x=(x-1)^{2}-1\geq -1$，故$a<-1$．

6.【答案】$(1)$解：因为$f(1)=\frac{1}{1+4}=\frac{1}{5}$，所以$f(f(1))=f(\frac{1}{5})=\frac{\frac{1}{5}}{(\frac{1}{5})^{2}+4}=\frac{5}{101}$．

$(2)$证明：$∀x\_{1}$，$x\_{2}\in (-2,2)$，且$x\_{1}<x\_{2}$，则$f(x\_{1})-f(x\_{2})=\frac{x\_{1}}{x\_{1}^{2}+4}-\frac{x\_{2}}{x\_{2}^{2}+4}$ $=\frac{(x\_{2}-x\_{1})(x\_{1}x\_{2}-4)}{(x\_{1}^{2}+4)(x\_{2}^{2}+4)}$，
因为$-2<x\_{1}<x\_{2}<2$，所以$x\_{2}-x\_{1}>0$，$x\_{1}x\_{2}-4 <0$，所以$f(x\_{1})-f(x\_{2})<0$，即$f(x\_{1})<f(x\_{2})$，所以函数$f(x)$在$(-2,2)$上为增函数．

$(3)$解：由$(2)$知$f(x)$在$(-2,2)$上为增函数$.$又$f(a+2)>f(2a-1)$，所以$\left\{\begin{matrix}-2<a+2<2,\\-2<2a-1<2,\\a+2>2a-1,\end{matrix}\right.$解得$\left\{\begin{matrix}-4<a<0,\\-\frac{1}{2}<a<\frac{3}{2},\\a<3,\end{matrix}\right.$即$-\frac{1}{2}<a<0$，所以实数$a$的取值范围是$(-\frac{1}{2},0)$．