

“统计与概率”领域的 课标变化与教学建议*

曹建军(浙江省杭州市上城区教育学院)

摘要:从内容要求等方面系统分析课标中“统计与概率”领域的变化,从历史视角与全球视野了解课改趋势,分析课标新增内容的教学价值,明确学科本质,提出教学建议,即明确数据特征,寻找真实问题素材;经历活动全程,注重多元评价方案;厘清概念内涵,渗透定量研究方法;把握素养特征,运用语言表达交流;重视统计意义,强调统计思维培养。

关键词:概率与统计;课标变化;教学建议

文章编号:1002-2171(2023)4-0069-03

数学课程标准是由国家制定的指导数学课程实施的纲领性文件,研究课标有助于深入了解课改的趋势,把握课程的内涵与学科本质。笔者尝试对比研究《义务教育数学课程标准(2011年版)》[以下简称《课标(2011年版)》]和《义务教育数学课程标准(2022年版)》[以下简称《课标(2022年版)》]中“统计与概率”领域的变化,以期为教师开展教学、有效落实课标理念等提供参考。

1 课标变化分析

1.1 内容要求的变化

研究具体内容的变化有助于我们明确主题核心概念,准确理解学科本质^[1]。《课标(2022年版)》对课程内容进行了结构化整合,使其更有利于核心素养的培养。在“统计与概率”领域,初中学段仍为两个主题,分别是“抽样与数据分析”“随机事件的概率”。对比《课标(2011年版)》,“抽样与数据分析”主题有较多的变化:对简单随机抽样的要求由“了解”变为“认识”;对统计量的要求中增加了“理解中位数、众数的意义”;增加了“计算一组简单数据的离差平方和”;新增“经历数据分类的活动,知道按照组内离差平方和最小的原则对数据进行分类的方法”;新增“会计算四

分位数,了解四分位数与箱线图的关系,感悟百分位数的意义”。“随机事件的概率”主题,除研究对象由“事件”明确为“随机事件”外,没有其他变化。

1.2 素养表述的变化

《课标(2011年版)》强调注重发展“数据分析观念”,指明统计的核心是数据分析。结合《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》[以下简称《课标(2020年修订)》]将“数据分析”作为六个数学核心素养之一,提出素养的具体表现与数据分析的完整过程,指明了学段特征,即高中侧重于推断统计,《课标(2022年版)》认为核心素养具有整体性、一致性和阶段性,在不同阶段具有不同表现,小学阶段侧重对经验的感悟,为“数据意识”,初中阶段侧重对概念的理解,为“数据观念”,既继承了《课标(2011年版)》“核心词”的内核,又从内涵上将核心素养在小学、初中、高中的表现贯通,实现了基础教育阶段核心素养的一致性和阶段性表达^[2]。

2 课改趋势分析

2.1 历史视角:时代发展的影响

随机现象是许多学科研究对象的基本特性。数据分析作为刻画随机现象统计规律的语言,为许多学科

* 2020年浙江省教研重点课题“基于学科关键能力评价的初中数学教学改进研究”(课题编号:Z2020008)的阶段性研究成果。

探索其变化和发展的规律性提供观念、方法和工具。自二十世纪以来,科学技术、经济金融快速发展,一方面统计学分支扩张,呈现出学科分化越来越细的特点,创造出新的数据分析技术。另一方面不同学科之间的交叉日益广泛,不同学科分析随机现象的统计思想也互相渗透,分析技术得到空前发展,许多新的数据分析技术不仅成为推动统计学发展的动力,也逐渐成为其他领域广泛使用的科学语言。尤其大数据时代,信息技术革命和经济社会活动深度融合,使得拥有大数据成为这个时代的特征,也使得解读与分析大数据成为这个时代的任务。数据分析成为“互联网+”相关领域的主要数学方法^[3]。因此,数据分析素养的出现绝非偶然,它作为体现时代特征的学科核心素养,反映了时代发展对数学教学内容和学生培养目标的影响。

2.2 全球视野:内容拓展的必要

文献[4]比较了在世界上具有重要影响、在一些国际比较项目中成绩较为突出的中国、美国、澳大利亚三个国家的6个版本教材。内容广度排名第一位的美国 *Mathematics* 教材是中国 *BNUP* 教材的两倍,可见知识点数量之间的差异非常显著。进一步研究可以发现,这些内容广度上的差异主要体现在两个方面:一是美国教材和澳大利亚教材出现较多的背靠背茎叶图、盒式图、点图(线图)、散点图等统计图,以及异常值、四分位数、变异性等概念,中国教材中均未涉及;二是对于统计中的一些核心概念,美国教材中的“分布”和澳大利亚教材中的“数据”,作为重要内容反复出现,而在中国(*BNUP* 和 *PEP*)教材中均未能给予重视。因此,我国教材需适当地拓展相关的知识点,让学生在初中阶段有机会了解更多的统计知识和统计方法。

3 新增内容分析

这里主要分析整体分布与数据分组,其他内容结合教学建议进行分析。

3.1 整体分布:百分位数和四分位数

分布是描述数据整体特征的重要工具。美国 *Connected* 教材把数据分布作为一个重要的概念和统计内容展开的线索,将对分布的理解渗透到相关统计图表、统计量和数据比较的学习中,通过对数据分布

的不断探究和深入理解,促进学生从整体上把握数据的特征^[4]。而我国教材弱化了分布的内容,初中只有频数分布的概念,分布的正式出现在高中。这也导致初中学生总是把数据看作离散的一列数,而不是一个具有共同性质的整体^[4]。

《课标(2022年版)》新增“会计算四分位数,了解四分位数与箱线图的关系,感悟百分位数的意义”。百分位数是刻画数据分布位置的统计量,是数据分析中常用且重要的一个统计量,四分位数是特殊的百分位数。关于四分位数或百分位数到底是表征集中程度还是离散程度的问题,要从两方面来看,如果仅是其中一个四分位数,则与中位数类似,是表征集中程度的;如果是所有四分位数,从数据整体来看分布情况,则是可以表征离散程度的,其本质是用四分位差来表征数据的离散程度。

3.2 数据分组:组内离差平方和最小原则

在大数据分析中,数据的分组是重要的方法之一,而使得“组内离差平方和最小”的方法则是最传统,也非常合理的^[5]。通过计算组内离差平方和,我们可以找到较为合理的分组方法。也就是说,我们对数据分组需要通过定量的研究找到定量刻画的工具。

《课标(2022年版)》给出了组内离差平方和最小原则,就必须讲离差平方和的概念。实际上,方差计算公式中没有求平均之前的部分就是离差平方和,只不过没有给出具体的定义。

4 教学建议

4.1 明确数据特征,寻找真实问题素材

“统计与概率”的研究对象是数据和随机现象,教学中应该注重这部分内容独特的思想方法和教育价值。义务教育阶段处理的数据主要是用数来表达的,但是这些数都是有实际背景的。脱离实际背景的单纯的数的研究是“数与代数”的内容,不是统计的内容。因此,“统计与概率”研究的问题本来就来自数学学科的外部,是数学内容中最接近现实生活的内容。基于现有教材一般都是围绕学生校园生活和家庭生活的背景,建议进一步加强统计内容背景的多样性,使学生感受统计与生活、社会、科技文化的密切联系,

助力他们在更综合的背景下形成良好的数学素养。这也与项目式学习真实情境的要求吻合,是适合学科项目式学习的重要素材。

4.2 经历活动全程,注重多元评价方式

数据处理过程是学生数据分析素养发展的必经之路。《课标(2022年版)》对简单随机抽样的要求由“了解”变为“认识”。事实上,分析各版本教材可以发现,即便是简单随机抽样,都要设计调查方案、改进调查方法,要与全面调查建立联系与区别,显然仅“了解”是不够的。因此,教学中要克服单纯的演练统计习题,而让学生经历收集、整理、描述、分析数据活动的全过程,其中收集数据是第一步,加强数据来源的准确性对于数据分析的有效性至关重要。

同时,《课标(2022年版)》在各个学段对统计过程的要求,体现了学习的一致性和进阶性。相应地,对学生数据分析素养的测评不仅要定性与定量相结合,还要注重过程性评价和结果性评价的结合,采用多元化的评价方式来测评学生数据分析素养发展的综合水平。

4.3 厘清概念内涵,渗透定量研究方法

小学概率的研究对象是“随机现象”,而初中则由“事件”明确为“随机事件”。要清楚这一改变,就必须理解“随机现象”和“随机事件”的联系与区别。

数学历来被认为是确定性的科学。但是在我们的日常生活和生产实践中,会遇到大量不确定的事情。为了区别确定性的事情,人们把这样的一类事情称为随机现象。

数学的本质在于度量,无论是确定性问题还是随机性问题都是如此。为了实现对随机现象的量化分析,我们只能从经验出发进行数学的抽象,构建度量的方法,刻画发生的规律,预测发生的可能。数学不研究一个现象的发生为什么是随机的,而在于研究如何刻画随机现象发生的规律,最基础的问题就是如何刻画随机现象发生可能性的大小,这也是随机现象最本质的数学特征。人们称可能性大小的度量为概率。为了数学的研究,人们把那些能够用概率进行度量的随机现象称为随机事件。

由以上分析不难发现,“随机现象”到“随机事件”的变化,不仅是研究对象的变化,也是研究方法的变化,即从对随机现象的定性描述到对随机事件的定量

刻画。这就启示我们,教学中应该注重对随机事件随机性特征的强调,渗透定量研究的方法。

4.4 把握素养特征,运用语言表达交流

数学不仅是运算和推理的工具,还是表达与交流的语言。而统计学就是用数学的方法认识、理解和表达现实世界中的随机现象,数据分析则是刻画随机现象统计规律的语言。《课标(2022年版)》明确要求,能够感悟数据的意义与价值,有意识地用真实数据表达、解释与分析现实世界中的不确定现象。也就是说,统计思维和表达能力是学生数据分析素养发展的桥梁。因此,教学活动的设计一定要综合考虑学生思维和表达能力的发展,为学生创造机会和空间,使他们不仅能运用概率统计的知识佐证自己的结论,还会用统计语言和同伴进行交流。

4.5 重视统计意义,强调统计思维培养

《课标(2022年版)》对统计量要求的扩充启示我们,对于统计量,不应只知道其定义、数据的运算,更应该清楚其意义与作用。事实上,《课标(2022年版)》将核心素养分学段进行表述,初中侧重对概念的理解,即不仅要清楚“是什么”,也要在“为什么”和“怎么想”上下功夫,让学生充分理解概念的本质,能根据实际问题的需要,选择合适的统计量来刻画数据。

同时,确定性数学一般以演绎的方式培养人的确定性思维,而统计学的一个重要思想就是利用样本来估计总体,以归纳的方式提供另一种有效的思维模式,即统计思维,其与确定性思维一样都是重要的思维方式。因此,统计教学更强调统计思维的培养,而不仅仅注重基本概念的掌握和数据的运算。

参考文献:

- [1] 马云鹏. 聚焦核心概念,落实核心素养——《义务教育数学课程标准(2022年版)》内容结构化分析[J]. 课程·教材·教法,2022,42(6):35-44.
- [2] 义务教育数学课程标准修订组. 聚焦核心素养,指向学生发展——义务教育数学课程标准(2022年版)解读[J]. 基础教育课程,2022(5):12-18.
- [3] 史宁中,王尚志. 普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)解读[M]. 北京:高等教育出版社,2020.
- [4] 王建波. 中美澳三国初中数学教材统计内容的比较研究[M]. 上海:上海教育出版社,2016.
- [5] 史宁中,孔凡哲. 中小学统计及其课程教学设计[J]. 课程·教材·教法,2005,25(6):45-50.