离心率专题

一、单选题

1.已知椭圆$E:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的长轴长是短轴长的$3$倍，则$E$的离心率为(    )

A. $\frac{\sqrt[ ]{2}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt[ ]{2}}{3}$ C. $\frac{\sqrt[ ]{3}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt[ ]{3}}{3}$

2.若双曲线$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的一条渐近线被圆$x^{2}+(y−2)^{2}=2$所截得的弦长为$2$，则双曲线$C$的离心率为(    )

A. $\sqrt[ ]{3}$ B. $2$ C. $\sqrt[ ]{5}$ D. $2\sqrt[ ]{5}$

3.中心在原点，焦点在$x$轴上的双曲线的一条渐近线经过点$(4,2)$，则它的离心率为(    )

A. $\sqrt[ ]{6}$ B. $\sqrt[ ]{5}$ C. $\frac{\sqrt[ ]{6}}{2}$ D. $\frac{\sqrt[ ]{5}}{2}$

4.若双曲线$C\_{1}:\frac{y^{2}}{a}−\frac{x^{2}}{3}=1$与双曲线$C\_{2}:\frac{x^{2}}{9}−\frac{y^{2}}{6}=1$的渐近线相同，则双曲线$C\_{1}$离心率为   (    )

A. $\frac{\sqrt[ ]{10}}{2}$ B. $\frac{\sqrt[ ]{15}}{3}$ C. $\frac{\sqrt[ ]{5}}{2}$ D. $\frac{\sqrt[ ]{3}}{3}$

5.已知$F \_{1}$，$F \_{2}$是椭圆$C$的两个焦点，$P$是$C$上的一点，若$PF \_{1}⊥PF\_{2}$，且$∠PF \_{2}F \_{1}=60°$，则$C$的离心率为  (    )

A. $1−\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}$ B. $2−\sqrt[ ]{3}$ C. $\frac{\sqrt[ ]{3}−1}{2}$ D. $\sqrt[ ]{3}−1$

6.“$m=2$”是“椭圆$\frac{x^{2}}{m}+y^{2}=1$且离心率为$\frac{\sqrt[ ]{2}}{2}$”的(    )

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

7.设直线$x−2y−1=0$与$x$轴的交点为椭圆$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的右焦点$F\_{2}$，过左焦点$F\_{1}$且垂直$x$轴的直线与椭圆交于点$M$，$|F\_{1}M|=\frac{3}{2}$，则椭圆的离心率为(    )

A. $\frac{\sqrt[ ]{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt[ ]{2}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt[ ]{3}}{2}$

8.椭圆$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F\_{1}$，$F\_{2}$，点$P$是椭圆上一点，$O$为坐标原点$.$若$\left|PF\_{1}\right|=3$，$\left|OP\right|=\frac{\sqrt[ ]{10}}{2}$，$∠F\_{1}PF\_{2}=90^{∘}$，则椭圆$C$的离心率为(    )

A. $\frac{\sqrt[ ]{10}}{4}$ B. $\frac{\sqrt[ ]{5}}{4}$ C. $\frac{\sqrt[ ]{13}}{4}$ D. $\frac{\sqrt[ ]{15}}{4}$

9.已知椭圆$C：\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F\_{1}$，$F\_{2}$，$A$为$C$上位于第一象限的一点，$AF\_{1}$与$y$轴交于点$B.$若$∠F\_{1}AF\_{2}=∠AF\_{2}B=60°$，则$C$的离心率为(    )

A. $\frac{\sqrt[ ]{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt[ ]{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt[ ]{5}}{4}$ D. $\frac{2\sqrt[ ]{2}}{5}$

10.已知$F\_{1}$，$F\_{2}$分别是椭圆$M:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的左，右焦点，$A$是$M$的右顶点，过$F\_{1}$的直线与直线$x=\frac{3a+c}{2}$交于点$P$，射线$F\_{1}P$与$M$交于点$Q$，且$∠QF\_{2}F\_{1}=∠PAF\_{1}=\frac{2π}{3}$，则$M$的离心率为(    )

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt[ ]{3}−1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{\sqrt[ ]{2}−1}{2}$

11.已知椭圆$C$：$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的长轴长大于$4\sqrt[ ]{3}$，当$m$变化时直线$x−my+2−2m=0$与$C$都恒过同一个点，则$C$的离心率的取值范围是(    )

A. $\left(0,\frac{\sqrt[ ]{2}}{2}\right)$ B. $\left(\frac{\sqrt[ ]{2}}{2},1\right)$ C. $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ D. $\left(\frac{1}{2},1\right)$

12.如图，点$F\_{1}(−5,0)$，$F\_{2}(5,0)$分别是双曲线$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1 (a>0,b>0)$的左、右焦点，$M$是$C$右支上的一点，$MF\_{1}$与$y$轴交于点$P$，$△MPF\_{2}$的内切圆在边$PF\_{2}$上的切点为$Q$，若$|PQ|=2$，则$C$的离心率为(    )
 A. $\frac{5}{3}$ B. $3$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{5}{2}$

13.已知$F\_{1},F\_{2}$分别为双曲线$C:\frac{x\_{ }^{2}}{a^{2}}−\frac{y\_{ }^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的左右焦点，以$F\_{1}F\_{2}$为直径的圆与双曲线$C$在第一象限交于点$P,$且$cos∠PF\_{1}F\_{2}=\frac{12}{13}$，则双曲线$C$的离心率为(    )

A.  $\frac{12}{5}$ B. $\frac{13}{5}$ C. $\frac{13}{7}$ D. $\frac{12}{7}$

14.设$F\_{1}$，$F\_{2}$分别是双曲线$\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的左右焦点，$P$为双曲线左支上一点，且满足$\left|PF\_{1}\right|=\left|F\_{1}F\_{2}\right|$，直线$PF\_{2}$与双曲线的一条渐近线垂直，则双曲线的离心率为(    )

A. $\frac{5}{3}$ B. $\sqrt[ ]{3}$ C. $2$ D. $\sqrt[ ]{5}$

15.已知双曲线$C$：$\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1\left(a>0,b>0\right)$，$M$和$N$分别为实轴的右端点和虚轴的上端点，过右焦点$F$的直线$l$交$C$的右支于$A$，$B$两点$.$若存在直线$l$使得点$M$为$▵NAB$的重心，则$C$的离心率为(    )

A. $\frac{4}{3}$ B. $\sqrt[ ]{2}$ C. $2$ D. $\sqrt[ ]{5}$

16.已知椭圆$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的左右焦点分别是$F\_{1}$，$F\_{2}$，过$F\_{1}$的直线与$C$相交于$A$，$B$两点，若$|AF\_{1}|=2|BF\_{1}|$，$|AB|=|BF\_{2}|$，则$C$的离心率为(    )

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt[ ]{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt[ ]{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt[ ]{5}}{5}$

17.已知双曲线$\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1\left(a>0,b>0\right)$的左、右焦点分别为$F\_{1}$，$F\_{2}$，过$F\_{1}$作直线$l$与一条渐近线垂直，垂足为$M$，$l$交双曲线右支于点$N$，$\vec{F\_{1}N}=4\vec{F\_{1}M}$，则离心率$e=$(    )

A. $\frac{2\sqrt[ ]{3}}{3}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $2$

18.已知椭圆$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1\left(a>b>0\right)$，$P$是椭圆$C$上的点，$F\_{1}\left(−c,0\right),F\_{2}\left(c,0\right)$分别是椭圆$C$的左右焦点，若$\vec{PF\_{1}}⋅\vec{PF\_{2}}\leq 2ac$恒成立，则椭圆$C$的离心率$e$的取值范围是(    )

A. $\left[\frac{\sqrt[ ]{5}−1}{2},1\right)$ B. $\left[\sqrt[ ]{2}−1,1\right)$ C. $\left(0,\frac{\sqrt[ ]{5}−1}{2}\right]$ D. $\left(0,\sqrt[ ]{2}−1\right]$

二、填空题

19.在平面直角坐标系$xOy$中，若双曲线$\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{5}=1(a>0)$的一条渐近线方程为$y=\frac{\sqrt[ ]{5}}{2}x$，则该双曲线的离心率是          ．

20.已知圆$C:x^{2}+y^{2}−6x+5=0$与中心在原点$､$焦点在$x$轴上的双曲线$D$的一条渐近线相切，则双曲线$D$的离心率为          ．

21.斜率为$\frac{1}{2}$的直线与椭圆$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$交于$A$，$B$两点，$M(−2,1)$为线段$AB$的中点，则椭圆的离心率为          ．

22.已知双曲线的右焦点为$F(\sqrt[ ]{5},0)$，点$P$，$Q$为双曲线上关于原点$O$对称的两点$.$若$PF⊥QF$，且$△PQF$的面积为$4$，则双曲线的离心率$e=$          ．

23.已知椭圆$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1\left(a>b>0\right)$的左、右焦点分别为$F\_{1}$，$F\_{2}$，直线$l$经过点$F\_{1}$与$y$轴相交于点$B$，点$A$为$l$与$C$的一个交点，且$AF\_{2}=3AF\_{1}$，$BF\_{1}=4AF\_{1}$，则$C$的离心率为          ．

24.已知椭圆$C:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1\left(a>b>0\right)$的左、右顶点分别为$A$，$B$，右焦点为$F$，$P$为椭圆上一点，直线$AP$与直线$x=a$交于点$M$，$∠PFB$的角平分线与直线$x=a$交于点$N$，若$PF⊥AB$，$▵MAB$的面积是$▵NFB$面积的$6$倍，则椭圆$C$的离心率是          ．

25.已知双曲线$E:\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F\_{1}$，$F\_{2}$，直线$l:y=\frac{a}{b}(x+\sqrt[ ]{a^{2}+b^{2}})$与双曲线$E$的左、右两支分别交于$P$，$Q$两点，且$|PQ|=|QF\_{2}|$，若双曲线$E$的离心率为$e$，则$e^{2}−5=$          ．

26.已知椭圆$C$：$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F\_{1}$，$F\_{2}$，$N$是椭圆$C$上一点，线段$F\_{1}N$与$y$轴交于点$M$，若$∠NF\_{1}F\_{2}=\frac{π}{6}$，$|F\_{1}M|:|MN|=2:1$，则椭圆$C$的离心率为          ．

27.已知椭圆$E$的两个焦点分别为$F\_{1},F\_{2}$，点$P$为椭圆上一点，且，$tanPF\_{1}F\_{2}=\frac{1}{3},tanPF\_{2}F\_{1}=3$，则椭圆$E$的离心率为          ．

28.已知$F\_{1}$、$F\_{2}$是椭圆$E:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$的左右焦点，点$P$是椭圆$E$上任一点，若$\vec{PF\_{1}}⋅\vec{PF\_{2}}=c^{2}$，则椭圆离心率的取值范围为          ．

29.如图，已知椭圆$\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1\left(a>b>0\right)$，其焦距为$4$，过椭圆长轴上一动点$P\left(x\_{P},0\right)$作直线交椭圆于$M$、$N$，直线$AM$、$BN$交于点$Q\left(x\_{Q},y\_{Q}\right)$，已知$x\_{P}x\_{Q}=5$，则椭圆的离心率为          ．


30.已知双曲线$\frac{x^{2}}{a^{2}}−\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>0,b>0)$的右焦点为$F$，经过点$F$作直线$l$与双曲线的一条渐近线垂直，垂足为点$M$，直线$l$与双曲线的另一条渐近线相交于点$N$，若$\vec{MN}=3\vec{MF}$，则双曲线的离心率$e=$