

高一新生数学关键能力的养成策略^{*}

● 江苏省口岸中学 曹 艳

数学关键能力是我们在现实生活中工作与数学学习过程中,对应数学知识的积累与升华,数学方法的理解、掌握、应用和内化,以及利用数学的视角来发现、提出问题,并借助数学的思维来分析、解决问题的综合能力.融合高考评价体系的整体框架以及《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》中的学科核心素养,高中数学关键能力主要涉及逻辑思维、运算求解、空间想象、数学建模和创新应用等五个方面的能力,是学生学习能力与实践能力的细化,也是高中数学教师在教学过程中必须加以合理渗透并逐步养成的基本能力,特别是高一新生数学关键能力的培养与养成非常关键.

1 逻辑思维能力

逻辑思维能力是我们在现实世界中的生活、学习、工作,当然也包括数学学习在内的一种重要思维能力,更是我们终生学习、生活工作与自身发展等方面必须具备的特殊能力之一.

例1 甲、乙、丙、丁四位同学一起去向数学老师询问数学竞赛的成绩.数学老师说:“你们四人中各有2位优秀与良好,我现在给甲看乙、丙的成绩,给乙看丙的成绩,给丁看甲的成绩.具体结果你们自己分析与判断吧.”看后甲对大家说:“我还是不知道我的成绩.”根据以上相关信息,则以下命题正确的是().

- A.乙可以知道四人的成绩
- B.丁可以知道四人的成绩
- C.乙、丁可以知道对方的成绩
- D.乙、丁可以知道自己的成绩

解析:根据四人中各有2位优秀与良好,结合甲说“我还是不知道我的成绩”,因此可知乙、丙的成绩是一人优秀,一人良好;而乙看丙的成绩,结合甲的说法,当丙为“优秀”(或“良好”)时,乙为“良好”(或“优秀”),由此判断乙知道自己的成绩;又由于丁看甲的成绩,结合前面推理知乙、丙的成绩是一人优秀,一人良好,则甲与丁的成绩也是一人优秀,一人良好,由此判断丁知道自己的成绩.

综上所述,乙、丁可以知道自己的成绩,故选:D.

逻辑推理能力要从一些事实与命题等视角出发,借助逻辑规则加以合理分析与推理,在此过程中,合理引导与养成,通过发现与提出问题,有效掌握推理的基本形式与推理规则,进而探索与表述推理过程中的论证过程,构建相应的命题体系,最后加以正确的表达与交流,形成数学问题的分析与解决能力.

2 运算求解能力

运算求解能力是新课标数学六大核心素养之一的数学运算素养的重要内容,是分析与解决数学问题的重要手段与基本工具之一,更是学生现实生活与学习、后继终生学习与工作等方面,渗透于方方面面之中.

例2 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边,且关于 x 的二次方程 $x^2 - 2x + \lg(c^2 - b^2) - 2\lg a + 1 = 0$ 有两个相等的实数根,则 $\triangle ABC$ 的形状是().

- A.锐角三角形
- B.直角三角形
- C.等边三角形
- D.钝角三角形

解析:由题意知 $\Delta = 0$,即 $(-2)^2 - 4[\lg(c^2 - b^2) - 2\lg a + 1] = 0$,化简得 $2\lg a - \lg(c^2 - b^2) = 0$.由 $a > 0$,得 $\lg \frac{a^2}{c^2 - b^2} = 0$,即 $\frac{a^2}{c^2 - b^2} = 1$,整理可得 $a^2 + b^2 = c^2$,则知 $\triangle ABC$ 是直角三角形,故选:B.

运算求解能力是在厘清题设条件,明晰运算内容与运算对象的基础上,依据运算法则并结合推理等来分析解决数学问题的一种演绎推理能力.从小学到初中阶段,运算求解能力都是一种基本能力,也是影响学生学习与成绩的一种非常重要的方面.厘清运算对象并把握运算法则是基础,烦琐的过程与推理的步骤是重要环节,认真细心是“润滑剂”.

3 空间想象能力

空间想象能力是最具有数学学科特点的一种基本能力,也是学生数学学习必须具备的一种能力.

空间想象能力中对现实生活场景三维空间的认识与初步应用,是基于学生的生活阅历与小学、初中

^{*} 课题信息:泰州市第十二期教学研究十二期教研一般立项课题“高一新生数学学习关键能力的培养策略研究”,课题立项编号为TZJYYB2019-057.

相关知识的积累,必须在高一阶段进一步加以提升与养成.

特别在高一阶段,教师教授“立体几何初步”的内容时,要从基本立体图形入手,结合立体几何图形的直观图,以及直观图的识别与作图应用,逐步在学生原有空间想象能力的基础上,进一步科学化、系统化,并通过空间点、直线、平面之间的位置关系的构建与应用,完善与强化空间想象能力与直观想象素养.

空间想象能力的进一步加强与养成,可以有效渗透到学生的学习与生活中去,同时还可以将空间图形中的相关问题与对应的数学知识有机联系,形成知识的巧妙融合与应用,形成一种基本能力.

4 数学建模能力

数学建模能力是充分体现学生的数学概念与数学知识的理解与掌握,以及数学知识的灵活应用与融会贯通等方面最有效的一种基本能力.

例3 [2023届江苏省苏州市高三第二学期开学期初调研考试数学试卷(零模)]已知通过某种圆筒型保温层的热流量 $\Phi = \frac{2\pi\lambda l(t_1 - t_2)}{\ln r_2 - \ln r_1}$, 其中 r_1, r_2 分别为保温层的内外半径(单位:mm), t_1, t_2 分别为保温层内外表面的温度(单位:°C), l 为保温层的长度(单位:m), λ 为保温层的导热系数(单位:W/(m·°C)). 某电厂为了减少热损失,准备在直径为 120 mm、外壁面温度为 250°C 的蒸汽管道外表面覆盖这种保温层,根据安全操作规定,保温层外表面温度应控制为 50°C. 经测试,当保温层的厚度为 30 mm 时,每米长管道的热损失 $\frac{\Phi}{l}$ 为 300 W. 若要使每米长管道的热损失 $\frac{\Phi}{l}$ 不超过 150 W, 则覆盖的保温层厚度至少为().

- A. 60 mm B. 65 mm C. 70 mm D. 75 mm

解析: 根据题意可得 $\frac{\Phi}{l} = \frac{2\pi\lambda(t_1 - t_2)}{\ln r_2 - \ln r_1} = \frac{2\pi\lambda(250 - 50)}{\ln 90 - \ln 60} = \frac{400\pi\lambda}{\ln \frac{3}{2}} = 300$, 可得 $\pi\lambda = \frac{3}{4} \ln \frac{3}{2}$. 设保温层厚度为 x mm ($x > 0$), 则 $\frac{\Phi}{l} = \frac{2\pi\lambda(250 - 50)}{\ln(60+x) - \ln 60} = \frac{400 \times \frac{3}{4} \ln \frac{3}{2}}{\ln \frac{60+x}{60}} \leq 150$, 整理可得 $\ln \frac{60+x}{60} \geq \ln \frac{9}{4}$, 所以 $\frac{60+x}{60} \geq \frac{9}{4}$, 解得 $x \geq 135 - 60 = 75$, 即覆盖的保温层厚度至少为 75 mm. 故选:D.

数学建模能力是在知识理解的基础上的一种应

用,借助持续的学习,系统掌握与深入理解,正确适应与合理模仿,进而巧妙地套用已有知识与模型,并在此基础上不断地改进与创新,逐步改进方法与模式等,有效建立起与问题相吻合的数学模型,进而加以合理解决与应用.在实际教学过程中,教师要进行合理的示范与引导,帮助学生形成举一反三的数学建模能力.

5 创新应用能力

创新意识与创新应用是时代的需求,创新应用能力反映了高校选拔人才的基本要求与国家选才的根本意志,也是学生关键能力的重要一环.

例4 [2022—2023 学年江苏省镇江中学高一(上)段考数学试卷](多选题)定义集合 A 的“幂集” $P(A)$ 是一个集合 A 的所有子集组成的集合,并用 $n(A)$ 表示有限集 A 的元素个数.给出下列命题,其中正确的命题的是().

- A. 存在集合 A , 使得 $n[P(A)] = 5$
 B. 若 $A \subseteq B$, 则 $P(A) \subseteq P(B)$
 C. 若 $A \cap B = \emptyset$, 则 $P(A) \cap P(B) = \emptyset$
 D. 若 $n(A) - n(B) = 2$, 则 $n[P(A)] = 4 \times n[P(B)]$

解析: 对于选项 A, 设 $n(A) = m$, 则集合 A 的子集个数为 2^m , 故 $n[P(A)] = 2^m$, 显然 $2^m = 5$ 无非负整数解, 故选项 A 错误; 对于选项 B, 若 $A \subseteq B$, 则集合 A 的所有子集都是集合 B 的子集, 则有 $P(A) \subseteq P(B)$ 成立, 故选项 B 正确.

对于选项 C, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则集合 A, B 的公共子集只能是空集 \emptyset , 故 $P(A) \cap P(B) = \{\emptyset\}$, 故选项 C 错误; 对于选项 D, 若 $n(A) - n(B) = 2$, 不妨设 $n(A) = m$, 则 $n(B) = m - 2$, 则有 $n[P(A)] = 2^m, n[P(B)] = 2^{m-2}$, 显然 $n[P(A)] = 4 \times n[P(B)]$ 成立, 故选项 D 正确. 故选:BD.

在创新应用能力的培养过程中,经常可以巧妙通过设置创新定义、创新运算、创新类型等形式的问题,通过对知识的创新定义与重新组合、对方法的创新应用与类比拓展等方式,不断渗透创新意识,有效形成学生的创新应用能力与创新品质.

高一新生数学关键能力的培养,为后继高中数学学习以及高考的实战,学生终生学习、工作与发展等,以及适应时代的创新应用等各方面都是必须的,进而更加有效理解并认识现实世界与现实问题,全面发展学生的数学核心素养与提升数学能力,养成学生良好思维品质,增强创新意识,提升创新应用能力.通过数学教学与学习,合理落实并养成高一新生数学关键能力,是数学教学中一个非常重要的环节,要不断加以深化与促进,为培养高水平、高素养的创新人才奠定基础. **Z**