

学校代码: 10371

分类号: G633.6

学 号: 20221006

密 级: 公开



阜陽師範大學
FUYANG NORMAL UNIVERSITY

支架式教学模式在高中数学概念教学中的应用研究

学科专业: 学科教学（数学）

学位类别: 教育硕士

作者姓名: 沈金泉

指导教师: 储亚伟（教授）

院系名称: 数学与统计学院

二〇二二年六月四日

阜阳师范大学

硕士学位论文

支架式教学模式在高中数学概念教学中的应用研究

**Research on the Application of Scaffolding Teaching Mode
in High School Mathematics Concept Teaching**

作者姓名： 沈金泉

指导教师： 储亚伟（教授）

学科专业： 学科教学（数学）

研究方向： 中学数学教学

完成时间： 二〇二二年六月四日

阜阳师范大学学位论文原创性声明

本人声明所呈交的学位论文，是本人在导师指导下进行研究并独立完成取得的研究成果。除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得阜阳师范大学或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同学习的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明，并表示谢意。

学位论文作者签名：沈金泉 签字日期：2022年6月4日

阜阳师范大学学位论文版权使用授权书

本人完全了解阜阳师范大学有关保留、使用学位论文的规定，即：有权保留并向国家有关部门或机构送交本论文的复印件和电子文件，允许论文被查阅和借阅。本人授权阜阳师范大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索和传播，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

（保密的学位论文在解密后适用本授权书）

学位论文作者签名：沈金泉 指导教师签名：储世伟

签字日期：2022年6月4日 签字日期：2022年6月4日

摘要

《普通高中数学课程标准（2020年修订版）》指出，教师在教学中要落实学生中心、提倡多样化学习，引导学生把握数学内容的本质。然而，传统高中数学概念教学中，存在着忽视学生对概念的自主建构、对概念形成过程的经历，重解题、轻概念等问题，不利于学生对数学概念本质的掌握及其个人的发展。支架式教学模式是以学生为主体、教师为主导，基于学生的现有认知，教师搭建概念框架，引导学生主动建构知识的教学模式。因此，本文研究如何将支架式教学模式有效应用于高中数学概念教学，帮助学生有效建构概念、改变学习方式，提高学生在学习数学概念的兴趣和能力。

本文采用文献研究、问卷调查、访谈、案例分析等方法，开展支架式教学模式在高中数学概念教学的有效应用研究。首先，在理论研究的基础上，分析本文研究的理论意义和实践意义。接着，针对高中数学概念教与学方面存在的问题以及支架式教学在数学概念教学中应用的可行性开展调查，结合 SPSS 软件进行数据分析。最后，结合理论和教学现状调查结果，总结出实施支架式教学应遵循的六条原则，即“以学生为中心原则”、“概念教学情境化原则”、“问题导向性原则”、“适时搭建、动态调整支架原则”、“整体建构原则”以及“注重协作互动原则”；以及提出了应用支架式教学的五条策略，即“把握最近发展区，搭建概念框架”、“概念引入灵活化，关注学生兴趣”、“设‘疑’启思，有效协作探究”、“适度结合多媒体教学，丰富直观感知”和“教学评价多样化，注重学生发展”。根据应用原则和应用策略，本文给出了《抛物线及其标准方程》、《数列的概念》两个教学实践案例。

在理论研究的基础上，结合调查结果和教学实践，本文研究得出以下结论：

（1）支架式教学丰富了高中数学概念教学的方式；（2）支架式教学的应用，能激发学生学习数学概念的兴趣、提高学生在数学概念课上的参与度和积极性以及有利于培养学生自主建构概念的意识；（3）支架式教学使师生关系更加和谐。

关键词：支架式教学；高中数学；概念教学；应用；案例

ABSTRACT

The “General High School Mathematics Curriculum Standards (Revised edition 2020)” states that teachers should implement student-centeredness and promote diverse learning in their teaching, and guide students to grasp the essence of mathematical content. However, in traditional high school mathematics concept teaching, there are problems such as neglecting students’ independent construction of concepts, their experience of the concept formation process, and emphasizing problem solving over concepts, which are not conducive to students’ mastery of the essence of mathematical concepts and their personal development. The scaffolding teaching model is a student-led and teacher-led teaching model in which the teacher builds a conceptual framework based on students’ existing cognition and guides students to actively construct knowledge. Therefore, this paper investigates how the scaffolding model can be effectively applied to teaching mathematical concepts in high school to help students effectively construct concepts, change their learning styles, and improve their interest and ability to learn mathematical concepts.

This paper uses literature research, questionnaire survey, interview, and case study to carry out research on the effective application of scaffolding teaching model in high school mathematics concept teaching. First, on the basis of theoretical research, the theoretical and practical significance of this research is analyzed. Then, a survey was conducted to investigate the problems in teaching and learning of concepts in senior secondary schools and the feasibility of applying the scaffolding model in teaching concepts, and combined with SPSS software for data analysis. Finally, combined with the investigation results of the theory and teaching status, in the application of scaffolding teaching, six application principles are summarized, and five application strategies are proposed. The six principles are “student-centered”, “contextualization of concept teaching”, “problem-orientation”, “timely construction and dynamic adjustment of scaffolding”, “holistic construction” and “focus on

collaborative interaction”. The five strategies are “grasp the nearest developmental zone and build a conceptual framework”, “concept introduction flexibility and focus on student interest”, “set up ‘doubts’ to stimulate thinking and collaborate effectively in inquiry”, “adequate integration of multimedia teaching to enrich visual perception” and “diversify teaching assessment to focus on student development”. According to the application principle and application strategy, this paper gives two teaching practice cases of “Parabola and its Standard Equation” and “Concept of Number Sequence”.

Based on theoretical research, combined with survey results and teaching practice, this study concludes that : (1) Scaffolding teaching enriches the way in which concepts are taught in senior secondary mathematics. (2) The application of scaffolding teaching can stimulate students’ interest in learning concepts, improve students’ participation and enthusiasm in conceptual classroom, and help cultivate students’ awareness of self-construction of concepts. (3) Scaffolding teaching makes the relationship between teachers and students more harmonious.

Key Words: Scaffolding teaching; High school mathematics; Concept teaching; Applications; Cases

目 录

中文摘要.....	I
Abstract.....	II
第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 文献综述.....	2
1.2.1 国内外关于支架式教学的现有研究.....	2
1.2.2 国内外关于数学概念教学的现有研究.....	5
1.2.3 现有研究总结.....	6
1.3 研究内容.....	7
1.4 研究意义.....	7
1.4.1 理论意义.....	7
1.4.2 实践意义.....	8
1.5 研究方法.....	8
第 2 章 理论基础与相关概念.....	9
2.1 理论基础.....	9
2.1.1 最近发展区理论.....	9
2.1.2 建构主义理论.....	10
2.2 相关概念.....	10
2.2.1 支架式教学模式.....	11
2.2.2 数学概念教学.....	13
第 3 章 高中数学概念教学的现状调查与分析.....	15
3.1 调查目的.....	15
3.2 调查方式与对象.....	15
3.3 学生调查问卷编制.....	15
3.4 教师访谈提纲编制.....	16
3.5 学生问卷数据分析.....	16

3.5.1 信度和效度分析	16
3.5.2 描述性分析	17
3.6 教师访谈分析	32
3.7 调查结果	34
3.7.1 学生概念学习方面	34
3.7.2 教师概念教学方面	35
3.8 本章小结	34
第 4 章 支架式教学在高中数学概念教学中的应用策略	37
4.1 教学支架的选择与应用	37
4.2 支架式教学模式的应用原则	41
4.2.1 以学生为中心原则	41
4.2.2 概念教学情境化原则	41
4.2.3 问题导向性原则	42
4.2.4 适时搭建、动态调整支架原则	42
4.2.5 整体建构原则	43
4.2.6 注重协作互动原则	43
4.3 支架式教学模式的应用策略	44
4.3.1 把握最近发展区，搭建概念框架	44
4.3.2 概念引入灵活化，关注学生兴趣	45
4.3.3 设“疑”启思，有效协作探究	47
4.3.4 适度结合多媒体教学，丰富直观感知	49
4.3.5 教学评价多样化，注重学生发展	50
4.4 支架式教学模式的应用流程	51
第 5 章 基于支架式教学的高中数学概念教学案例设计	53
5.1 案例一《3.3.1 抛物线及其标准方程》	53
5.1.1 学前分析，确定最近发展区	53
5.1.2 基于最近发展区，搭建概念框架	61
5.1.3 教学过程	54

5.1.4 案例分析.....	60
5.2 案例二《4.1 数列的概念》（第 1 课时）	61
5.2.1 学前分析，确定最近发展区.....	61
5.2.2 基于最近发展区，搭建概念框架	61
5.2.3 教学过程.....	61
5.2.4 案例分析.....	70
5.3 教学效果分析	70
结 语.....	72
参考文献.....	74
附 录.....	78
致 谢.....	81
攻读硕士学位期间所取得的科研成果.....	82

第1章 绪论

1.1 研究背景

随着新课程改革的实施，国家越来越重视创新型、综合型人才的培养。为达到人才培养的目标，各级各类学校应该真正将具体要求落实到课堂教学当中。《普通高中数学课程标准（2017年版 2020年修订）》（以下简称“新课标”）指出，教师在教学过程中，要创设合适的情境，引发学生的思考，引导学生对数学内容本质的理解与掌握；在学生在学习方面，提倡独立思考、自主学习、合作交流等多样化的学习方式^[1]。随着教育理念的不断革新以及人才培养标准的不断提升，越来越多的教育者意识到当前教学模式的局限性，试图在原有教学模式的基础上更新教育理念，探索符合新课改要求的教学模式。其中，建构主义作为以学生自主建构知识为主的教学理论，自引入我国以来，一直深受广大教育者的认可。建构主义注重学生认知结构中的已有经验，强调学生学习的主体性、社会性和情境性。支架式教学由建构主义理论衍生而来，该模式中蕴含的教学理念与新课标的基本理念相吻合。

概念是对一类事物的本质进行抽象和概括。喻平教授认为，组成数学的基本单元和数学学习的逻辑起点是数学概念^[2]。李善良认为，数学概念在学生在学习方面有着极其重要的作用，不仅是学习者认知的基础，还对学生数学思维的发展起核心作用。学生学习主动性和思维灵活性的提升，依赖于在数学概念学习过程中相关思维的训练^[3]。李邦河院士也强调数学概念的重要性，认为在概念面前，技巧显得微不足道^[4]。换句话说，技巧玩得再好，对概念本质缺乏理解，终究是一副缺少灵魂的躯壳。从以前的双基到现在的四基，都将基础知识放在首位，而基础知识中便包含着数学概念，足见数学概念的重要性。但是，当下高中数学课堂，教师对概念的教学忽视了学生经历概念形成的过程，常常将概念直接塞给学生，采用“一个概念、几个注意点、做题、总结经验”的教学方式，致使学生没有真正参透概念本质，或是死记硬背将概念记住，又或是生搬硬套利用概念进行解题，对概念的理解处于浅层阶段，无法深度理解概念，进而无法灵活运用概念^{[5][6]}。长此以往，学生对数学概念的学习兴趣便会下降，间接影响教师教学质量。

基于高中数学概念的重要性及其高度抽象、概括的特点，教师更应该注重概念讲解的过程。支架式教学提倡层层递进、搭建支架，通过一系列逻辑契合的问题情境，引导学生进行独立思考和协作学习，既能激活学生的思维，又能让学生经历概念形成的过程，从而助其更好地习得概念。可见，支架式教学对于改善教师的“教”与学生的“学”较传统模式存在着较大的优势。但是，目前该模式在数学概念教学方面的应用研究较少，只有深入研究，才能将其更好地在数学课堂中进行推广。

1.2 文献综述

1.2.1 国内外关于支架式教学的现有研究

(1) 国外现有研究

20世纪70年代，随着建构主义理论越来越受教育者们的重视，由其发展而来的支架式教学，也开始引起关注。

在理论研究层面，布鲁纳最早发现母亲在帮助儿童语言表达的过程中，呈现的帮助机制很像建筑行业里面的脚手架。伍德等人基于维果斯基的最近发展区理论，将“支架”引入到教学当中，并对其进行定义。在此之后，支架式教学便逐渐受到教育研究者们的关注。Rachel等人指出，支架式教学的三个关键步骤：对学习者的当前发展水平进行判断、基于最近发展区给学习者提供一定的帮助、与学习者互动并逐渐撤掉支架^[7]。Belland认为支架的作用主要体现于学生学习逢难时给予适时的帮助，待学生掌握知识之后，再将其撤掉；并就前人对支架类型的研究进行总结，主要包括一对一支架、同伴支架、计算机辅助支架，认为这三种支架间是协同作用，而不是相互排斥的^[8]。

在应用研究层面，Gibbons将支架式教学应用于课堂教学中，发现将其应用到阅读课堂当中，可以较大程度提升学生的阅读能力^[9]。Abdu等人通过实践表明，教师在数学课堂上为学生提供学习支架，能够促进小组学习，使学生共同解决数学问题^[10]。Kim等人研究了两种支架类型（支持性或反思性）对在线非结构化问题解决中的存在感、问题解决的表现和成就的影响。实验结果表明，反思性脚手架组比支持性脚手架组在认知和社会存在感方面的得分更高，在解决问题的表现、监测和评分方面的得分也更高。但支持性脚手架在促进教学存在感方面更

有效,原因在于支持性脚手架通过提供概念、认知帮助和相关领域知识来促进参与者进行有意义学习。反思性脚手架则为参与者提供了认知冲突的机会,这也解释了反思性脚手架组的参与者有更高的认知和社会存在感^[11]。Pujiastuti 等人认为高中生的高级数学思维很重要。基于对问题的分析,以5-6名学生为研究对象,通过教学实践,明确了教师如何使用脚手架帮助学生解决发散性问题,进而培养学生的高级数学思维^[12]。Hemmler 等人探索了教师如何为 CLM 学生提供支架,让他们在分析历史课程时积极利用自身的身份进行观点转换。支架包括教师提供的计划课程材料(或设计好的支架)以及在教学时实施的临时支架。在实践中表明,通过设计好的支架可以使学生从多个角度看待历史,临时支架可以在学生换位思考的时候给予支持,使学生融入对历史的批判和讨论中。此外,他强调在教学中将设计好的支架与临时支架结合起来使用才是真正的支架,才更容易使学生理解内容^[13]。

(2) 国内现有研究

我国对支架式教学的研究,相比国外,起步较晚。在中国知网上,以“支架式教学模式”为主题进行检索,时间段为1994-2021年,共有2555条结果,其中发表在学术期刊上的论文共有869篇,学位论文491篇。可见,我国学者在支架式教学方面也有一定的研究成果。

关于支架式教学理论层面的研究,主要在其内涵、支架类型、支架搭建与教学环节等方面。张建伟教授等人认为学习支架对任务的调控起着转移作用,即实现了由师到生的转移。此外,他们通过对支架式教学与指导发现法进行比较,发现两者都强调教师的指导作用,不同之处在于前者强调教师的指导成分越来越少,师生的地位始终处于动态变化的过程^[14]。何克抗教授系统梳理了建构主义的由来和发展,对支架式教学进行定义,总结了支架式教学的五个环节^[15]。杜军认为在高职数学教学中利用支架式教学有利于学生对所学知识的建构,对于不同知识所使用的支架也应不同。在教学过程中,应该注意支架的一般性和特殊性^[16]。周宏强对支架式教学的实施条件进行阐述,主要包括政治、文化、经济、环境等四个方面的条件。他认为支架式与启发式两种教学之间有差异也有联系,后者对任何教学方法的使用起指导思想的作用,并不是某种具体的教学方法,前者具有后者的教学思想形式^[17]。吴曼从支架式教学的五个环节阐述该教学理论的实践

原则。此外，她将支架的类型从表现形式和手段两方面进行划分，前者主要有范例、图表、问题、向导、建议等支架，后者主要有媒体支架、材料支架、任务支架等^[18]。

对于支架式教学在实践层面的研究，西安小学语文课题组构建了支架式教学模式，主要包括建立概念框架、引导进入情境、启发独立探索、鼓励协作学习和进行效果评价五个环节组成。实验表明，构建的模式能优化古诗课堂教学结构^[19]。这是我国最早将支架式教学具体应用于学科教育当中。此后，各个学科领域的教育研究者们开始对支架式教学的应用进行研究。吴红雨对支架式教学的内涵、教学设计思路以及三阶段的实施方案进行系统论述，于健美操专项课中展开实践。教学实验发现支架式教学法相较于传统教学法而言，在培养学生学习观以及创新精神方面有着明显的优势^[20]。梁斌在自媒体时期思政课面临的机遇和挑战的研究中，对支架式教学在思政课堂中的应用进行可行性分析，认为支架式教学能达到思政课堂教学的目的，以及能适应自媒体给课堂带来的变化，从“创建合作共赢新型国际关系”这一知识点去探索支架式教学在思政课堂的具体运用^[21]。王寒就支架式教学在高中生物课堂的应用能否提高学生的自我效能感进行研究，对高二年级两个班的学生进行实验。结果表明，实验班的学生，成绩以及自我效能感都有显著性提升^[22]。孙亮认为计算机程序设计这门课存在课程教学缺乏亲和力、知识结构零散、实践教学中缺乏整体把控等问题，而支架式教学就是对难懂的知识进行重构，达到引领学习者掌握知识的目的。因此，他将支架式教学应用到计算机程序这门课程当中^[23]。陈雅因以问卷的形式，调查教师对支架式教学的了解与应用状况以及学生的学习情况，对支架式教学应用于高中地理课堂进行可行性和必要性分析。通过实验，验证了支架式教学能够促进学生的自主学习，提高成绩，改善学习氛围^[24]。杨璨针对初中化学课堂当中存在的问题，结合学情和教材，对支架式教学的应用进行可行性分析。通过教学实践，采用 solo 目标分类和课堂观察对课堂教学效果进行定性和定量分析，表明该教学模式在化学课堂中应用的有效性^[25]。

从对国内与支架式教学相关文献的整理，可以看出其引入我国以后，理论与实践方面都有一定的研究，在各个学科都受到不同程度的关注。

在中国知网上，以“支架”为主题和“高中数学”为篇关摘进行检索，时间

段为 2000-2021 年, 共有 81 条结果。可见, 对于支架式教学在高中数学教学方面的研究较少。秦桂毅、王兄从建构主义理论出发, 阐述该教学模式的来源、环节以及支架的三种类型, 并就其在数学教学中的应用进行举例说明。据笔者所知, 这是我国最先将支架式教学应用于数学学科教育的研究^[26]。此后, 学者们开始在高中数学课堂上使用该教学模式。朱维宗、陈艳斌对最近发展区进行阐述, 在此理论基础上探索怎样的支架式教学设计才能够帮助学生成功的通过最近发展区。结论如下: 首先, 要找到教学的最佳时机; 其次, 将知识点进行等级划分或者利用不同的呈现方式将知识点展示出来^[27]。姜相宇、张维忠将支架式教学应用到教学中, 探索有效培养学生抽象素养的教学策略^[28]。马营在其硕士学位论文中, 通过调查发现在概率统计方面, 学生的学习积极性不高、遇到抽象的问题采用死记硬背的方法以及新知在实际问题中的应用较为困难。为优化概率课堂教学, 从支架式教学的五个环节分别提出策略^[29]。冯丽文在其硕士学位论文中, 以新课程改革为背景, 以支架式教学为教学方法, 通过调查并结合其他学者的相关研究, 设计案例并进行实践。研究发现该教学法在课堂上的使用, 不仅符合课改的需要, 还能优化课堂教学效果^[30]。楚伶分析了对数函数解题中存在的问题, 并以三道综合题为例, 将支架式教学法应用到对数解题教学当中。最后总结出该教学法在解题方面的优势主要在于: 能帮助学生将难题进行分解、构建起整体解题框架、促进学习迁移^[31]。

1.2.2 国内外关于数学概念教学的现有研究

(1) 国外现有研究

西方心理学的兴起, 使概念教学成为西方心理学一个稳定且重要的研究领域, 各教育领域的研究者们也开始重视对各自学科概念教学的研究。在数学概念教学方面, 杜宾斯基等人基于皮亚杰的“自反性抽象”理论, 针对数学概念教学, 提出 APOS 理论, 即操作、过程、对象和图式等四阶段^[32]。美国诺瓦克教授提出概念图这一术语, 认为数学概念可依据其关联性, 对概念及其关系进行总结, 利用结点、连线和连接词, 抽象、整合成一张概念图^[33]。丁尼森等人在前人研究成果的基础上, 对正反例进行研究, 认为一节完整的概念课具体应包括: 对概念进行介绍、呈现正反例以及提出问题式联系^[34]。Irfan 等人利用 REACE 学习模式

(Relating—关联、Exploring—探究、Applying—应用、Cooperating—合作、Evaluating—评价)进行数学概念教学,采用定量研究,分析该模式在教学中的应用效果。结果表明,应用该模式进行教学,能帮助学生理解概念^[35]。

(2) 国内现有研究

“数学概念教学”一直是我国教育者重点研究的内容。徐利治等人较早对概念教学进行了研究,介绍了抽象度的概念,利用抽象度分析法,对数学概念的理解与建立过程做了系统分析^[36]。章建跃教授认为概念形成和同化是获取数学概念的两种基本方式,教师在教学过程中应该将两种方式结合起来使用,才能更大程度优化概念教学的效果^[37]。近几年来,林缘缘从成功智力理论的角度出发,总结出教学目标的确定策略、教学过程设计的策略以及教学效能评价的策略,结合教学策略将 TIA 教学模式融入到课堂实践当中^[38]。刘畅以“椭圆概念”为例,对此概念的教学情况展开调查。依据调查结果,从概念教学四个阶段分别提出教学策略。实践表明,结合所提策略进行课堂教学,不仅能使学生更加深入地理解概念,对提升其抽象能力也有帮助^[39]。张芳羚从深度学习的视角,在对概念教学问题分析的基础上,提出情境丰富性、表征多样性、理解深刻性、认知系统性和应用全面性等五个教学原则,并在五个原则的基础上设计教学方案,而后进行教学实验。实验表明,将五个原则应用到教学中,能够促进学生对数学概念的深度学习^[40]。

1.2.3 现有研究总结

支架式教学倡导教师将复杂的学习任务进行分解,在支架的作用下,使学生一步步向着教学目标前进,最终达到教学目标,是一种能促进教师“教”以及学生“学”的教学模式。根据对已有研究进行的分析与整理,可看出国内外对于支架式教学在理论和实践方面的研究都比较丰富,该模式在课堂中的应用,对学生的学习和教师的教学都有着积极的作用。国内在引进该教学模式之后,研究者们将其具体应用到中学各个学科当中,探究符合我国国情的支架式教学。对该模式的应用最为广泛的当属语文和英语这两门学科。相比之下,其在数学方面的研究较少。对于数学概念教学,国内外的研究也比较丰富。数学概念教学作为数学教学的基本内容之一,深受我国教育者的关注。一直以来,教育者们都在探索促进

概念教学的教学模式。国外从心理学的发展再到将心理学理论应用到概念教学中,形成有关概念教学的理论范式,对我国有很深刻的影响以及借鉴意义。虽然支架式教学或高中数学概念教学的相关研究成果较为丰富,但是目前将支架式教学应用到高中数学的研究更加偏向以数学解题或者整个数学课堂教学为视角,以“数学概念教学”为主要对象的研究很少,特别在实践方面还有待深入研究。因此,本文基于支架式教学的优越性以及高中数学概念教学的特点,尝试将支架式教学应用到高中数学概念教学当中,具有一定的研究意义。

1.3 研究内容

首先,通过对国内外文献的梳理,分别从“数学概念教学”和“支架式教学”两方面的现有研究进行分析和总结。接着,利用教师访谈和学生问卷,调查高中数学教师在概念的“教”以及学生在概念的“学”两方面的现状,分析将支架式教学应用于概念教学的可行性。最后,结合理论研究和调查结果,探究支架式教学在数学概念教学中的应用策略,并进行案例设计,再将案例具体应用到课堂教学实践当中。通过对师生进行访谈,辅之以课堂观察的形式,与传统高中数学概念教学效果作对比,检验案例实施的效果。

1.4 研究意义

1.4.1 理论意义

一方面,通过对现有研究的分析,支架式教学在英语、语文这两门学科中的应用研究最为广泛,在数学学科中的应用研究相对较少,将其与高中数学概念教学结合起来的研究就更少了。另一方面,现有高中数学概念教学中不注重学生对概念的理解、忽视学生对概念形成过程的体验等问题。支架式教学倡导在教学中“师生互动”和“生生互动”的平等师生关系,通过营造情境对话式的教学环境,能改善学生在概念方面的学习情况。因此,本文通过对支架式教学和数学概念教学的相关研究进行分析整理,探索基于该教学模式的高中数学概念教学设计的原则和策略,拓宽了支架式教学的应用,也丰富了高中数学概念教学的理论。

1.4.2 实践意义

从学生学习的角度来看，在支架式教学模式下，通过教师逐层搭建的支架，学生一步步跨越认知障碍，真正经历概念形成的过程，促进对概念的理解；此外，还能使学生的学习兴趣得到激发，有利于养成良好的学习习惯。

从教师教学的角度来看，支架式教学可以帮助教师克服传统教学带来的弊端，转变教师的教学观念，丰富教学理论知识。此外，基于该模式设计了《抛物线及其标准方程》和《数列的概念》两个教学实践案例，为高中教师在数学概念教学模式的选择上提供参考。

1.5 研究方法

(1) 文献研究法

通过对支架式教学和数学概念教学两方面的国内外相关文献进行梳理，总结相关研究成果，分析两者结合的可行性。此外，通过对理论的理解，在前人研究的基础上，找到本研究开展的视角，确定研究的对象与范围。

(2) 问卷调查法

通过对问卷进行设计、修改、发放、回收、整理以及数据分析，了解阜阳市 X 中学高中师生在数学概念教与学方面的现状以及对支架式教学应用于数学概念教学的看法，为后期研究提供数据支撑。

(3) 访谈法

访谈法是研究者根据拟好的访谈计划，在经过被访谈者同意且不影响被访谈者正常教学的情况下，展开与被访谈者面对面沟通，从而获取资源的一种方法。通过对阜阳市 X 中学一线高中数学教师进行访谈，更加全面地了解教师在概念教学方面的情况、对支架式教学的了解以及将该教学模式应用于概念教学中的看法，为后续的研究提供现实依据。

(4) 案例分析法

笔者在理论研究的基础上，进行教学案例设计。以新人教 A 版中的《抛物线及其标准方程》、《数列的概念》两节概念课为例，对教学案例进行分析。

第2章 理论基础与相关概念

2.1 理论基础

2.1.1 最近发展区理论

维果斯基（1896年~1934年）在《社会的心智》一书中，提及“最近发展区”（ZDP，全称为 Zone of Proximal Development）这样一个极其重要的概念^[41]。具体地说，维果斯基认为应该从两个方面去评估学生的发展水平，即学生的现有水平与潜在发展水平。现有水平是指学生目前所能独立完成、解决问题的能力；而潜在发展水平是指目前尚不能独立完成，需在教师或更有能力的同伴帮助下才能达到的层次。以上两者之间的距离即为“最近发展区”，如图1所示。

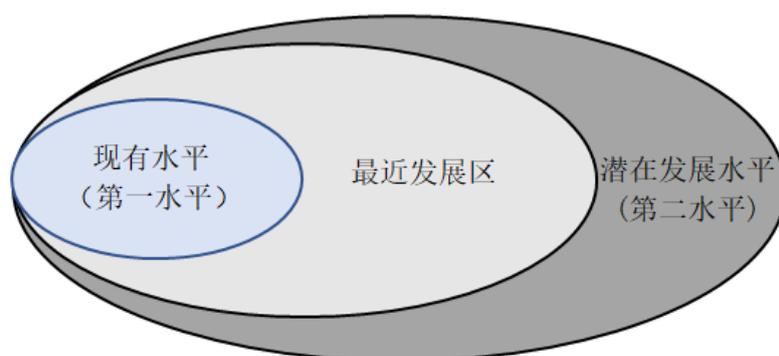


图1. “最近发展区”概念图

Figure 1. Concept map of the “Zone of Proximal Development”.

从该理论的解读上看，该概念十分注重外部环境，特别强调教学活动对于学生发展的重要性。因此，教师在教学过程中，应该关注学生的现有水平与潜在可能达到的更高水平，牢记教学不应该落后于学生的发展，将实现学生完成对“最近发展区”的跨越作为教学的终极目标。

支架式教学以“最近发展区”为主要理论指导，教师通过分解复杂任务、搭建支架，帮助学生在过程中不断完成对知识的建构，直至攀升到预期的学习目标。这种“支架”应在最近发展区的范围内，一旦超出了既定范围，便可能使学生感到学习困难，导致学习兴趣下降，从而对知识的自主完整建构产生消极影响。因此，教师在数学概念教学的过程中，应该围绕“最近发展区”进行教学，将复杂、抽象的概念学习任务进行分解，关注学生兴趣，通过师生间的合作交流，

使学生通过努力，跳一跳，就能摘到果子。这样的教学才更有效，也只有这样的教学，才能真正启发学生思考，最终助其完成对数学概念的整体建构。

2.1.2 建构主义理论

心理学的发展历程中，行为主义长期占领着主导地位。建构的思想早在 20 世纪 50 年代便由皮亚杰提出，无奈的是该思想并没有受到重视。直至 20 世纪 70 年代末，认知主义取代了行为主义，在心理学领域逐渐处于主导地位，建构主义才开始被重视起来。建构主义是对认知行为主义的批判和发展，充分吸收了皮亚杰、维果斯基等人的理论思想。其中，建构主义理论主要包括三种观点，分别是学习观、知识观和教学观。

(1) 建构主义的学习观

建构主义的学习观强调学生学习的主动建构过程。由于学生的经验、学习动机水平存在差异性，每个学生在学习过程中对知识的建构不尽相同。因此，建构主义反对教师单方面、强行的灌输，倡导学习是积极主动建构的过程。该过程依赖于学生的已有经验，通过对新知识的理解和消化，将新旧知识进行联系，从而改造自身的知识经验，完成对知识的完整建构。

建构主义的学习观强调在情境中进行学习。在学习过程中，要注重知识产生和应用的情境。如果学习脱离了情境，知识的应用无法迁移到具体的问题情境当中，学习过程的有效性就会受到影响。从数学概念教学来看，概念的高度抽象性要求学习过程中要有情境作为支撑，在情境中进行学习，抽象出概念的本质属性，才是真正的有意义学习。如果缺乏情境，对概念的学习便只停留在没有感情的文字、符号层面，从而影响教学效果。但是，情境的创设应该适度，否则学生会过度依赖情境，不利于抽象思维能力的培养。

建构主义的学习观强调学习是社会互动的过程。学习者通过群体的合作学习、交流互动来完成相应的学习任务，从而完成对知识的完整建构，可以认为学生的学习过程是个人行为与共同行为相互依赖与促进的关系。从概念教学来看，学生本身的经验背景不同，对于概念的理解角度也不同。因此，利用小组合作交流，整合小组成员的有益观点，并通过总结反思，可以促进学习者对概念的全面理解。

从学习观出发，可以得出有效的数学教学应该包括：①反对机械训练；②不

直接传授知识；③借助生活情境，嵌入数学问题；④鼓励学生发表不同于他人的意见，共享观点；⑤教师为学生搭建学习支架，助其发展正确的概念^[42]。总之，建构主义强调“情境、协作、会话以及意义建构”四个要点，而支架式教学就是利用这四个要点搭建支架。从理论层面上看，四要点使得将支架式教学应用于数学概念教学更具备可行性。

（2）建构主义的知识观

建构主义知识观主要体现在两个方面。一方面，知识不能独立于个体而客观存在，而是需要个体在已有经验背景的基础上，经历同化、顺应以及平衡的过程，这样主动建构而来的知识才有意义。另一方面，建构主义者认为知识及其所反映的客观世界并非一一对应。首先表现在随着人的认知水平发展以及科技的进步，当下的知识面临着更新与被超越的境况，最终可能被新知识所取代。支架式教学在建构主义知识观的指导下，强调在教学中要注重启发学生积极思考，引导学生在不同的数学问题和情境中对知识进行再创造，才能真正地理解知识，发展核心素养。

（3）建构主义的教学观

建构主义区别于传统教学最大的特点便是教师在教学过程中的角色定位。从学习观上看，学习乃是学习者主动建构知识的过程，这便明确了教师应该是教学中的促进者、引导者和组织者。教师应以学生真实水平为依据，创设合适情境，组织相关活动，激发学生的思维活动，引导学生在情境和活动中通过自身的体验，完成对知识的自主建构^[43]。支架式教学遵循建构主义的教学观，强调教师为学生搭建支架是其在教学中的主要任务，待学生一步步完成对知识的建构后，逐步撤去支架，将责任逐渐转移到学生身上。此时应该明确，教师与学生的地位是动态、变化的。

2.2 相关概念

2.2.1 支架式教学模式

（1）教学模式

20世纪50年代以后才有教学模式（Teaching Mode）相关的概念与理论。研究者对其定义有众多看法，将其看做是：①教学活动的基本活动或框架；②教学

活动的基本程序或策略；③一种组织和设计教学的理论；④教学活动的操作样式和方法^[44]。总体上看，教学模式是在教学实践中，为有效完成教学活动而形成的一种可操作性的体系，具体包含教学方法、策略、计划、目标等等，其作用如同一座桥梁，将教学理论和实践连接起来。因此，本文研究认为教学模式是为了顺利完成教学任务和活动，在相关的教育理论指导下，通过大量教学实践而形成的具备可操作性和相对稳定的教学程序。

（2）支架

“脚手架”原本是建筑领域的专用术语，意指在建筑施工时，为了施工方便而搭建的起临时支撑和辅助作用的工具。布鲁纳将这种“脚手架”引进到教育领域，即“支架”，隐喻在教学活动过程中，为帮助学生解决困难和自主构建知识的一种辅助性的概念框架。建筑中的“脚手架”和教育领域的“支架”都是能起到辅助以及支撑的作用，但是后者因为作用的主体是学生，因而在使用方面更具备灵活性。

（3）支架式教学

目前学者对于支架式教学尚无统一的概念界定。基于对相关文献的研究，目前欧共体在“远距离教育与训练项目”中的相关文件提及的定义影响较为广泛，即：“支架式教学应当为学习者建构对知识的理解提供一种概念框架。这种框架中的概念是为发展学习者对问题的进一步理解所需要的，为此，事先要把复杂的学习任务加以分解，以便于把学习者的理解逐步引向深入^[45]。”该定义中，概念框架的建立应该遵循“最近发展区”理论，即学生学习时，教师通过为学生提供适时的帮助、支持，使其掌握、内化课堂上的知识，完成对知识的建构，从而促进能力、智力的发展，实现从一个水平向（现有水平）另一更高水平（潜在发展水平）的跨越，如图 2 所示。

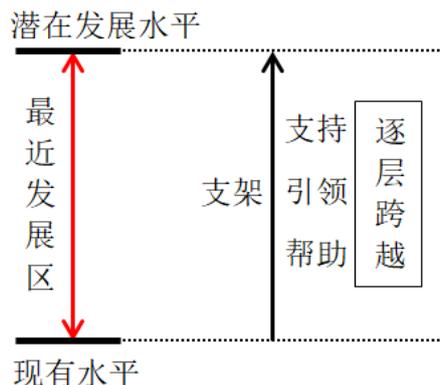


图2. “支架式教学”概念图

Figure 2. Concept map for “scaffolding teaching”.

(4) 支架式教学模式

对于支架式教学的性质，国内学者的理解并不一致，他们将其认为是一种教学模式、教学策略、教学方法或教学理论等，将其认为是教学模式的学者居多。在相关概念和理论研究的基础上，本研究认为支架式教学是一种教学模式。它以建构主义理论和最近发展区理论为基础，基于学生的现有认知，在教师、同伴等提供的“支架”引领下，帮助学生建构知识，有着较为稳定的逻辑框架。该教学模式在高中数学概念教学中的应用，需要教师于课前了解学生的现有水平，接着对所学习的概念任务进行层级划分，在学习支架的指引下，通过独立探索、协作学习，使学生实现层级的跨越，直至最后完成对概念的整体建构。

2.2.2 数学概念教学

(1) 数学概念

概念是逻辑思维的产物，具体表现为人脑中对外观存在事物的抽象概括，本质特征在于具备较强的抽象性与概括性。在中学各门学科中，均包含许多学科相关的概念，而学科教学的起点便是对概念的教学。作为主流学科的数学而言，数学概念是组成数学学科的基础，在数学教学中有着不可替代的作用。作为数学领域的教育者和研究者，首当其要便是对数学概念有着非常清晰地认识。

数学概念是人脑对现实对象的数量关系和空间形式的本质特征的一种反映形式^[46]。数学概念作为数学知识结构的重要组成部分，是分析、解决问题的基础。对于一个数学研究对象来说，其“本质属性”指的是在一定的范围内保持不

变的性质；反之，可变化的性质即为“非本质属性”。因此，要于两者之间准确把握研究对象的本质属性，才能真正地认识数学概念。此外，概念有内涵和外延两方面。前者可以理解为一类事物所具有的共同本质属性的总和，是概念“质”的反映。相对而言，后者便是对概念“量”的反映，可以理解为满足概念内涵的一切对象的总和。因此。要真正地把握数学概念，不仅要对其本质与内涵有清晰地认识，还要深入了解两者间的辩证关系。

（2）数学概念教学

邵光华、章建跃认为数学概念的教学，应当是在教师对所授概念的特征进行分析、明确之后，合理选取教学素材以及设计问题情境，使学习者亲身经历概念发生的过程，在认识概念不同特征的基础上，对概念进行应用，掌握具体问题具体分析的方法，才能有效地应用概念建构原理解释问题^[47]。因此，高中数学教师在进行概念教学时，应对需要讲授的概念的本质特征有清晰地把握，创设合适的问题情境，让学生真真切切经历概念形成的过程，从而内化概念，使其综合能力达到能准确利用概念解决有关问题的水平。

数学概念教学有两种方式，即概念同化和概念形成。概念同化指的是利用学习者现有的认知结构，通过对新概念进行学习、加工，使新旧概念相互作用，最后将新概念纳入已有认知结构当中。概念形成指的是学习者对实例进行分析，由此归纳、概括出实例中所体现的共同本质属性，从而获取新概念。前者要求学习者具备相关的知识经验，对已有认知水平要求较高，是获取概念的主要途径，一般适用于高年级学生或者与旧概念联系紧密的新概念。后者对于学生已有认知要求不高，对提升学习者获取概念的能力有很大帮助，但耗时长，适合低年级学生或者初次接触的新概念。因此，为了更好地帮助学生学习，教师应当根据概念的特点以及学习者的情况，灵活选择以上两种教学方式。

第3章 高中数学概念教学的现状调查与分析

3.1 调查目的

将支架式教学应用到高中数学概念教学中,首当其要便是了解当前概念教学中存在的问题。因此,本次从教师和学生两个方面进行调查,加之在实习期间对实习学校的部分教师所授概念课的听课反思,总结当前教学存在的问题,并尝试将支架式教学应用到高中概念教学课堂当中,以期优化概念教学的效果。

3.2 调查方式与对象

本次调查的方式主要采取问卷和访谈。其中,对学生进行问卷调查,鉴于高一学生入学不久,对于数学概念的学习较少以及对老师的教学方式尚未有深入的了解,高三的学生处在复习阶段,学习任务较为繁重。因此,本次主要针对阜阳市X中学高二年级的学生进行问卷调查。本次问卷的发放面向高二年级6个班级的学生,采用随机发放的形式,及时回收。每一个班级发放30份,总计180份,回收180份,有效问卷共计174份,有效率为96.67%。访谈主要针对X中学的部分一线高中数学教师。除此之外,笔者积极参与到高二数学组的教研活动当中,通过与各位老师进行交流,并向他们请教学习,更加准确地把握当前数学概念教学现状。

3.3 学生调查问卷编制

笔者结合自身的经验以及课题的需要,编制了“高中生数学概念学习现状调查问卷”(见附录1),主要以20道单项选择题、1道多选题、1道开放题的形式呈现。问卷的编制主要包括五方面,分别是:(1)学生对数学概念的学习态度与看法(1、2、3、4);(2)学生在数学概念方面的学习习惯(5、6、7);(3)对数学概念的掌握情况(8、9、10);(4)从学生角度了解高中数学教师概念教学的现状(11~19);(5)学生期待的概念教学方式及有关建议(20、21、22)。本问卷采用“量表式”,问题回答设置五个等级,分别为“完全符合”、“基本符合”、“一般”、“基本不符合”、“完全不符合”,并将以上等级依次赋以5、4、3、2、1分。

3.4 教师访谈提纲编制

本次对教师的访谈，设置了 5 个问题。第一题主要是调查教师在数学概念教学时采用的主要教学形式；第二题主要是调查教师在概念教学方面如何进行备课；第三题主要是调查目前教师在概念教学方面存在的困难；第四题主要是调查教师对数学概念教学环节的看法；第五题主要是调查一线教师对支架式教学应用到数学概念课堂的看法。

3.5 学生问卷数据分析

3.5.1 信度和效度分析

(1) 信度

信度是指测验结果的一致性、稳定性及可靠性。信度系数越高，测验结果越一致、稳定与可靠。此次问卷的测定利用克伦巴赫 α 系数（以下简称 α 系数）进行，具体可供参考的评价指标如表 1 所示。

表 1. α 系数的评价标准

Table 1. Evaluation criteria for the alpha factor.

α 系数	层面（可信度）
$\alpha < 0.5$	不理想，舍弃不用
$0.5 \leq \alpha < 0.6$	可以接受，增列题项修改语句
$0.6 \leq \alpha < 0.7$	尚佳
$0.7 \leq \alpha < 0.8$	佳（信度高）
$0.8 \leq \alpha < 0.9$	理想（甚佳，信度很高）
$0.9 \leq \alpha$	非常理想（信度非常好）

由表 1 可以看出，当 α 系数大于 0.6 的时候，问卷的测试结果是比较可靠的。 α 系数越大，结果越可靠。本次利用 SPSS 25.0 统计软件进行相关计算，结果如表 2 所示，得到本问卷的 α 系数为 0.740，对照表 1 可以得出本问卷属于信度高的层面。

表 2. 可靠性统计

Table 2. Reliability statistics.

可靠性统计		
克隆巴赫 Alpha	基于标准化项的克隆巴赫 Alpha	项数
0.740	0.741	20

(2) 效度

本问卷的效度采用 KMO（偏相关矩阵）进行判断。由表 3 可知，KMO 为 0.724，显著性小于 0.05，说明该问卷的总体结构效度良好。因此，本次研究可以用本次问卷的调查结果为依据进行。

表 3. KMO 和 Bartlett 检验

Table 3. KMO and Bartlett test.

KMO 和巴特利特检验		
KMO 取样適切性量数。		0.724
巴特利特球形度 检验	近似卡方	830.971
	自由度	190
	显著性	0.000

3.5.2 描述性分析

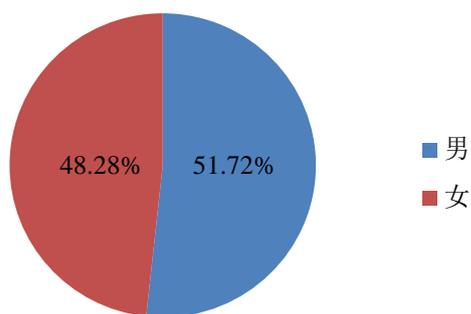


图 3. 学生性别分布情况

Figure 3. Gender distribution of students.

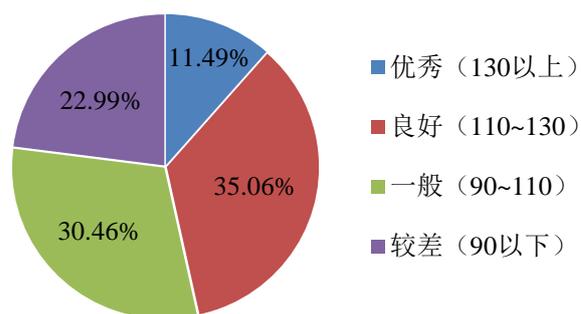


图 4. 学生成绩分布情况

Figure 4. Distribution of student performance.

由图 3 可知，参与本次问卷调查的女生占 48.28%，男生占 51.72%，男女生比例接近。如图 4，从成绩分布上看，成绩优秀的学生占 11.49%，成绩良好的学生占 35.06%，成绩一般的学生占 30.46%，成绩较差的学生占 22.99%。可见，本次调查对象包含各个学习水平的学生。

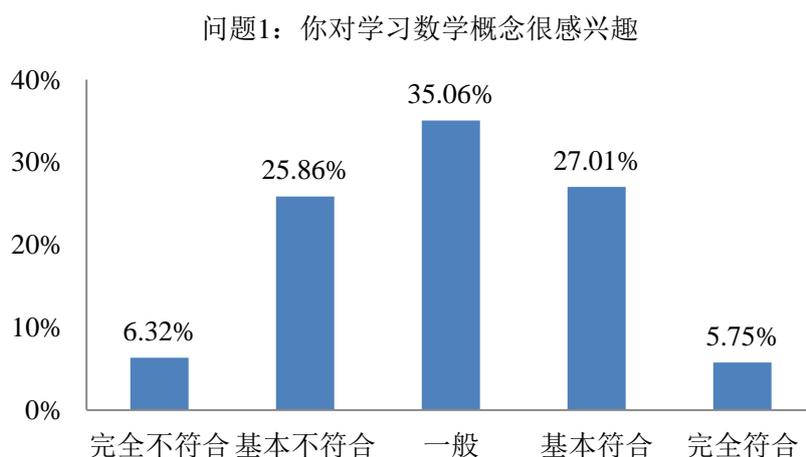


图 5. 问题 1 调查情况

Figure 5. Question 1 survey situation.

从图 5 可以看出，27.01%的学生选择“基本符合”选项，而选择“完全符合”选项的人数最少，两者之和约占总人数的百分之三十，说明大约百分之三十的学生对学习数学概念很感兴趣。“一般”选项有 35.06%的学生选择，说明这部分学生对数学概念的学习兴趣程度一般。此外，超过三成的学生对数学概念的学习基本或完全不感兴趣。

问题2: 相比对数学概念的识记和应用, 你认为对概念的理解更重要

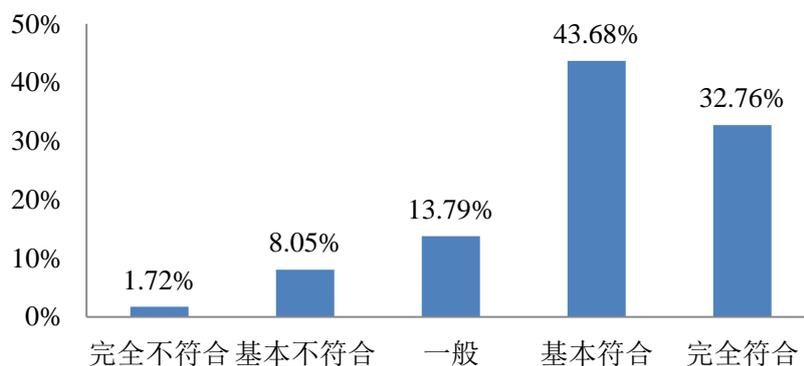


图 6. 问题 2 调查情况

Figure 6. Question 2 survey situation.

由图 6 可知, 本次调查的学生当中, 43.68% 的学生选择“基本符合”选项, 32.76% 的学生选择“完全符合”选项, 两者之和约为 75%。可见, 大部分学生都认为对概念的理解更重要。此外, 超过 20% 的学生认为对概念进行理解, 并不是最重要的。

问题3: 你认为真正理解数学概念, 对学习定理、法则和解题等都有很大帮助

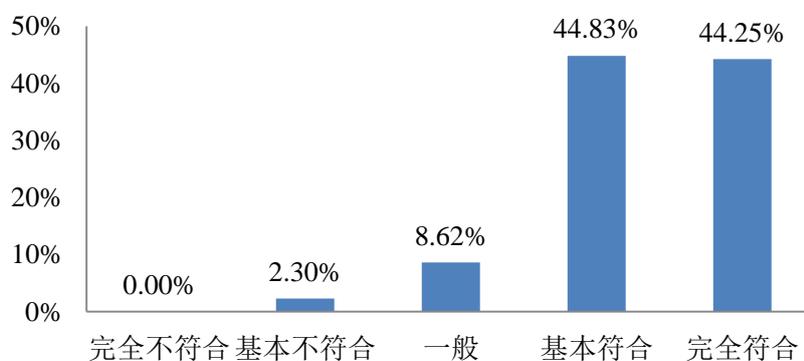


图 7. 问题 3 调查情况

Figure 7. Question 3 survey situation.

由图 7 可知, 接近 90% 的学生对题干的表述较为认可, 说明他们觉得理解数学概念比较重要, 对定理、法则的学习以及解题的帮助较大。除此之外, 8.62% 的学生对题干表述持一般的态度, 还有 2.30% 的学生对题干的表述认可程度较低, 这些学生认为数学概念的学习对定理、法则的学习以及解题方面可提供的帮助较小, 并不是很认可概念学习的作用。

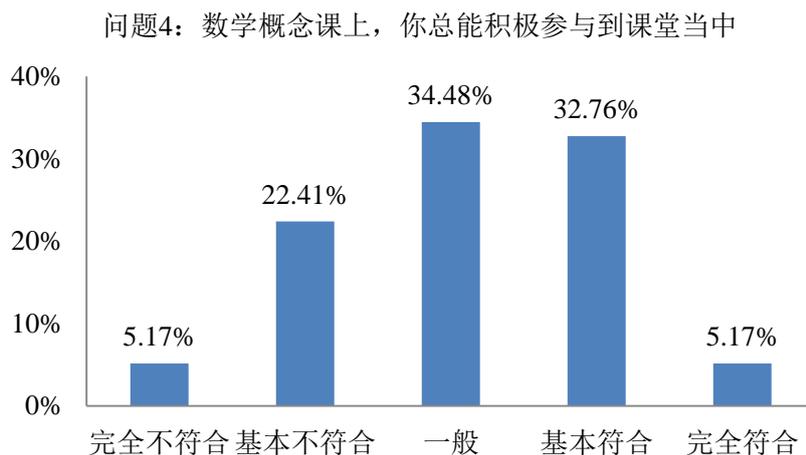


图 8. 问题 4 调查情况

Figure 8. Question 4 survey situation.

由图 8 可知, 选择“基本符合”的学生大约占调查总数的三分之一, 还有 5.17% 的学生完全同意题干的表述, 选择以上两项的学生人数还不到总人数的四成, 说明这部分学生在数学概念学习方面较为积极, 能充分投入到课堂当中。有 34.48% 的学生觉得对概念学习的积极性较为一般。接近三成的学生觉得题干表述并不契合自己真实的课堂表现, 表明仍有一部分学生对概念的学习缺乏积极性。

表 4. 问题 1~4 量化后均值

Table 4. Mean values after quantification of questions 1~4.

题目	量化后均值
问题 1: 你对学习数学概念很感兴趣	3.00
问题 2: 相比对数学概念的识记和应用, 你认为对概念的理解更重要	3.98
问题 3: 你认为真正理解数学概念, 对学习定理、法则和解题等都有很大帮助	4.31
问题 4: 数学概念课上, 你总能积极参与到课堂当中	3.10

问题 1~4 主要是调查学生对数学概念学习所持的态度。如表 4 所示, 问题 2 与问题 3 量化后均值分别为 3.98 和 4.31, 说明学生大部分认为在数学概念学习时应注重对概念的理解, 概念的理解对于学习定理、法则和解题有较大帮助。问题 1 和问题 4 量化后均值分别为 3.00 和 3.10, 相对于问题 2 和问题 3 而言, 分值较低, 说明学生在概念学习方面的兴趣并不是很高, 积极性也有待提升。从整体上看, 学生都较为认可真正理解概念的重要性, 但是对于概念的学习兴趣以及

积极性还有待提升。

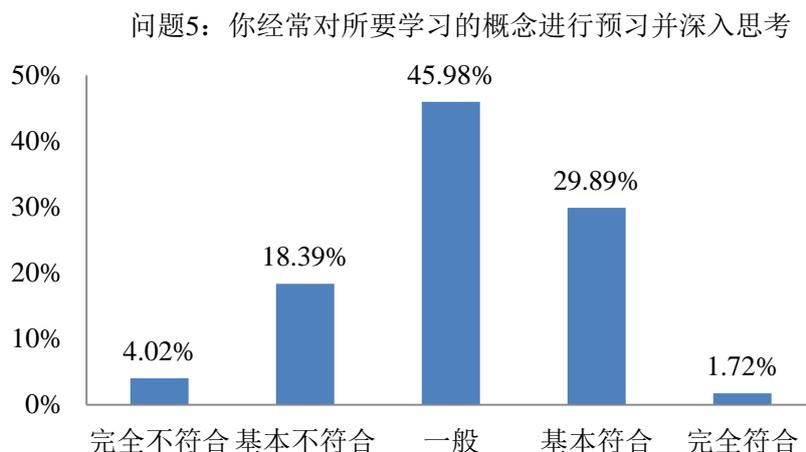


图 9. 问题 5 调查情况

Figure 9. Question 5 survey situation.

从图 9 可以看出,选择基本或完全符合的学生人数总和约占总数的 30%,说明仅有大概三成的学生能对所要学习的概念进行预习和思考。此外,有 45.98% 的学生选择“一般”选项。超过两成的学生选择完全或基本不符合,说明在学习新概念前,存在部分学生完全或基本不会提前对所学习的概念进行预习和思考的情况。

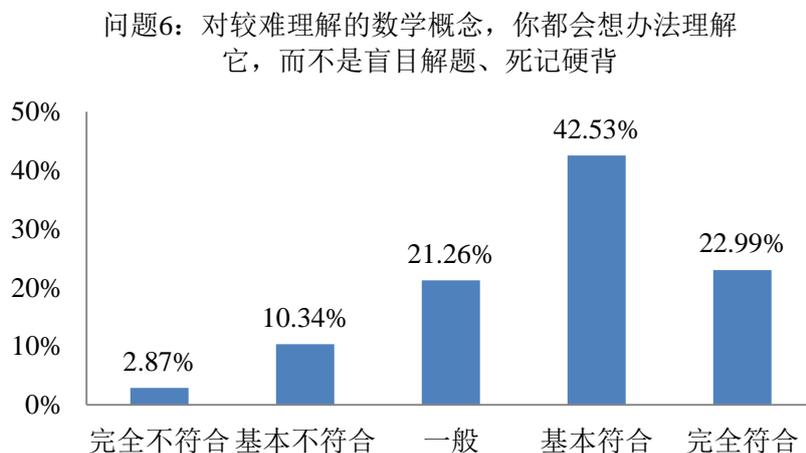


图 10. 问题 6 调查情况

Figure 10. Question 6 survey situation.

从图 10 可以看出,有 42.53% 的学生对于难以理解的概念,基本上都会想办法去理解它。有 22.99% 的学生觉得题干表述完全符合自己的想法,说明超过近六成的学生都倾向于对概念的理解,不喜欢盲目解题和死记硬背。但是仍有部分

学生采用死记硬背的手段处理难理解的概念，这将不利于学生对概念的建构。

问题7：学完部分数学概念之后，你会对所学概念进行系统梳理

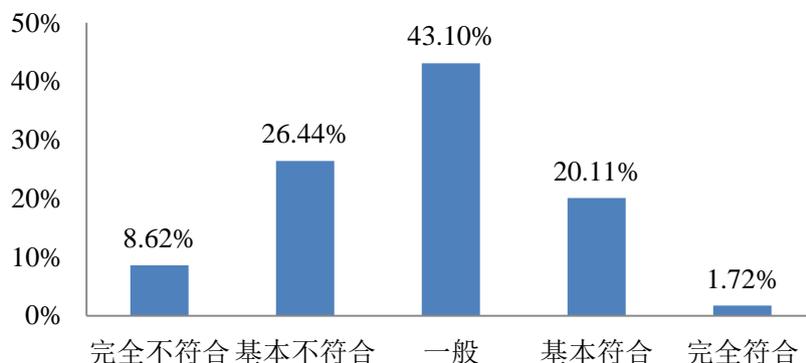


图 11. 问题 7 调查情况

Figure 11. Question 7 survey situation.

从图 11 可以看出，大约两成的学生对于题干的表述认可程度较高。有 43.10% 的学生认为题干的表述与自己的实际想法吻合程度一般。值得注意的是，选择完全或基本不符合的学生约占总数的 35% 左右，说明超过三成的学生基本或者完全不会对数学概念进行系统梳理。

表 5. 问题 5~7 量化后均值

Table 5. Mean values after quantification of questions 5~7.

题目	量化后均值
问题 5：你经常对所学习的概念进行预习并深入思考	3.07
问题 6：对较难理解的数学概念，你都会想办法理解它，而不是盲目解题、死记硬背	3.72
问题 7：学完部分数学概念之后，你会对所学概念进行系统梳理	2.80

问题 5~8 主要是调查学生对概念学习的方式。由表 5 可以看出，问题 5 量化后均值为 3.07，表明学生课前预习的习惯处于一般的水平。问题 6 量化后均值为 3.72，说明大部分学生在学习时遇到困难，会倾向于先弄清楚概念，而不是死记硬背、盲目解题。问题 7 量化后的平均分仅为 2.80，说明学生对概念间的联系与区别并不是很关注，对概念进行系统梳理的意识不强。整体上看，学生在概念学习方面的自主建构意识处在一般的水平，教师教学时应注重对其学习习惯的培养，转变教学方式，才能促进学生的发展。

问题8: 学完新的数学概念后, 你能正确应用概念

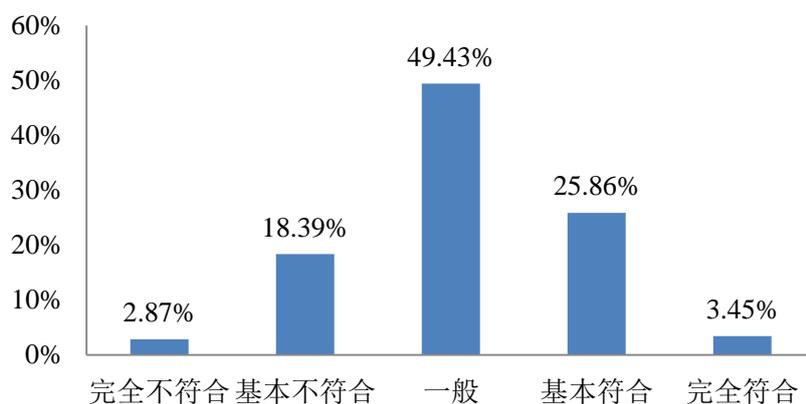


图 12. 问题 8 调查情况

Figure 12. Question 8 survey situation.

从图 12 可知, 约有两成的学生认为自己在学完新概念后, 并不能对概念进行正确应用。大约一半的学生表示题干的描述与自身实际情况吻合程度一般, 说明这部分学生有时候能正确应用概念, 但有时候又不能正确应用概念。此外, 有 25.86% 的学生选择“基本符合”选项, 3.45% 的学生选择“完全符合”选项, 说明这部分学生在学完新概念后基本或完全能对概念进行正确应用。

问题9: 你能准确把握新旧数学概念之间的联系与区别

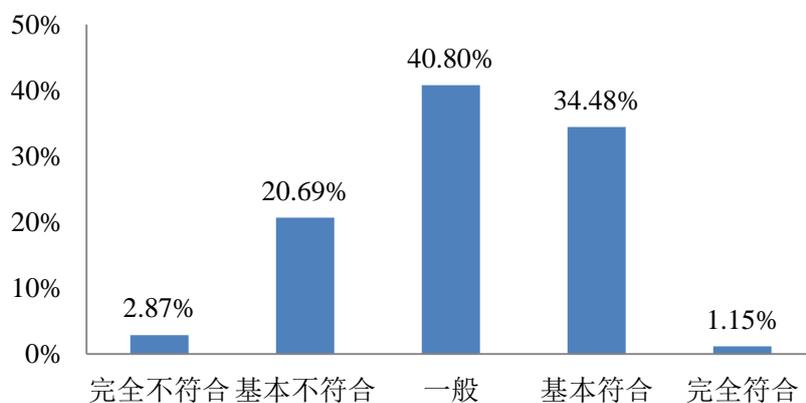


图 13. 问题 9 调查情况

Figure 13. Question 9 survey situation.

由图 13 可以看出, 该问题的调查结果与问题 5 的情况类似。有 34.48% 的学生认为自己基本能把握新旧概念之间的区别与联系。接近 25% 的学生不能把握新旧概念之间的关系。此外, 40.80% 的学生认为题干表述与自身情况契合程度一般。

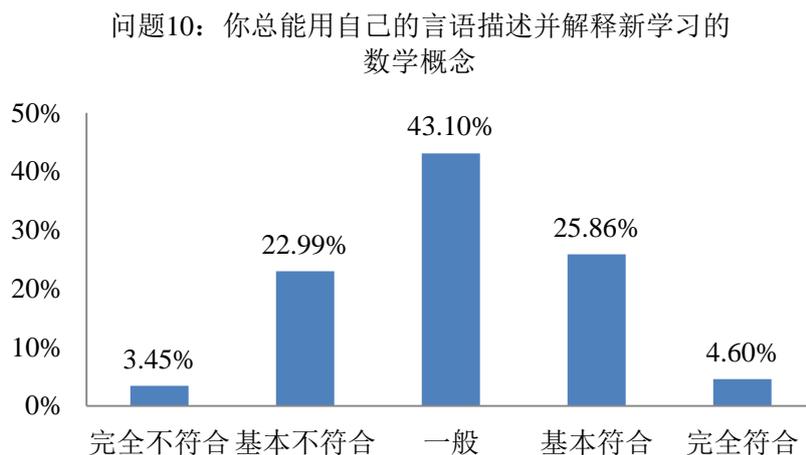


图 14. 问题 10 调查情况

Figure 14. Question 10 survey situation.

由图 14 可知, 大约 25% 的学生基本或完全不能用自己的话去描述新学习的数学概念。43.10% 的学生对题干表述的认可程度一般。此外, 还有接近三成的学生觉得能用用自己的言语很好地对所学习的概念进行解释和描述。

表 6. 问题 8~10 量化后均值

Table 6. Mean values after quantification of questions 8~10.

题目	量化后均值
问题 8: 学完新的数学概念后, 你能正确应用概念	3.09
问题 9: 你能准确把握新旧数学概念之间的联系与区别	3.10
问题 10: 你总能用自己的言语描述并解释新学习的数学概念	3.05

问题 8~10 主要是对学生概念掌握情况的调查。从表 6 可以看出, 三个问题量化后的平均分均在 3.00 左右, 说明学生对概念的正确应用程度一般, 并且难以准确把握新旧概念之间的联系与区别, 对于新学习的概念不一定都能用自己的语言去解释它。从整体上看, 学生对数学概念的掌握程度一般。因此, 教师在课堂上应该将概念讲清楚, 让学生经历概念形成的过程, 鼓励他们用自己的话解释清楚概念, 才能帮助学生深度理解概念, 从而正确地应用概念。

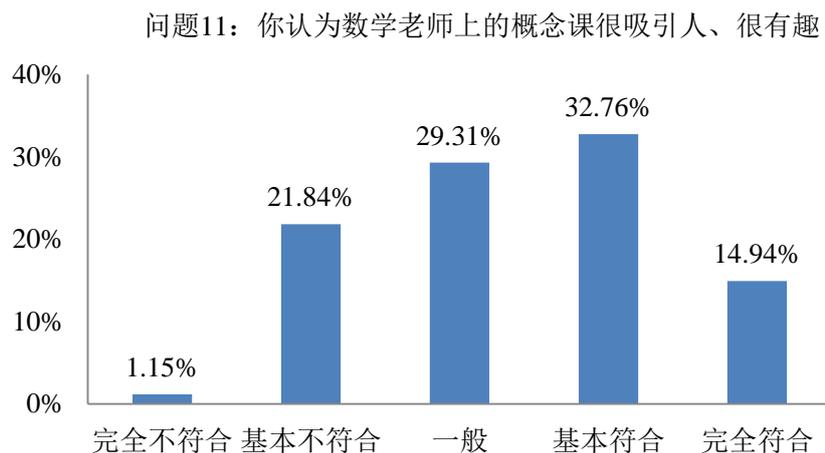


图 15. 问题 11 调查情况

Figure 15. Question 11 survey situation.

由图 15 可知，超过三成的学生基本认同题干表述，14.94%的学生完全认同题干的表述。以上说明，接近 50% 的学生认为数学教师上的概念课很吸引人。此外，接近三成的学生对数学概念课的评价持一般的态度。还有超过两成的学生认为数学概念课很枯燥、很乏味，并不能吸引自己的注意力。

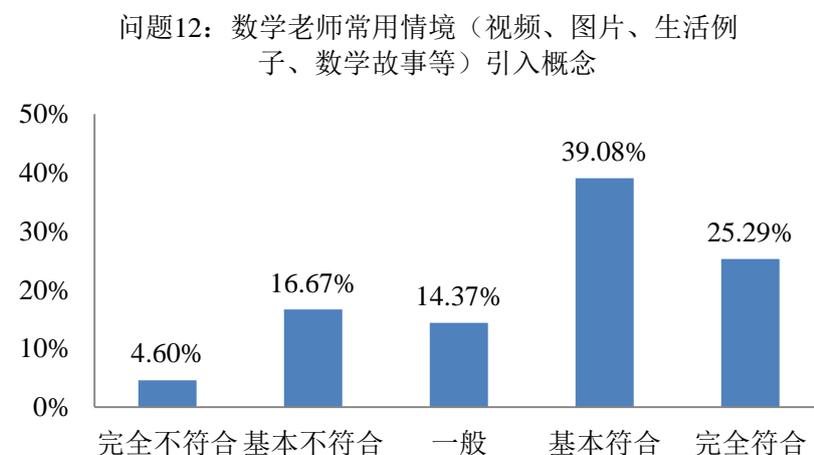


图 16. 问题 12 调查情况

Figure 16. Question 12 survey situation.

由图 16 可知，接近 65% 的学生认为教师经常用情境来引入概念。但是仍有大约两成的学生认为教师不经常创设情境来引入概念。除此之外，14.37% 的学生认为题干的叙述与实际情况吻合程度一般。

问题13: 老师创设的情境能激发你对数学概念的学习兴趣

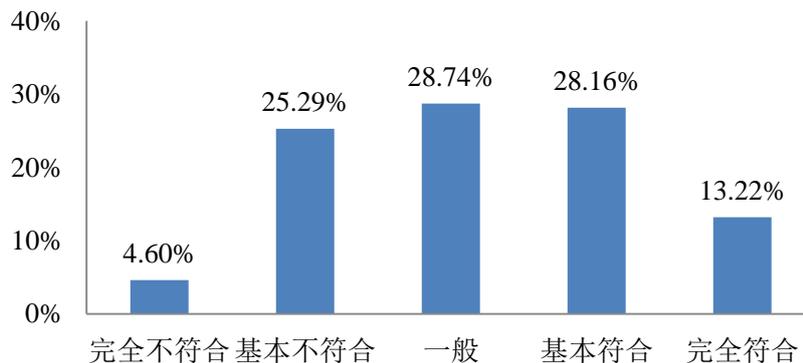


图 17. 问题 13 调查情况

Figure 17. Question 13 survey situation.

由图 17 可知, 超过四成的学生基本或完全认同教师创设的情境能很好地激发自己对概念的学习兴趣, 还有 28.74% 的学生对题干表述持一般的态度。除此之外, 还有 30% 左右的学生认为教师创设的情境基本或完全不能激发自己对概念学习的兴趣。

问题14: 数学概念课上, 老师经常给你们留足够的独立思考时间

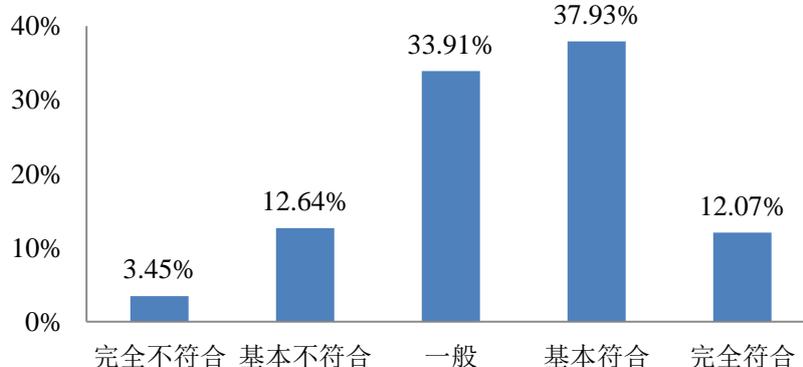


图 18. 问题 14 调查情况

Figure 18. Question 14 survey situation.

由图 18 可知, 刚好 50% 的学生认为教师给自己独立思考的时间基本或完全足够。但是仍有大约 15% 的学生认为教师留给自己独立思考的时间不够。此外, 有超过三成的学生对题干表述的认可程度一般。

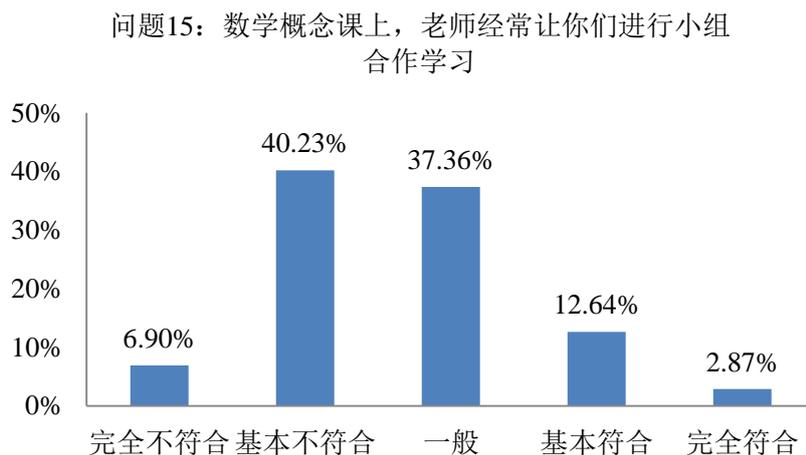


图 19. 问题 15 调查情况

Figure 19. Question 15 survey situation.

由图 19 可以看出, 接近五成的学生认为教师在概念课上基本不会或完全不会让他们进行小组合作学习。有 37.36% 的学生对题干的表述的认可程度一般。除此之外, 仅有大约 15% 的学生认为教师经常让他们进行小组合作学习。

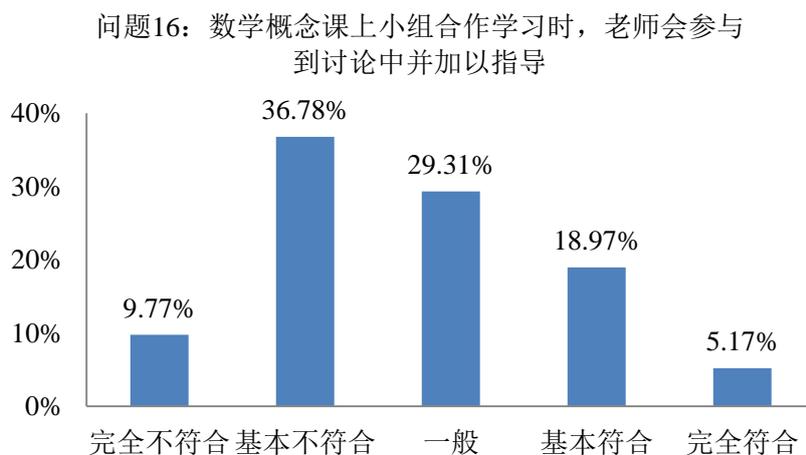


图 20. 问题 16 调查情况

Figure 20. Question 16 survey situation.

由图 20 可知, 分别有 36.78%、9.77% 的学生认为教师基本不会或完全不会参与到小组讨论当中。接近三成的学生对题干表述持一般的态度。还不到两成的学生比较认同题干的表述, 还有一小部分学生完全同意题干的表述。

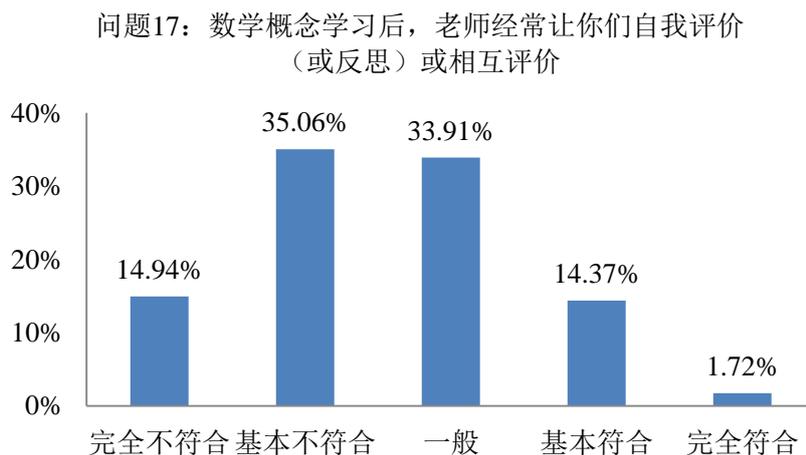


图 21 问题 17 调查情况

Figure 21. Question 17 survey situation.

由图 21 可知, 刚好一半的学生认为题干的表述基本或完全不符合真实课堂情况, 即这部分学生认为在概念课上, 教师基本或完全不会引导自己对自己或者对同学进行评价。还有超过三成的学生觉得题干的表述与实际情况吻合程度一般。只有接近 15% 的学生认为题干的叙述基本或完全符合教学实际。

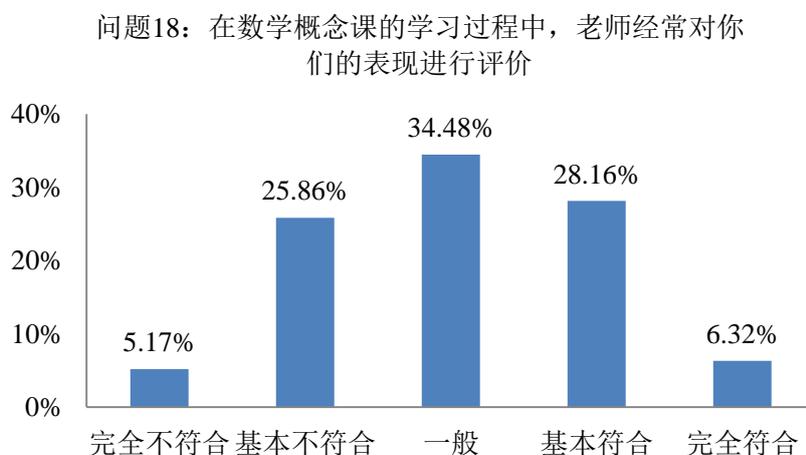


图 22. 问题 18 调查情况

Figure 22. Question 18 survey situation.

从图 22 可知, 接近三成学生认为教师在概念课上基本或完全不会对学生的表现评价, 还有 34.48% 的学生对题干表述秉持一般的态度。除此之外, 28.16% 的学生基本认同题干的表述, 6.32% 的学生完全认同题干的表述, 说明这部分学生的任课教师经常对他们的表现进行评价。

问题19: 在数学概念课上, 老师经常使用直观教具演示(实物、画图软件、视频等), 帮助你们理解概念

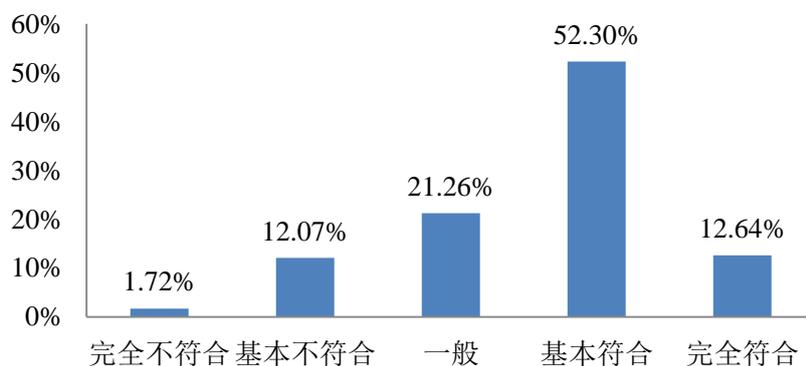


图 23. 问题 19 调查情况

Figure 23. Question 19 survey situation.

由图 23 可知, 有 52.30% 的学生基本认同教师经常使用直观教具帮助他们理解概念, 还有 12.64% 的学生完全认同教师经常使用直观教具帮助他们理解概念。但是, 仍有超过三成的学生觉得教师在概念课上使用的直观教具的频次较低, 甚至不使用。

表 7. 问题 11~19 量化后均值

Table 7. Mean values after quantification of questions 11~19.

题目	量化后均值
问题 11: 你认为数学老师上的概念课很吸引人、很有趣	3.39
问题 12: 数学老师常用情境(视频、图片、生活例子、数学故事等)引入概念	3.64
问题 13: 老师创设的情境能激发你对数学概念的学习兴趣	3.20
问题 14: 数学概念课上, 老师经常给你们留足够的独立思考时间	3.43
问题 15: 数学概念课上, 老师经常让你们进行小组合作学习	2.64
问题 16: 数学概念课上小组合作学习时, 老师会参与到讨论中并加以指导	2.73
问题 17: 数学概念学习后, 老师经常让你们自我评价(或反思)或相互评价	2.53
问题 18: 在数学概念课的学习过程中, 老师经常对你们的表现进行评价	3.05
问题 19: 在数学概念课上, 老师经常使用直观教具演示(实物、画图软件、视频等)帮助你们理解概念	3.62

问题 11~19 主要是从学生的角度分析教师在概念教学方面的情况。从表 7 的量化后均值可以看出,当前教师经常利用情境引入概念,但是对学生学习兴趣的激发程度还有待提高。可见,教师在情境创设方面存在一定的问题,应该在情境创设方面多下功夫。此外,教师会给学生独立思考的时间,但是由于课堂时间关系,生生间合作学习以及教师参与到生生讨论当中的程度较低,并且不经常对学生进行点评和引导学生进行反思和评价。以上说明,当前概念教学主要还是师讲、生听的教学模式为主,模式比较单一,不利于学生发展以及经历概念形成的过程,并且学生和教师都不能及时得到反馈,无法正确地认识与看待自身存在的优势与不足。值得肯定的是,从问题 19 的量化后均值为 3.62 来看,说明教师在概念教学时,对直观教具的使用情况较为可观。

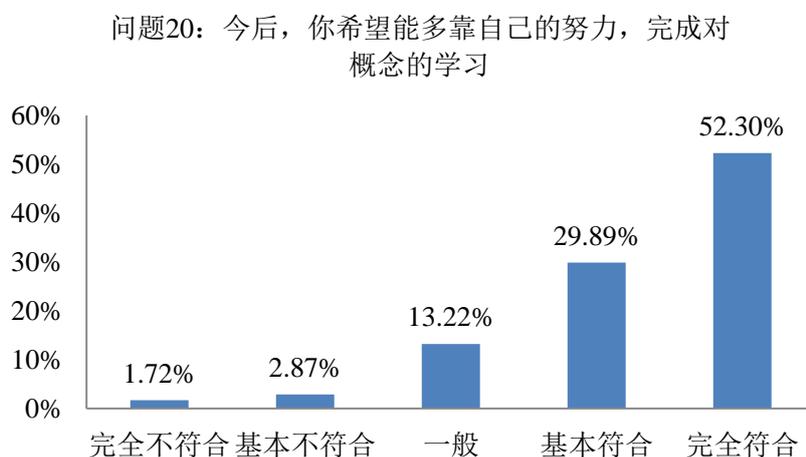


图 24. 问题 20 调查情况

Figure 24. Question 20 survey situation.

从图 24 可知,超过八成的学生对经过自己努力完成对概念的学习持基本或完全同意的态度,只有 3.5%的学生不想自己完成对数学概念的学习。本题的量化后平均分为 4.28,说明大部分学生还是希望教师能给自己多些自主学习的机会,亲身经历概念形成的过程,通过自己努力完成对概念的学习。

表 8. 多选题 21 频率汇总表

Table 8. Multi-selected question 21 frequency summary table.

		响应		个案百分比
		个案数	百分比	
你希望数学老师用以下哪些方式,更好地帮助你们学习概念? ^a	A.单纯板书授课	15	1.5%	8.6%
	B.多创设与概念有关的情境	142	13.7%	81.6%
	C.老师讲、学生听的模式	37	3.6%	21.3%
	D.独立思考时间多一些	144	13.9%	82.8%
	E.小组交流、合作学习	138	13.4%	79.3%
	F.多对你们课堂表现进行点评	119	11.5%	68.4%
	G.多讲些与概念有关的数学故事	123	11.9%	70.7%
	H.直接给概念,多点时间做题	17	1.6%	9.8%
	I.多用直观教具演示	142	13.7%	81.6%
	J.教师指引下,师生互动	156	15.1%	89.7%
总计		1033	100.0%	593.7%

a. 使用了值 1 对二分组进行制表。

问题 21 为多选题,为得到每个选项的频数分布情况,将具体数据输入到 SPSS 25.0 中,并进行多重响应分析。由表 8 可以看出,选项“B.多创设与概念有关的情境”、“D.独立思考的时间多一些”、“E.小组交流、合作学习”、“I.多用直观教具演示”和“J.教师指引下,师生互动”,共五项的响应率和个案百分比明显较高。从调查的结果可以清楚地看出,学生都认为教师指引下、师生互动与生生互动的教学形式以及对于工具、情境、以及元认知等支架的使用,可以帮助他们更好地学习概念。可见,将支架式教学应用到数学概念教学中对学生学习能起到很大的作用,深受其认可。而选项“A.单纯板书授课”、“C.老师讲、学生听的模式”和“H.直接给概念,多点时间做题”,这三项的响应率和个案百分比都很低,说明大部分学生不喜欢教师采用以上形式进行教学,但是还有小部分学生偏向于传统的教学模式,对概念的学习还是集中在单纯听讲以及解题上。

问题 22: 你对当前数学概念教学方面,还有什么建议或者看法?

学生 1: 多找同学上黑板板书,增加师生互动。

- 学生 2: 希望老师说话、讲课慢一些, 给我们多些理解的时间。
- 学生 3: 希望课堂氛围可以活跃一些。
- 学生 4: 有时候对概念的学习思路很乱, 还是需要提前预习。
- 学生 5: 希望老师多让我们进行小组合作交流。
- 学生 6: 希望老师多讲一些与概念有关的数学故事。
- 学生 7: 多举一些实际生活中与概念有关的例子。
- 学生 8: 概念应用的时候, 希望老师讲细致一些, 不要跳步, 题量太大了。
-

问题 20、21、22 主要是调查学生喜欢的数学概念课堂的形式。从调查的结果来看, 学生普遍喜欢经历概念形成的阶段。除此之外, 对情境的创设、小组合作、师生互动、独立思考等教学形式都较为认可, 对活跃的课堂氛围较为喜欢。可见, 将支架式教学应用到高中数学概念课堂不仅深受学生的认可, 还能使学生真正地经历概念形成的过程, 在理解的基础上, 完成对概念的自主、整体建构。

3.6 教师访谈分析

本次主要是对实习学校 6 位教师进行访谈, 受访教师的教龄分布如图 25 所示。访谈摘要整理如下:

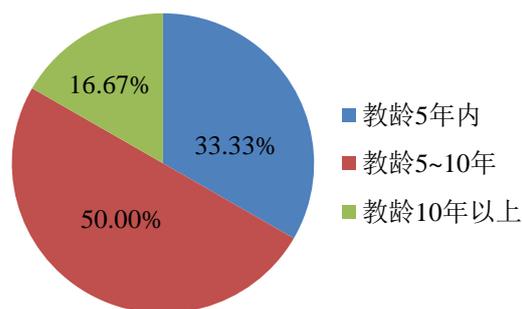


图 25. 教龄分布

Figure 25. Distribution of teaching experience.

(1) 数学概念教学的主要形式

从访谈结果上看, 六位老师都是以讲授法为主, 其它形式的教学方法为辅。例如新教师在上课时偶尔会采取合作交流的形式, 但是不太敢尝试新的教学模式。因为作为新教师, 他们认为主要还是要先将概念讲清楚。老教师因为有着丰富的

教学经验，经常在课上拓展、延伸概念之外的内容，擅长启发诱导，比较不注重合作学习。但是也经常因为知识延伸过度，超出学生的认知负荷以及最近发展区，导致学生难以接受，学习兴趣下降。总体上看，由于概念教学的特点、教师自身以及学生方面的影响，受访教师们在概念课上，留给自主学习以及合作交流的时间并不多，只能以讲授法为主，教学方式较为单一。

(2) 数学概念课的备课方式

几位教师都提及会考虑学生的已有水平以及根据教材进行备课。新教师表示除此之外还会参考网上材料、教参以及在教研活动的时候跟年级的数学教师进行交流讨论，吸取别人的经验。但是对于新教材和新课标的要求，把握比较不准确，且较难以把握学生的整体水平，从而需要花大量的时间在备课上。而老教师有了几轮的教学经验，对教材的熟悉程度以及学生可能遇到的困难都比较了解。因此，他们花在备课上的时间相对较少，有些教案是在旧教案的基础上进行修改后，便投入实践，但是缺乏针对性。有老师提及偶尔没有时间备课，便直接将集体教研的课件拿去上课。可见，对于当前的备课方式，部分老师还是比较容易忽视教学对象的特点，缺乏针对性与创新性。

(3) 数学概念教学存在的困难

六位教师都认为教好数学很难，上好概念课更难。部分教师认为数学概念的抽象性导致学生理解存在困难，加上学生不好的学习习惯（如作业不按时完成、学习自主性不高、不按时预习复习等），对数学概念学习不够重视，不能准确把握新旧概念间的联系，把大把时间放在解题上，导致出现“地基不牢”的现象。还有部分教师觉得数学本身就比较枯燥，特别是概念课，很难真正调动学生的积极性，师生互动存在障碍。除此之外，教师们普遍认为由于课堂时间的局限性和教学任务的压力，对于概念的讲解大多只能放在概念的应用上，不能很好地让学生经历概念形成的过程，且不能充分关注到学生是否真的理解概念，只能以解题来帮助他们理解。

(4) 对数学概念教学环节的看法

受访教师普遍认为引导学生经历概念形成的过程是理解概念的关键。但是由于各方面因素的影响，在概念形成环节用的时间较少，经常由教师代替学生说出概念，便进行解题训练，导致学生对概念的理解都只能停留在初步阶段，不能正

确地应用概念。长此以往，概念教学的重心便落在对概念的应用上，失去了原有的教育价值和作用。这也是目前概念教学中普遍存在的现象。另外教师们也都提到概念引入环节的重要性，好的引入是概念教学成功的一半，适宜的情境能吸引学生的眼球，使其保持高度关注。但是有两位教师提及自身教学方面存在情境创设的困难，认为自己创设的情境缺乏创新性和趣味性，并不能很好地激发学生的学习兴趣。还有一位老教师特别提及对概念的总结，认为引导学生对所学习的概念进行总结，一则能促进学生的认知系统化，二则能引导其进行自我反思。长此以往，有利于学生良好学习习惯的养成。

(5) 对教学理论学习的情况以及支架式教学模式的看法

从理论学习情况的调查来看，有四位老师表示平时很少主动学习教学理论知识，更不用说将理论与实践相结合。有两位教师表示平时会去浏览一些文章，能或多或少学习一些教学理论知识，但是应用比较少。在谈及对支架式教学的了解时，两位年轻的教师都说在上学时涉及到，但是对其了解也不深，课上偶尔会用到该模式，由于对于支架的认识不足，理念理解不到位，导致不能熟练运用。而其他老师对于该模式基本不了解。在笔者对该模式进行解释后，询问受访教师对该理论应用到数学概念教学时的看法，老师们都表示该模式跟新课标的基本理念很吻合，也很支持将该模式应用到概念教学当中。受访教师也提及在备课时都会考虑学生的现有水平，也会思考怎么引导才能帮助他们理解，但是缺乏理论的指导，会显得比较空泛；还有部分教师对该模式很感兴趣，表明自己会去研究该模式并试着将其具体应用到课堂上。此外，实习期间通过对部分教师的概念课进行观察，发现该学校的教师在上公开课时会用到支架式教学，但使用频率也不高，在平时课堂上的使用更少。

3.7 调查结果

根据以上分析，加之在实习期间，通过对部分教师所上概念课的听课反思，对本次高中数学概念教学现状调查的总结如下：

3.7.1 学生概念学习方面

(1) 对概念（特别是抽象概念）的学习兴趣有待提升以及在概念课上的积

极性不高。主要原因在于：教师在课堂上并没有很好地体现自身对于概念的重视程度，没有使学生经历概念形成的过程，加之概念本身具有高度抽象、概括的特点，学生认知受限，才会导致部分学生对于概念学习的兴趣和积极性都较低。

(2) 对数学概念的自主建构意识较为薄弱。通过调查，大部分学生无预习习惯，课后亦不会对概念进行系统梳理，作业完成情况不理想，概念课上长期处于被动状态。长此以往，对于复杂、抽象度高的概念，如果学生缺乏自主建构意识，很可能整堂课跟不上老师的节奏，加之课后也没去查缺补漏，便会出现概念间关系混乱的现象，导致对数学概念的学习兴趣下降，从而影响对概念的理解。

(3) 对概念缺乏深入、全面地认识。很多学生认为在概念课学习中，概念是很简单的，很容易就记住了。但是在解决问题中，常常出现概念应用不熟练，对于不同题型的题目无从下手。这是因为在概念课上，学生没有真正经历概念形成的过程，对知识简单、机械的听讲，对于概念形成的过程缺乏独立思考；加之没有经常性进行自我反思，学生在学习过程中缺乏自我认知以及对认知的调控不及时、不全面，最终导致对概念理解不够全面。

(4) 大部分学生认可“教师引导下，独立思考、生生交流互动”的教学模式，觉得该模式能帮助他们更好地学习概念，促进能力的提升。可见，支架式教学的应用，对于改善师生关系能起到促进的作用。此外，大部分学生对今后在概念学习方面还是抱着很大的期待。因此，高中数学教师应该抓住学生的心理，改变教学方式，在教学中进行积极引导，才能优化概念教学效果。

3.7.2 教师概念教学方面

(1) 数学概念教学模式相对单一。教师在高中数学概念教学方面上主要以讲授式为主，学生在老师言语引导下进行概念的学习，课上留给学生独立思考和协作学习的时间较少，对学生的评价方式较为单一，导致很难具体把握学生对概念的理解情况，忽视学生的主体地位。

(2) 忽视学生对概念形成过程的体验。教师们都认为高中数学概念很重要，但是由于新教材、新课标、学情复杂等因素，加之没有理论的指导，导致对概念的教学效果不理想。此外，教师代替学生说出概念，学生缺乏对概念形成过程的体验，只能用解题来加深学生对概念的理解。久而久之，概念教学的重心便只能

落在解题上。

(3) 概念课上很难激发学生的学习兴趣 and 积极性。概念引入是影响教学成败的关键环节。根据调查结果可以看出,情境支架的搭建,在一定程度上,可以激发学生的学习兴趣。但是在概念引入时,部分教师认为合适情境的创设较难,要么情境缺乏创新,要么很难与新概念完美融合,难以做到趣味性和创新性。

(4) 教师们普遍认为支架式教学在数学概念教学中的应用具备可行性。对支架式教学的认识,年轻的教师表示有过了解,并且在课堂上也偶尔会涉及到支架式教学,但是由于理解不够深刻,目前并不能熟练应用。此外,在调查沟通中,一线教师普遍认为支架式教学模式能够帮助学生经历概念形成的阶段,也能很好地激发学生的学习兴趣,认为将该教学模式应用到概念教学中具有可行性,与新课标的基本理念相吻合。

3.8 本章小结

根据调查结果可以看出,在高中数学概念课上,支架式教学的应用是有必要和具备可行性的。支架式教学强调教学过程中师生地位的动态变化,以支架为引领,引导学生进行自主、协作学习,将课堂还给学生。根据支架式的教学理念,如果合理利用其进行教学,能很好地改善当前高中数学概念教学中存在的问题,使师生关系更加和谐。

第4章 支架式教学在高中数学概念教学中的应用策略

根据第三章的调查分析，说明了支架式教学适用于当前高中数学概念课堂。本章主要对该教学模式在数学概念教学中的具体应用展开研究。

4.1 教学支架的选择与应用

目前，对于支架类型的划分并没有统一标准。中学不同学科都有各自的学科特点，同一学科不同课程类型也有不同之处，合理运用支架应建立在教师对支架有充分理解的基础之上。教师在高中数学概念教学中所用到的支架类型，应该符合数学学科以及概念教学的特点，本节总结归纳出常用的支架类型为：情境、问题、工具、建议、图表、范例以及元认知等七种类型。

(1) 情境支架

情境支架是指教师根据教学实际以及学生认知的需要，在课上创设与知识相关的情境，主要包括实际生活中的情境、科学情境、数学游戏、数学故事、数学史等。置学生于情境之中，拉近其与新知的距离，充分吸引他们的注意力，感受引入概念的必要性。从实际教学方面分析，情境支架之后往往伴随着问题支架。

例 4.1.1：教师在讲解“等比数列的概念”时，可以利用图 26 和图 27 的素材搭建情境支架。

师：埃及僧侣阿默土在纸草书上写下一些字样，翻译后如课件上所示（图 26），你们能猜到他想说明什么吗？

学生思考、讨论后回答。

师：看来同学们的想象力都很丰富。其实，他在书中并没有说明是什么意思。但在两千年后，斐波那契于《算盘书》中写下如课件上所示这样一个问题（课件展示，如图 27）。受该问题的启发，康托儿认为两个题意所表示的意思是相同的。那么，结合以前所学，根据斐波那契提出的问题，你们能发现什么吗？

生：我们可以得到一列数，分别是 $7, 7^2, 7^3, 7^4, 7^5, 7^6$ 。

师：这列数有什么特点吗？你们能联想到什么知识？

生：后一项与前一项的比值都是 7。它跟等差数列有点像，只不过它是比值相等。

师：同学们观察真仔细，这就是咱们今天所要学习的等比数列。

.....

家	猫	鼠	麦	量器
7	49	343	2401	16807

图 26. 素材 1

Figure 26. Material 1.

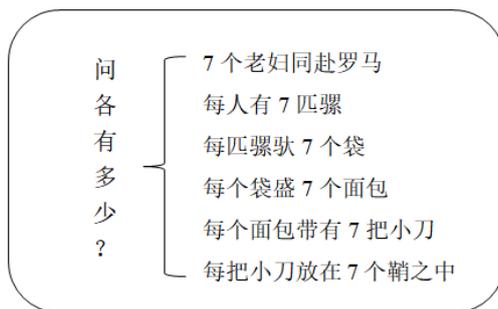


图 27. 素材 2

Figure 27. Material 2.

(2) 问题支架

问题是思维发展的关键，苏格拉底的产婆术便可体现出问题的价值。数学学习是不断发现、解决问题的过程。问题支架在数学教学过程中的使用最为广泛。问题支架的搭建是教师为了实现学生对于某个难以理解和掌握的数学内容，而将该内容分解成几个小的部分，设置一系列的问题，将每部分内容串联起来。学生在问题的指引下，一步步攀升，直至达到学习目标。问题的设置应该经过深思熟虑，在分析学情和教材的基础上，结合学生的认知水平，合理设置问题，避免出现问题之间毫无逻辑联系的情况，才能使学生产生认知冲突，对知识建构起正向引导的作用。

例 4.1.2：讲解“椭圆的定义”时，在学生动手画完椭圆之后，教师依次搭建以下三个问题支架。

问题支架 1：你们认为椭圆上的点有何特征？

问题支架 2：细线与定点间距等长时，点的轨迹如何？

问题支架 3：细线长小于定点间距时，又会是什么情况呢？

通过以上三个问题，将学生的注意力集中在所画的椭圆上，循序渐进，思路逐渐清晰，无形中学生已慢慢感受到概念的本质。

(3) 工具支架

为了完成教学任务和目标，帮助学生顺利完成对知识的建构，数学教师在教学中应用的多媒体演示（如几何画板、Geogebra 和 Flash 动画等）、实物模型等支持性工具，皆是工具支架的使用。其中，几何画板、Geogebra 作为数学概念教学中经常使用的工具支架，可以将难以理解、抽象度高的概念更直观地呈现在学生眼前，吸引学生注意力，从而帮助学生科学地理解数学概念以及发展能力。

例 4.1.3：“4.2 指数函数”一课中，在探究指数函数图象与底数 a 的关系时，教师可以在学生自主学习得出成果以后，先引导学生借助平板上的 Geogebra，试着动手实操，验证自己的学习成果。最后再由教师利用多媒体进行演示，丰富学生直观感知，加深理解。具体展示图如图 28 所示。

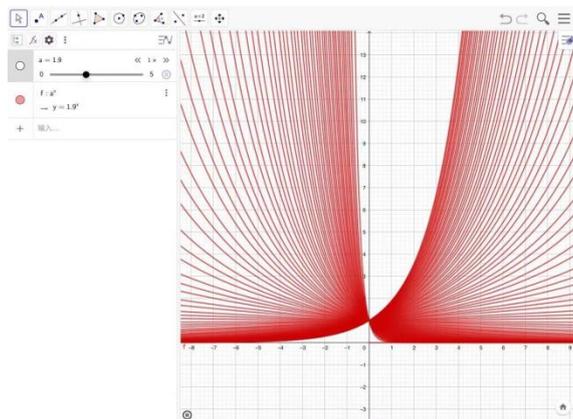


图 28. 指数函数图象与底数 a 的关系

Figure 28. The relationship between the graph of exponential function and the base number a .

(4) 建议支架

建议指的是教师在学生遇到基于自身的水平难以解决的难题或者是暂时没想到解决难题的突破口时，给予的可行性意见。该支架的使用为学生指明了方向，一针见血，使其朝着正确的方向去探索，节省课堂时间。当其句号变成问号时，此时便成了问题支架，两者均起到指引学生的作用。问题支架具备较强的系统性，而建议支架在课堂生成中的使用比较多，可以针对整个班级学生，也可以是小组或者个别学生。

例 4.1.4：在讲解弧度制的时候，教师通过建议的语气，提示学生将弧长公

式进行变形（即由 $l = n \frac{\pi r}{180}$ 转化成 $\frac{l}{r} = n \frac{\pi}{180}$ ），使学生从弧长与半径之比的方向思考，以旧知为基础，突出新旧概念间的联系。

(5) 图表支架

图表在数学学科中的应用必不可少。图表主要包括数学教学中的图示和表格。数学中常见的图表主要包括表格、概念图、韦恩图、思维导图等。结合图表支架进行教学，一则教师可以更好地讲清楚某个知识点，二则可以将知识间的联系更直观、系统地呈现，从而培养学生分析、归纳、总结的能力，有利于完整地建构概念。

例 4.1.5: 教师在讲解数列的概念时，经常会提及斐波那契数列（兔子数列问题）。此时，教师可以结合表 9 进行讲解，帮助学生理解该数列。

表 9. 兔子数量变化表

Table 9. Table of changes in the number of rabbits.

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	...
小兔子(对)	1	0	1	1	2	3	5	8	...
大兔子(对)	0	1	1	2	3	5	8	13	...
兔子总数(对)	1	1	2	3	5	8	13	21	...

(6) 范例支架

在数学教学过程当中，常用的支架之一便是范例支架。范例是指具有示范、典型性的示例，可以是学习成果、典型例子、亦或是教师的示范操作。学生从范例中得到一定的启发，从而在新知的学习中有章可循。范例在学生在学习新知中发挥着导向、参考和借鉴的作用，引导学生从“个”到“类”，让学生从中抽象归纳出与学习主题有关的知识。范例的选择应该符合教学目标，能够起到先行引导、化繁为简的作用，这样的范例支架才能够真正起到促进新知学习的效果。

例 4.1.6: 教师在讲解抛物线定义时，可以让学生回顾研究双曲线和椭圆的方法和步骤，在教师适当引导下，以旧知为基础去研究新知，不仅能够将新旧知识联系起来，还能起到先行组织者的作用，帮助学生明确抛物线的研究思路，增加课堂教学的有效性。

(7) 元认知支架

元认知是指对认知的认知。元认知支架是指教师对学生进行引导,使其对自身在学习中的认知活动和情感进行监控,及时调节反馈。比如,教师在课程结束前,向学生提出的“本节课渗透了哪些数学思想方法?”、“本节课学习了哪些知识?”、“能否用完整的关系图将本节课所讲的知识串联起来?”等,都是元认知支架的搭建。该支架的使用,通过引导学生对自身学习过程进行反思,不仅能巩固所学知识,还能逐渐培养良好的学习习惯。

4.2 支架式教学模式的应用原则

基于支架式教学以及高中数学概念教学的特点,在相关理论和概念教学现状的指引下,对支架式教学在高中数学概念教学的应用原则进行如下阐述:

4.2.1 以学生为中心原则

新课程改革强调教师要改变传统的教育理念,在课堂上,要充分关注学生的主体地位。支架式教学由建构主义发展而来,强调教师要引导学生经历知识建构的过程,充分展现“以人为本”的教育理念,这也是支架式教学的优越之处。因此,在课前,教师要充分备学生,了解学生的实际认知水平;在课中,教师要通过“支架”的作用,实现学生思维的一步步跨越,切忌将学生牢牢拽在手中,要让学生在问题和情境中提取到与概念有关的信息,从提取的信息中归纳总结概念本质属性,在问题解决中加深对概念的理解,使学生经历数学概念的抽象过程,从而自主完成对数学概念的整体建构;在课后,要对学生的学习情况进行总结,在学生反馈的基础上,反思课上是否尊重学生的主体地位。应当注意,由于学生的思维特点与现有水平的限制,在概念的学习中,经常出现一系列的错误使其偏离教学目标。此时,教师要对学生持包容的心态,不可急于求成,让学生经历试误的过程,随后在教师的适当指引下,明确错误的原因,修正错误,才能够使其更加透彻地理解数学概念。

4.2.2 概念教学情境化原则

布鲁姆认为在学习知识时,最有价值的过程是学习者的亲身体验与发现,即强调情境在学习过程中的重要性^[48]。心理学相关研究表明,一个概念的形成一

般需要经历两个心理过程，分别是学习者的亲身体验过程和心理加工过程，而概念的情境化便是完成两个过程的必要环节^[49]。支架式教学亦强调概念教学的情境化，即教师在教学过程当中，有目的、有计划地创设能体现概念本质特征的情境，通过适当的引导，使学生从情境中抽象出概念的本质特征。由于数学概念本身具有较强的抽象、概括性，例如函数的概念、集合的概念、数量积的概念等本身就比较晦涩难懂，如果教师在教学过程中，不能很好地把握教学情境的创设，将很难使学生真正融入到课堂中，更不用说对概念能有完整、深刻的理解。因此，教师在概念教学中适当创设情境，可以营造一种良好、和谐的教学氛围。从心理学的角度来讲，这种氛围可以激发学生的学习意愿等非认知因素，帮助学生更好地参与到课堂当中以及促进其对数学概念的理解，进而形成良好的认知结构。从以上分析可以看出，数学概念的教学过程中要遵循概念情境化的原则。但是，将概念情境化的过程当中应该适当的把握情境化的“度”，切勿为情境而情境，否则学生逻辑思维能力的发展会受到削弱。

4.2.3 问题导向性原则

教学是师生、生生互动的过程。在此过程中，问题的存在如同桥梁一般，起着沟通两岸的作用。问题是数学的心脏，数学问题的提出，实现了从现实目标到未知目标的探索，是形成新的数学知识、技能、思想方法的基本来源，也是培养数学核心素养的重要载体。问题支架作为常用的教学支架之一，要求问题的提出要能帮助学生实现最近发展区的跨越，具备实际效用的导向作用，而不能流于形式，采用一系列密集型的问题串，为提问而提问，这样会使得课堂又回到传统的“满堂问”。因此，教师对于问题的设置应该在教学设计时就经过反复推敲，在课堂中灵活运用，才能满足学生的实际需求，使其产生寻求问题解决方法积极性。除此之外，问题的提出不仅限于老师提问，还可以是学生问学生，学生反问老师等。

4.2.4 适时搭建、动态调整支架原则

支架式教学以最近发展区理论为基础。因此，在支架的使用过程中要充分考虑学生的现有水平与目标水平。学生对数学概念的学习是动态、逐步发展的过程，

并且学生是独立的个体，个体之间的认知水平、知识建构水平都存在着差异性。故而，教师在数学概念教学过程中，应充分观察、评估学生在相应阶段对学习任务的整体完成趋势，适时搭建支架，依据教学进程，动态、灵活地对支架进行调整、更新，引导学生往更高的水平攀升，直至完成最近发展区的跨越。

4.2.5 整体建构原则

支架式教学的实施需要合理规划、统筹安排，即将对数学概念的学习分解成一个个小的任务，通过“支架”将各个部分串联起来。基于以上特点，要求教师教学过程中要注重实施的整体性、连贯性、有序性，即在概念教学后，能使学生能形成对概念的完整认知，也就是要注重结构的完整性。加之数学学科知识本身的系统性以及学科知识内容在教材里的呈现具有层次性等特点。因此，教师在数学概念教学时，应具备整体的思想，充分分析教材，从单元到课时，把握概念间的逻辑关系，结合学情，合理地对概念教学进行课时和内容规划，做到通过教学能帮助学生完成对概念的整体建构。

4.2.6 注重协作互动原则

支架式教学强调教师要为学生营造一种情境、会话、互动的教学环境。因此，将支架式教学应用到数学概念课堂，意味着不仅仅是教师与学生的双边互动，还应具体包括学生与学生间的团结协作。从师生交流方面，教师应该正视学生在学习过程中提出的疑问和出现的错误，在交流中给予适当引导，帮助他们改正错误，克服学习困难，准确理解概念。从生生协作互动方面，基于学生认知和思维的差异性，对数学概念的理解和应用上会存在一定的差距，看待问题的角度也不尽相同，有效的生生互动可以起到互补的作用。因此，教师在数学概念教学的过程中，采取多样的合作交流形式，力求学生在交流中更加全面地理解概念。在数学概念教学中遵循协作互动的原则，不仅能使学生更好地理解概念，还能培养学生“用数学语言表达世界”的能力。

4.3 支架式教学模式的应用策略

4.3.1 把握最近发展区，搭建概念框架

支架式教学的顺利开展，依赖于对学生最近发展的评估。基于最近发展区，教师通过支架地合理搭建，帮助学生成功跨越最近发展区，达到教学目标^[50]。因此，厘清最近发展区、构建概念框架是实施支架式教学的关键。

(1) 遵循多方考究，厘清最近发展区

学生的现有水平是支架式教学实施的起点。因此，教师需要先确定学生的已有发展水平。该水平除了已经学习过的数学概念、生活中形成的前概念等，还应包括学生的学习态度和习惯等方面。因此，教师可以通过平时的课堂观察、作业批阅、问卷访谈、同事间的交流共享、集体教研活动等方式对学生的整体学习情况以及现有认知水平进行把握。除此之外，教师还可以借助学科间的联系，找准学科知识之间的交叉部分来辅助对学生现有水平的判断。例如教师在讲解数量积的概念之前，学生在物理课上已经学习了力做功的原理，这也是学生学习数量积这个概念前的现有水平。

教学的最终目的是要促进学生发展，这就需要确定学生的潜在发展水平（即目标水平）。教师可以以教材和课程标准等为参考，以数学知识间的逻辑关系和发展层次为纽带，确定学生的潜在发展水平，在教学中合理制定教学步骤^[51]。

(2) 划分最近发展区层级，合理构建概念框架

数学知识的编排顺序是螺旋上升的，学生学习也是循序渐进的过程，教学时不可能一步就实现最近发展区的完整跨越。因此，教师应该根据概念间的逻辑关系以及学生的认知特点，合理对最近发展区进行层级划分，将完整最近发展区划分为几个小的最近发展区。在这个过程中要注意，每一个小最近发展区的实现，都是后一个最近发展区的现有水平，教师要注意学生的最近发展区的动态变化，适时调整教学支架，才能有序、完整地帮助学生完成对概念的整体建构。

例 4.3.1.1：在“函数的单调性”这一概念的教学过程中，根据对学情和教材的分析，可以确定学生的两种水平，如表 10 所示。可以看出，该最近发展区实际上是使学生从定性到定量刻画函数单调性的过渡，该过程很考验学生的抽象能力。因此，教师应对该最近发展区进行层级划分（如图 29），即第一层级最近发

展区的实现，使学生借助数学符号语言，感受概念的本质特征；第二层级最近发展区的实现，使学生全面理解单调性的定义。根据以上分析，可以看出，实现第一层最近发展区的跨越之后，第二层最近发展区以其为现有水平，教师在该水平的基础上搭建支架，引导学生完成对该区域的跨越。因此，教师应于教学过程中充分考虑学生的最近发展区的动态变化，根据其前一发展区的实现情况，合理调整教学支架。

表 10. “函数的单调性”教学前，学生的现有水平与潜在发展水平

Table 10. Students' current and potential levels of development before teaching "Monotonicity of Functions".

现有水平	潜在发展水平
1.能用“上升”“下降”刻画函数的图象变化	1.会根据图象,用数学文字和符号语言来描述函数的单调性
2.会用文字语言表述图象特征	2.会根据定义证明函数的单调性
	3.感受数学符号语言的作用

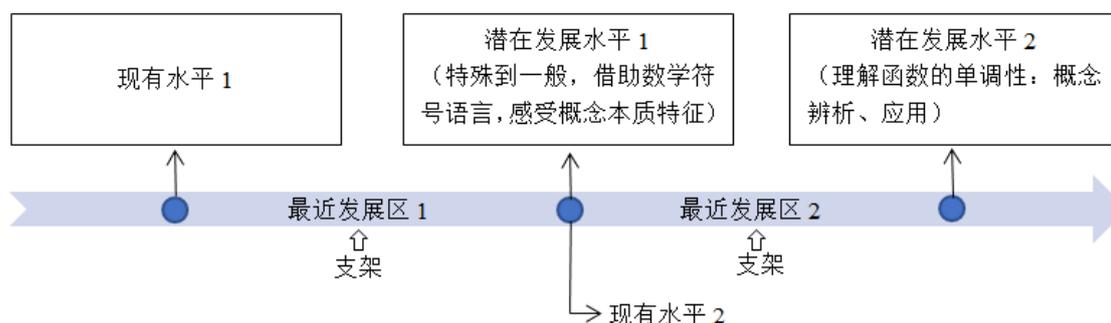


图 29. “函数的单调性”概念框架搭建图

Figure 29. A diagram of the conceptual framework of "Monotonicity of Functions".

4.3.2 概念引入灵活化，关注学生兴趣

数学概念是从现实生活中抽象而来。数学概念教学讲究对概念的本质理解，切记不可将概念直接呈现在学生面前，否则学生缺乏对概念的探究和揭示过程，将导致其对概念的学习兴趣下降，更有甚者会出现死记硬背概念的现象。因此，数学概念的教学应该注重其引入的必要性和可行性，好的引入是成功课堂的第一步。因此，数学概念教学时，为了将学生内心深处的本源力量激发出来，提高其学习兴趣以及培养数学核心素养，教师应该创设合理的情境，营造益于思考与研

究的学习氛围,让学生体会数学概念是为了解决实际问题并非无端产生,这也是支架式教学所提倡——让学生在情境中进行学习。对于概念引入的环节可以结合数学史、生活实例和新旧概念间的联系等方面搭建支架。

(1) 以“史”为材,传递人文精神

在教学过程中搭建情境支架,融入数学史、科学史等,除了可以让学生感受数学概念的发展历程,还能使其感受数学家们的智慧、贡献和精神以及数学的重要作用,传递数学情感,充分体现数学教育的人文价值。在现实的中学数学课堂上,不一定要有专门一节课讲数学史,教师可以在设计教学时,合理地将数学史穿插在课堂上。

例 4.3.2.1: 为了更好地调动学生的学习兴趣,丰富教学素材,讲解“复数的概念”时,可以从数学史的角度引入。

师:【情境支架】16世纪时,数学家卡尔丹(意大利)在解决“求满足和为10、积为40的两位数”的问题时,他认为 $5+\sqrt{-15}$ 和 $5-\sqrt{-15}$ 就是满足以上条件的两位数^[52]。

师:【问题支架】同学们觉得卡尔丹的想法正确吗?

学生产生质疑,不能胸有成竹地回答。

师:【建议支架】咱们先按卡尔丹的结论,反过来验算,看看是否会得到这两个数的和为10,积为40。

生: $(5+\sqrt{-15})+(5-\sqrt{-15})=10$, $(5+\sqrt{-15})(5-\sqrt{-15})=25-(\sqrt{-15})^2=40$ 。

生:老师,根号里面的数不是要大于等于0吗?

师:同学们的质疑精神值得表扬。但是,我们以前说根号里的数满足的条件,指的是在实数范围内。今天,咱们就要学习新的数,将数系继续扩充,使得 $\sqrt{-15}$ 也是存在的数。

.....

(2) 联系生活实际,拉进学生与新概念间的距离

用贴切学生生活实际的例子进行教学,是学生较为容易接受的学习方式。学生学习数学,便是要学会用数学的眼光去感受和发现实际生活中的问题,从而培养发现、解决问题的能力。因此,教师可以从实际生活中寻找教学素材,适当修饰加工,设置悬念,使所用素材处于学生的最近发展区。

例 4.3.2.2: 教师在讲解“函数奇偶性”的概念时, 首先通过情境支架的搭建, 展示生活中的几组轴对称图形(如冰雪冬奥五环、窗花、蝴蝶等), 引导学生观察图形的“对称之美”, 通过部分图形的特点去感受整体图形的特点。接着, 启发学生思考, 利用问题支架, 提问学生在所学过的函数中, 有哪些函数具备这种对称的特性? 从而将实际生活中的现象过渡到数学上, 使学生感受生活中的“美”与函数图象的“对称美”。由此引出即将要学习的新概念。

(3) 挖掘新旧概念的内在联系, 把握教学起点

利用新旧概念之间的联系来创设情境, 不仅可以复习旧概念, 还能通过对新概念的学习, 将新旧概念进行比较, 在理解新概念的同时, 厘清两者间的联系与区别。值得注意的是, 教师在利用该方式引入新概念时, 应紧扣新旧概念间的衔接点, 找准学生思维的逻辑起点, 充分发挥范例支架的作用, 伴随问题支架和情境支架的使用, 唤起学生已有认知结构中的感性经验去理解和加工新知, 才能形成完整的概念图式。以上做法不仅可以自然地引入数学概念, 从教育心理学的角度分析, 还能使学生基于原有的认知完成对新概念的同化与建构。

例 4.3.2.3: 在“函数的概念”一课讲解时, 教师可以引导学生通过对初中函数概念的回顾, 明确初中对函数概念是用两个变量之间的关系进行定义, 即搭建范例支架。接着, 在教师提供的“支架”引领下, 引导学生从两个数集中的元素的对应关系来分析、刻画函数, 从而抽象出函数的概念。该方式不仅能够让学生理解新学的函数概念, 还能与之前所学的函数概念进行对比, 更加全面地掌握函数概念, 在旧概念的基础上, 完善对函数概念的认知, 感受数学的严谨性。

概念引入的方式多种多样, 对于不同的概念, 引入方式选择不同, 呈现的效果也不同。因此, 教师应根据学生的认知特点和概念本身的特殊性, 合理、灵活地选择概念引入的方式。

4.3.3 设“疑”启思, 有效协作探究

概念的建立以及应用阶段是体现教师主导性、学生探究主体性、培养学生数学核心素养以及提升学习自主能力的重要环节。因此, 为了使学生经历概念的形成过程, 教师应合理设置支架, 启发学生独立思考, 进行有效的协作探究, 让学生主动参与到课堂讨论当中。经历以上再发现以及再创造的过程, 才能帮助学生

真正地完成对数学概念的建构、理解概念的内涵与外延。但是，实际课堂中，协作探究的过程容易流于形式、不好把握。为此，为使课堂高效、有序地进行，教师应关注以下要点：

(1) 利用多元组合支架，激发学生探究思维

要真正启发学生的思维活动，促进协作探究，意味着教师对于问题的设置要有一定的价值。设置的探究问题不仅要考虑学生的最近发展区，还要有助于完成对概念的理解与建构。结合支架的内涵和作用，结合教学实际，进行多元组合支架的使用，可以很好地创设适宜探究的氛围。

例 4.3.3.1：在讲解“抛物线及其标准方程”时，抽象出抛物线的概念后，就要对标准方程进行探讨。由于抛物线较为特殊，建系的方式比较多样，与椭圆和双曲线有着一定程度上的区别。因此，在这一个环节，教师可以利用范例、建议两种支架进行组合搭建，让学生尝试自己建系，以小组合作的形式，推导不同建系方式下的方程，并进行分析、比较，最终得到抛物线的标准方程。该环节通过生生间的合作交流，能充分调动学生的学习积极性，从而提升其课堂参与度。

(2) 教师适当参与讨论，及时反馈

数学概念的特点在于具备较强的抽象性与概括性，意味着学生仅靠自己并不能完整地建构概念。特别是在小组讨论时，很容易偏离预设的教学目标。支架式教学要求在教学过程中，教师应适当加以引导，适度参与到学生讨论当中。教师在讨论中可以充当倾听者，也可以在学生对概念有疑惑的时候适当给予点拨，适时提供建议支架，将学生引领到正确方向上。此外，生生合作时，教师的适当参与，可以从学生方面得到反馈，根据学生对概念的学习状态和水平的提升情况，搭建临时支架，促进学生的个性化发展。

例 4.3.3.3：在讲解数列的分类时，学生之间对于数列的划分，会存在较大的分歧，甚至会出现脱离教学目标的情况。这时候教师通过适当参与，通过支架的灵活运用，特别是建议支架的使用，可以将学生的思维引导到符合教学目标的方向上。既可以保证学生讨论的质量，也能得到学生对于数列分类的其他想法，从而有针对性地调整课堂节奏和搭设支架。

(3) 鼓励学生积极发表见解，同伴互助

新课标提出通过教学培养学生“用数学语言表达世界”的能力，这便要求教

师在数学课堂上要尽可能鼓励学生进行发言。小组合作是学生间交流的最佳平台和培养学习自主性的重要手段，积极发言是有效合作的基础。通过实习期间的观察，发现很多学生都不愿意在课堂上发言，小组合作交流时更是流于形式，主要原因在于分组不合理以及学习任务分工不明确，导致合作学习效率低下。特别是对数学概念的学习，要在有限的课堂上帮助学生理解概念，便要求教师要充分发挥引导者、组织者的作用。教师应结合学生的兴趣爱好、学习自主性、性格、思维水平等情况，对学生进行合理分组（组内异质），组间进行合理分工。在合作交流中鼓励学生积极阐述或者解释与数学概念相关的问题。只有学生大胆、积极地表达自己对概念或者相关问题的见解，才能真正地意识到自己的优势与不足，并且通过榜样的作用以及自我反思，同伴互助，进行查缺补漏，及时对概念认知进行调整，才能达到对概念全面、正确的理解。

4.3.4 适度结合多媒体教学，丰富直观感知

多媒体的使用与传统教学相比，有着得天独厚的优势。它作为工具支架的一分子，不仅丰富了支架的类型，还对其它支架的使用起到辅助的作用。根据对学生的问卷调查可以看出，教师结合多媒体教学的手段受大部分学生的青睐。从视觉直观上讲，可视化的事物是学生在最容易接受，也是印象最深刻的。特别是对于抽象的数学概念，利用多媒体将概念或者与概念有关的事物进行直观呈现，可以更大程度上吸引学生的注意力，提高其学习兴趣。换言之，学生在学习概念时，在工具支架的作用下，将抽象概念形象化，可以促进学生对概念进行多元表征，帮助学生深度理解概念。

凡事过犹不及。在概念教学中使用多媒体，特别是利用动态软件辅助概念教学时，应该把握使用的“度”，应待学生经历几番思维的斗争之后，再将概念形象化，才能真正促进学生思维与能力的发展。

例 4.3.4.1: 很多教师在讲解抛物线的定义时，常常会以圆锥曲线的第二定义来引出概念。但是学生对该第二定义的认识只是处于初步认识阶段，从课后习题中以特殊的例子来呈现，基于学生已有的认知水平，难以在脑海中想象出该定义下曲线的形成过程，从而产生困惑。这时，如果教师以多媒体为载体，搭建工具支架，在学生思考之后，再将椭圆和双曲线的第二定义以动态的形式呈现在学生

面前（如图 30），将概念形象化，既可以丰富学生的直观感知、帮助他们理解概念，还能使概念教学更具逻辑性和科学性。

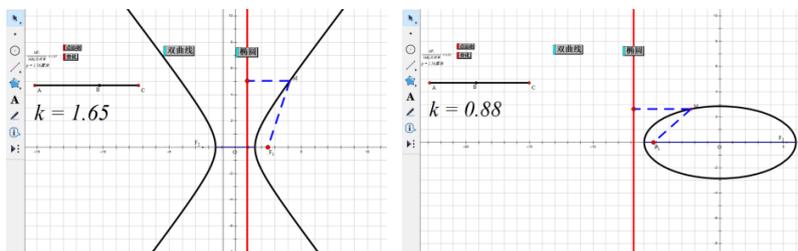


图 30. “圆锥曲线第二定义”演示图

Figure 30. Presentation of the “second definition of a conic curve”.

4.3.5 教学评价多样化，注重学生发展

根据调查结果显示，教师在教学中的评价方式单一，不利于学生的全面发展。教学的关键是促进学生发展，而支架式教学也注重对学生学习效果的评价，特别是过程性评价。因此，除了教师对知识的讲解之外，对学生的评价也是影响学生发展的关键因素之一。评价主体应该包括教师对学生的评价、学生自评或生生互评、学生对教师的评价。

在高中数学概念教学中，教师对学生的评价应关注其智力因素和非智力因素两个方面。首先智力因素主要是对数学概念的掌握情况，即通过本节课的学习，学生认知水平是否达到教学目标；非智力因素主要是在数学概念的学习中，学生的情感态度、学习兴趣、学习习惯等的变化。该方式的实现，一则要求教师在课上要对学生的课堂表现给予充分观察，即学生是否认真听讲、是否积极发言或参与讨论、是否有条理地表达自己的见解等。然后对其不足之处及时给予纠正，优秀之处给予表扬；二则要求教师在课后要对学生的学习情况通过作业批阅或谈话的形式给予及时反馈，趁热打铁，才能真正促进学生的发展。

学生的自我评价，主要途径之一是通过教师搭建的元认知支架来实施，即学生自我反思在教学过程中的表现以及对概念的掌握情况。通过自我反思总结，有助于学生良好学习习惯的养成。生生互评主要针对协作探究过程中，可以是对小组成员的表现进行评价（包括对小组的贡献、是否积极发表自己的见解等方面）；也可以是在教师请学生上黑板板书或者投影学生的学习成果之后，请其余同学对别人的成果进行评价。通过学生之间的互评，可以帮助学生间树立榜样的作用；

也可以吸取同学对概念理解的错误之处，从而在往后概念应用方面加以注意，避免出现类似的错误。

学生对教师的评价，主要从教师对概念的讲解方面进行，即教师能否帮助自己完成对概念的建构、问题的设置以及教学情境的创设等方面是否合理、能否吸引自己的注意等方面进行评价，以此帮助教师进行教学反思。该评价方式的实现，一方面，教师可以通过学生的课堂表现、作业完成情况或者测验结果等方面得到反馈；另一方面，可以依靠问卷或者访谈的形式得到反馈，前提是教师要与学生保持良好的师生关系，否则学生会畏惧教师权威，避而不答或答而不实。

4.4 支架式教学模式的应用流程

传统的教学模式有着一定的优越性以及具备很强的操作性。但是，以传统教学模式为主导的高中数学概念教学，仅仅依靠教师的讲解，教师“指引”下的师生互动具有一定的假象，并不能真正地引发学生对概念的思考。换句话说，仅仅借学生之口说出教师预设的答案，将学生引向预设的轨道上，学生缺乏质疑与探索的过程，不利于学生真正地理解概念。根据访谈的结果，部分教师偏向于将概念讲解完整，也有教师在概念教学方面的缺乏创新，片面地传授知识和安于现状的教学，都不能使学生真正成为课堂的主角。长此以往，学生的探究思维、问题意识得不到发展，不利于创新性、复合型人才的培养，与当下国家的教育方针和教育理念背道而驰。

支架式教学强调“主体—主导”的课堂，即以学生为“主体”、教师为“主导”。这种课堂主要体现为教师为学生提供适当的支架支持，引导学生逐步深入，使学生能力真正得到发展，将课堂还给学生。常规的支架式教学主要包括五个环节：搭脚手架、进入情境、独立探索、协作学习和效果评价^[15]。但是，实际教学课堂中，应根据知识的难度和学生的学习情况，对教学环节进行适当调整。因此，本研究吸取传统教学的精华，结合支架式教学的独特之处，将支架式教学具体应用到数学概念教学中，具体应用流程如图 31 所示。

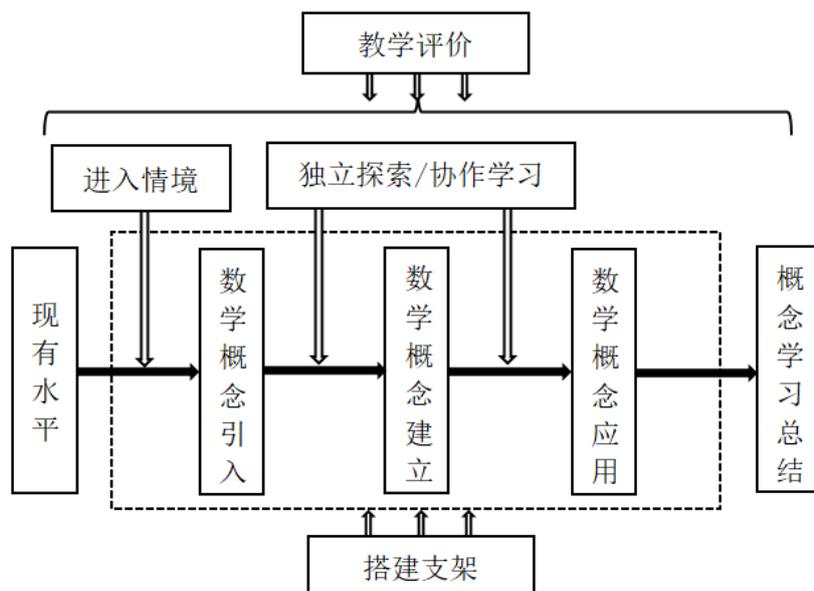


图 31. 支架式教学模式的应用流程图

Figure 31. Application flow chart of scaffolding teaching mode.

教师在概念教学之前,要进行学前分析,确定学生的最近发展区,具体表现为:通过对数学教材和课标的分析,掌握学生所要学习的概念的内涵与外延,明确概念教学后学生的知识、技能、情感态度和素养等所要达到的水平;了解学生原有知识储备与即将学习的概念之间的距离。总之,要充分考虑学生的已有水平和接受能力,预测其在学习过程中可能遇到的疑难困惑^[53]。

概念的学习要经过感性的认识阶段、理性的抽象阶段和理性的具体阶段。要实现阶段间的飞跃,需要教师充分利用最近发展区,在教学中合理搭建支架。具体表现为:首先,教师利用现有水平搭建支架,帮助学生进入情境,引入即将学习的概念。其次,独立探索与协作学习是学生体验概念学习的过程,也是体现学生探究主体的两种重要形式。所以教师应在概念建立和应用环节,利用最近发展区,适度、合理地应用以上两种形式,使学生完成对概念的自主建构。在课程尾声,教师引导学生对概念的学习进行总结与反思,使概念教学得到升华。

此外,教学评价不只是课后评价,还应该贯穿于整个教学过程当中。评价的目的在于以“评”促“教”、以“评”促“学”。因此,教师应采用多样的评价方式,促进学生全面发展。

第5章 基于支架式教学的高中数学概念教学案例设计

本章主要结合第四章的部分教学策略,给出基于支架式教学的两个教学案例设计,并进行教学实践。

5.1 案例一《3.3.1 抛物线及其标准方程》

5.1.1 学前分析,确定最近发展区

【教材分析】

本次课是新人教A版高中数学选择性必修第一册3.3.1节的内容,是对本章最后一种重要圆锥曲线进行研究的起始课。本次课主要是引导学生完成对抛物线定义的抽象与理解。在此基础上,推导标准方程,为后续研究相关性质作铺垫。作为圆锥曲线的重要组成部分,其标准方程的类型不单单受坐标系选择的影响,还受焦点和准线两者间相互位置的影响。由此可以看出,通过本节课的学习,能够培养学生数形结合、分类讨论等数学思想方法。

【学情分析】

此前,学生已经形成研究圆锥曲线的一般思路。除此之外,二次函数的相关知识在初中已经涉及过。可见,学生原有认知结构中已经有与本次课知识相关的经验。但学生脑海中还存在一定的认知阻碍,如抽象思维的局限性,使其在建构新概念方面存在一定的难度。

【教学目标】

- 1、理解抛物线定义;掌握抛物线的标准方程;会推导抛物线的标准方程。
- 2、经历动手画图、观察动画抽象出抛物线的定义以及探究标准方程的过程,培养观察、归纳、数形结合和分类讨论的能力。
- 3、通过图片展现与抛物线有关的实际应用,加强新知与实际生活的联系,提高学习兴趣。

【教学重难点】

教学重点:理解抛物线的定义;掌握抛物线的四种标准方程。

教学难点:标准方程的推导;四种标准方程的区别与联系。

【最近发展区预测】

根据以上分析，结合课前调查，确定了学生的现有水平与发展水平，具体如表 11 所示。

表 11. 案例一的学生现有水平与潜在发展水平

Table 11. Current level and potential development level of students in Case 1.

现有水平	潜在发展水平
1.对圆锥曲线的研究思路较为清晰	1.理解抛物线的概念
2.知道二次函数的图象是抛物线	2.自主推导出抛物线的标准方程
	3.能区分四种标准方程的特点，并灵活应用，解决与抛物线有关的问题
	4.能明确二次函数与抛物线的关系

5.1.2 基于最近发展区，搭建概念框架

根据对学生最近发展区的预测，对最近发展区进行层级划分，并设置教学支架，搭建起整体概念框架（如图 32 所示）。

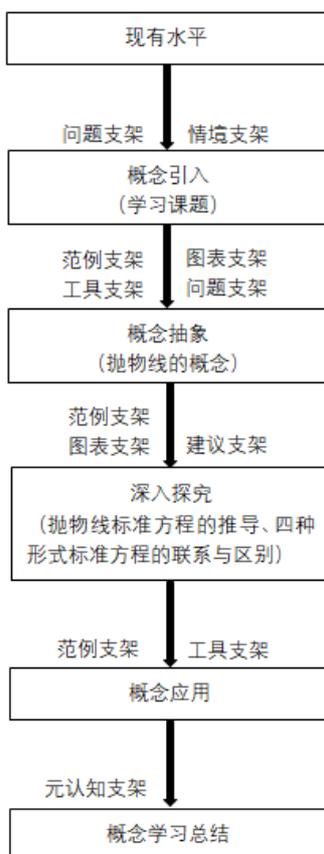


图 32. 案例一的概念框架搭建图

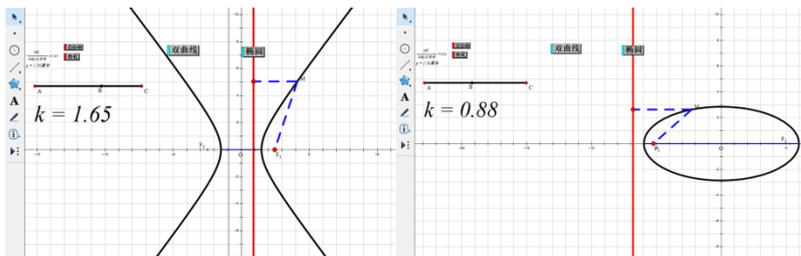
Figure 32. Conceptual framework construction diagram of case 1.

5.1.3 教学过程

教学过程	设计意图
<p>一、概念引入</p> <p>师：同学们，咱们已经学习过两种圆锥曲线，相信你们都有一定的心得体会，现在请同学回顾总结一下研究圆锥曲线的一般思路。</p> <p>学生举手回答，其余同学帮忙补充。</p> <p>师：今天咱们就用有别于前两种圆锥曲线的方法来研究最后一种圆锥曲线。（板书课题）</p> <p>师：【问题支架】同学们能说说你们对抛物线的了解有哪些吗？</p> <p>生：二次函数的图象、拱桥的形状、彩虹的形状……</p> <p>【情境支架】教师呈现图片（河南洛阳的瀛洲大桥、山东烟台的时光塔、喷泉……），融入情境，展示部分与抛物线有关的生活实例。</p> <p>师：既然抛物线在实际生活有如此重要的作用，我们对它的认识又仅停留在浅层阶段，能否像椭圆和双曲线一样，用数学文字和符号语言来描述抛物线呢？这就是我们今天所要研究的重要内容。</p>	<p>搭建问题支架和情境支架，适当融入思政元素，在学生回顾旧知的基础上，给出多样的抛物线实例，丰富直观感知，感受抛物线与实际生活的联系以及数学之美，激发学习兴趣，从而将新课程融入进来。</p>
<p>二、概念抽象</p> <p>【范例支架】（1）教师先用图片给同学们展示以下已经讲过的两道范例：</p> <div style="background-color: #e0f0ff; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>例6、动点$M(x,y)$与定点$F(4,0)$的距离和M到定直线$l: x = \frac{25}{4}$的距离的比是常数$\frac{4}{5}$，求动点M的轨迹。（课本P₁₁₃）</p> <p>例5、动点$M(x,y)$与定点$F(4,0)$的距离和M到定直线$l: x = \frac{9}{4}$的距离的比是常数$\frac{4}{3}$，求动点M的轨迹。（课本P₁₂₅）</p> </div> <p>【图表支架、工具支架】引导学生总结得出：如果动点</p>	<p>搭建范例支架、工具支架、图表支架和问题支架，帮助学生回顾$0 < k < 1$和$k > 1$的动点轨迹，并用动画演示，巩固旧知。从而引导学生思考</p>

与一个定点 F 的距离和一条定直线 l 的距离之比为 $k(k > 0)$ ，则（利用几何画板，动画演示）

$0 < k < 1$	$k > 1$	$k = 1$
椭圆	双曲线	???



师：【问题支架】 $k = 1$ 时的动点轨迹可能是怎么样的呢？（引发学生思考与猜想）

生：是抛物线。

师：有何依据能证明你的猜想呢？

学生回答自己的猜想依据后，教师引导其动手画图。

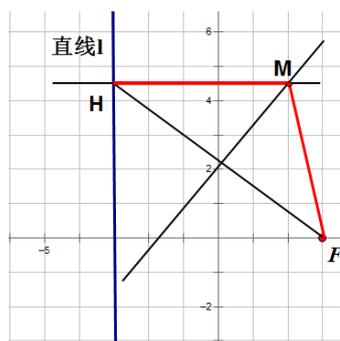
（2）动手实践：学生拿出课前准备好的方格纸，引导学生根据 $k = 1$ 所表示的几何意义进行画图，动手实践，得出大致的动点轨迹。

【建议支架】该步骤学生很难自己找到满足条件的点，教师建议学生从中垂线的方向思考。

【范例支架】教师在黑板上给同学们提供找点的方法，具体步骤为：①在直线 l 上随便找一点 H ；②过点 H 作 $MH \perp l$ ；③线段 FH 的垂直平分线交 MH 于点 M ，点 M 即为满足条件的点。再让学生自己去找其他的点。利用方格纸也是为了方便学生找到满足条件的点（即方便利用对称性，快速找到点）。

$k = 1$ 时的动点轨迹，激发学生的学习兴趣。

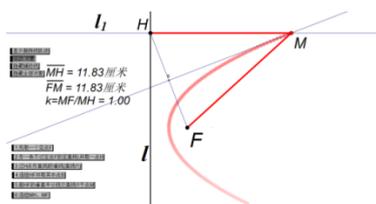
搭建建议支架和范例支架，引导学生动手实践。之后搭建工具支架，采用几何画板进行演示，让学生更直观地感受曲线的形成过程，充分验证学生的猜想，进而得出抛物线定义。突出本节课的重点。



师：**【建议支架】**建议至少找到五个满足条件的点。

学生活动：学生找完点后，发现将几个点连接起来的大致图象是抛物线。

【工具支架】接着利用几何画板演示 $k=1$ 时动点 M 的轨迹，验证学生猜想，并引导其自主归纳抛物线的定义。



学生用自己的话解释、归纳抛物线的定义，教师补充。师生共同得出定义。

此时学生并没有意识到“直线 l 不经过点 F ”。因此，教师在课件上将此条件隐藏，用括号代替，引起学生注意。

师：**【问题支架】**括号内应该注意什么呢？

学生思考后回答：直线 l 不经过点 F ，当直线 l 经过点 F 时，动点的轨迹是一条垂直于直线 l 、垂足为 F 的直线。

教师继续补充：点 F 叫做抛物线的焦点、直线 l 叫做抛物线的准线。

搭建问题支架，引导学生思考为什么直线 l 不能过定点 F ，完善抛物线的概念。

三、深入探究

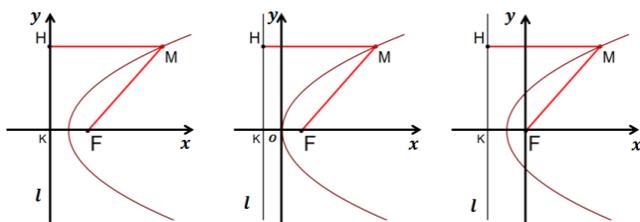
师：**【范例支架】**求曲线方程的一般步骤是什么？

学生活动：学生回答建→设→现→代→化，然后尝试自己建系。

教师请学生将自己的建系方式在黑板上画出来，其他同

搭建范例支架和建议支架，使学生回忆求曲线方程的一般步骤，自主

学补充。



【建议支架】接着，教师建议取 $|KF|=p$ ，让学生分组合作，推导出不同建系方式下的三种抛物线方程，并讨论三者的区别。

最后师生共同总结，根据“简洁美”的特点，指出焦点在 x 轴正半轴上时，抛物线的标准方程为 $y^2=2px$ ($p>0$)，其中焦点坐标为 $p(\frac{p}{2},0)$ ，准线方程为 $x=-\frac{p}{2}$ 。

师：【范例支架】类比之前学过的椭圆和双曲线，思考焦点 F 在其它坐标轴上的情况。

【图表支架】学生回答完后，教师出示以下表格。

图形				
标准方程	$y^2=2px$			
焦点坐标	$(\frac{p}{2},0)$			
准线方程	$x=-\frac{p}{2}$			
开口方向	向右			

学生活动：小组合作，交流讨论，将表格填写完整后通过平板发送到平台上。

教师活动：展示学生的小组成果。进行评价反馈。

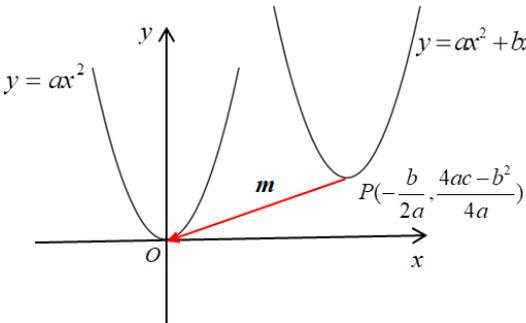
【问题支架】教师提问：

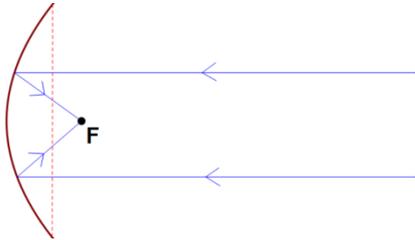
问题 1：四种标准方程从形式上看有何特点？

问题 2：如何依据标准方程判断抛物线焦点所在位置以

推导抛物线的方程。通过几种方程的对比，最后得出抛物线的标准方程，从而突破本节课的难点。

搭建范例支架、图表支架和问题支架，引导学生思考并进行合作交流，得出焦点在其它轴上的情况，自主归纳出四种标准方程的特点。在解决问题中增强学生的合作意识，提高观察、分析、类比、抽象和概括能力。

<p>及开口方向?(教师从“运动与变化”的角度引导学生思考,利用图象对称的特点。)</p> <p>学生思考后回答。师生共同总结如下:</p> <p>① p 表示焦点到准线的距离;</p> <p>② 一次项字母定对称轴;</p> <p>③ 一次项系数的符号决定开口方向。</p> <p>【问题支架】问题思考(小组交流讨论后,派代表回答):</p> <p>问题 1: 试说明二次函数 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象为何是抛物线? 指出它的焦点坐标和准线方程。</p> <p>问题 2: 试解释为何二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象是抛物线? (教师结合工具支架, 如下图所示, 展开讲解)</p>  <p>问题 3: 抛物线与二次函数间有何联系与区别?</p>	<p>搭建问题支架和工具支架。引导学生将新学抛物线的知识与之前所学的二次函数进行比较, 分析两者的联系与区别。</p>
<p>四、概念应用</p> <p>【范例支架】教师给出以下例 1, 学生解答。待学生完成例 1 后, 教师给出例 1 的解题过程。</p> <p>例 1: 写出以下抛物线的焦点坐标及其准线方程:</p> <p>(1) $y^2 = 8x$ (2) $y = -8x^2$</p> <p>教师接着呈现例 2 与例 3, 先让学生独立解决, 再让学生间互相批阅并进行交流, 教师巡视。之后投影学生的解题过程, 教师适当补充。最后, 利用工具支架, 展示抛物线的光学性质。</p> <p>例 2: 求适合下列条件的抛物线的标准方程:</p> <p>(1) 焦点为 $(6, 0)$;</p>	<p>教师出示例题, 搭建范例支架, 规范学生的解题步骤。此外, 经历独立思考、协作交流的过程, 让学生从不同视角理解所学的新概念, 夯实概念基础, 培养应用概念的意识, 促进能力的迁移。其中,</p>

<p>(2) 准线方程为 $y = \frac{3}{2}$;</p> <p>(3) 焦点到准线的距离为 5.</p> <p>例 3: 已知有一卫星接收天线, 其曲面与轴截面的交线为抛物线。卫星波束呈近似平行状态射入形为抛物线的接收天线, 经反射聚集到焦点处。给定条件: 天线的直径为 4.8 m, 深度为 1 m. 根据本节课所学的知识, 如何求其焦点坐标和标准方程?</p>  <p style="text-align: center;">①</p>	<p>例 3 主要是先让学生从题干凝练出数学问题, 明确接收天线的工作原理, 接着自主画出图形 (图①) 并进行计算, 从而培养学生的数学建模素养。最后, 教师搭建工具支架, 动态演示抛物线的光学性质, 展示抛物线在科技领域中的简单应用, 丰富学生的直观感知。</p>
<p>五、概念学习总结</p> <p>【元认知支架】</p> <p>1、回想一下今天的内容, 同学们能否说出咱们是怎么研究抛物线及其标准方程的?</p> <p>2、与前两种圆锥曲线的定义学习相比, 你觉得本节课的学习有何处不同?</p> <p>3、对你来讲本次课的难点在何处? 你对该难点的把握程度如何?</p>	<p>搭建元认知支架, 帮助学生回顾总结本次课的知识 and 思想方法, 培养学生总结与反思的能力, 掌握重点, 突破难点, 完成对概念的整体建构。</p>

5.1.4 案例分析

本次课以最近发展区和建构主义为理论指导, 根据学生的现有水平与潜在发展水平, 将支架式教学应用到概念教学课堂当中。通过搭建情境、问题、图表、工具、范例、建议以及元认知等七类支架, 在引发学生认知冲突的基础上, 引导学生进行独立探索、协作学习, 激发学生的学习兴趣和合作意识, 完成对概念的

自主建构，将新学习的概念纳入到自己的认知结构当中，同时能力也得到提升与发展。

最开始以复习导入的形式使学生回顾所学习过与抛物线有关的知识，再利用问题支架和情境支架，适当融入思政元素，使学生直观感受抛物线在生活中的简单应用，感受数学之“美”。接着以课本两道课后习题为范例，使学生回顾椭圆和双曲线的第二定义，引导学生思考 $k=1$ 时所对应的曲线，让学生动手画图，再以几何画板进行演示，直观呈现曲线的形成过程，使学生经历猜想、实践、工具验证的过程。因此，在该环节提供的支架相对较多。对于深入探究环节，抛物线与前两种圆锥曲线的不同之处在于其建系方式的多样性。因此，师生共同总结三种建系方式后，便放手让学生进行小组合作，分工推导不同坐标系下对应的抛物线方程，教师参与到小组中，进行观察与适当引导，最后利用“简洁美”的特点，得出标准方程的形式。对于四种标准方程的对比，相对复杂，学生一时难以真正理解与掌握。因此，教师搭建图表支架，帮助学生归纳、总结出表格中隐含的规律，以此助其理解与掌握，从而突破难点。在概念应用和总结环节，提供范例、工具、元认知三种支架，从多方面对学生进行思维训练，引导反思与评价，加深学生对概念的理解以及培养数学建模素养。

总体来说，本次概念课，留给独立思考的时间较多，也让学生真正经历合作学习和概念形成的过程，充分调动学生的学习积极性以及培养自主探究的意识。可见，支架式教学的应用，能更好地帮助学生理解和自主建构概念。

5.2 案例二《4.1 数列的概念》（第1课时）

5.2.1 学情分析，确定最近发展区

【教材分析】

本节课是新人教A版高中数学必修第二册4.1节第1课时的内容。本单元作为高中数学学科的重要内容之一，是培养学生运算以及逻辑思维能力的重要载体。必修一中已经学习过函数的知识，函数思想是本章最重要的思想方法，数列是对函数知识的延伸和应用，可以刻画函数的离散现象。通过数列的学习，一方面，充分展现了数学知识之间的整体性；另一方面，现实生活中的问题（如储蓄、分期付款、历届奥运会金牌得数、密码、石子堆等问题）和数学史（斐波那契数列、

国王与麦粒的故事、《庄子·天下篇》中提及的等比数列等)都蕴含着大量与数列相关的知识,可以培养学生从数学的角度,观察现实生活中相关的数列知识和数列模型。

【学情分析】

《数列的概念》是本章的起始课,学生通过对本节内容的学习,可以掌握数列相关知识的学习思路和方法,为后续学习数列的相关知识提供学习范式。由此可见,教师对本节课的教学尤为重要。因此,教师对于此概念的教学,要严格遵循学生的现有认知水平和发展水平。从学情上看,学生在小学已经会通过数与数之间的关系来找规律,高一也系统学习了函数的相关知识,但是学生对于数列的学习方法尚未有完整的认识。教师应该给予适当引导,将数学概念情境化,以“支架”为驱动,让学生在自主学习、合作探究中沿着支架进行攀升,从而抽象出数列的概念,发现数学中的“科学美”,发展数学核心素养,从而体现出数列的育人价值。

【教学目标】

1、经历数列概念的抽象过程,理解数列的概念;通过数列与函数之间的关系比较,加深对数列的认识;在知道前几项的基础上,写出数列的一个通项公式;对通项公式进行简单的应用。

2、通过对数列概念的探究和抽象过程,培养观察、归纳、类比等能力,渗透数形结合、特殊到一般的思想方法。

3、通过呈现实际生活、数学史中与数列有关的问题,激发学习和研究数列的积极性,养成用数学的眼光观察周围事物的习惯。

4、在民主、和谐的环境中学习,通过独立思考、小组合作,培养自主建构、探究概念的学习习惯以及团结协作的精神。

【教学重难点】

重点:理解数列的概念;用函数的眼光看待数列;理解数列的通项公式。

难点:由数列的前几项抽象、归纳出其通项公式。

【最近发展区预测】

根据以上分析,结合课前调查,确定了学生的现有水平与潜在发展水平,具体如表 12 所示。

表 12. 案例二的学生现有水平与潜在发展水平

Table 12. Current level and potential development level of students in Case 2.

现有水平	潜在发展水平
1.小学和初中已经会从一系列数中发现相关规律	1.理解数列的概念
2.对函数有了系统的学习，具备用函数思想思考解决问题的能力	2.会用函数的思想来学习数列
	3.能理解数列的三种表示方法
	4.能用数列的眼光发现生活中的相关问题

5.2.2 基于最近发展区，搭建概念框架

根据对学生最近发展区的预测，对最近发展区进行层级划分，并设置教学支架，搭建起整体概念框架（如图 33 所示）。

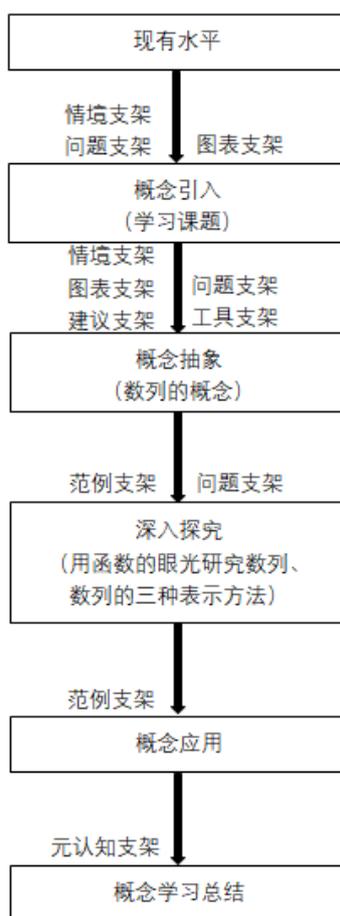


图 33. 案例二的概念框架搭建图

Figure 33. Conceptual framework construction diagram of case 2.

5.2.3 教学过程

教学过程		设计意图																											
<p>一、概念引入</p> <p>【情境支架、图表支架】天文学家提丢斯研究了这样一列数：0, 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192.基于这些数字，经过具体算法，可近似得到太阳到行星的平均距离。具体如下表所示，表中的单位为天文单位。</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>水星</th> <th>金星</th> <th>地球</th> <th>火星</th> <th></th> <th>木星</th> <th>土星</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>实际距离</td> <td>0.39</td> <td>0.72</td> <td>1.0</td> <td>1.52</td> <td>2.7</td> <td>5.2</td> <td>9.5</td> <td>19.2</td> </tr> <tr> <td>计算距离</td> <td>0.4</td> <td>0.7</td> <td>1.0</td> <td>1.6</td> <td>2.8</td> <td>5.2</td> <td>10.0</td> <td>19.6</td> </tr> </tbody> </table> <p>师：【问题支架】结合上面的一列数和表格里的计算距离，你能推导出计算距离的具体算法吗？</p> <p>生：（思考后回答）每个数加 4 再除以 10.</p> <p>师：【问题支架】没错，同学们观察得真仔细。假设你是天文学家，你能从表中推测出什么？</p> <p>生：第一个空格不确定，第二个空格应该是天王星。</p> <p>师：看来同学们地理学得不错。当时，提丢斯等人就预料，应该有一个天体位于 2.8 个天文单位处。果不其然，皮亚齐于 1801 年在该距离上发现了谷神星。可见，数学充满着无限的奥秘与魅力。</p> <p>师：其实，刚才涉及的有序表达某类事物或某种变化过程的一列数，就是咱们本节课所要学习的新概念——数列。</p> <p>师：【问题支架】请同学们思考，实际生活中，可还有类似用一系列数来研究某种变化过程的例子？</p> <p>师生活动：学生思考后回答，教师总结。（学生基本上都能从身高、体重、成绩、密码等进行举例）</p>			水星	金星	地球	火星		木星	土星		实际距离	0.39	0.72	1.0	1.52	2.7	5.2	9.5	19.2	计算距离	0.4	0.7	1.0	1.6	2.8	5.2	10.0	19.6	<p>搭建情境支架、图表支架和问题支架，融入科学史，给学生营造一种神秘的课堂氛围。学生通过教师的引导与讲解，感受数列的奥秘以及数学中蕴含的“科学美”。</p> <p>搭建问题支架，让学生思考生活中类似的实例，使其初步感受生活中与数列有</p>
	水星	金星	地球	火星		木星	土星																						
实际距离	0.39	0.72	1.0	1.52	2.7	5.2	9.5	19.2																					
计算距离	0.4	0.7	1.0	1.6	2.8	5.2	10.0	19.6																					

	关的问题。
<p>二、概念抽象</p> <p>师：【情境支架】为了更好的研究数列，咱们一起来看以下两个问题情境。</p> <p>情境一：编号为K90的泥版在两河流域被发掘，其上有一列数，依次表示一个月里从初一到十五的月亮可见部分数(教师利用工具支架，对可见部分数进行解释)：5，10，20，40，80，96，112，128，144，160，176，192，208，224，240。</p> <p>情境二：$\frac{1}{2}$的1次幂、2次幂、3次幂、4次幂、…依次排成一列数：$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{8}$，$\frac{1}{16}$，…。</p> <p>师：【问题支架】请同学们观察以上两个例子，思考以下几个问题。</p> <p>问题1：情境一中的第9个数有何实际意义？“112”表示的是是什么？</p> <p>问题2：情景二中的第5个数有何实际意义？“$\frac{1}{64}$”表示的是是什么？</p> <p>问题3：你能否发现这两列数的共同特点？</p> <p>学生先独立思考，接着同学之间互相交流。全班一起回答问题1和2。</p> <p>生：问题1中的第9个数表示的是第9天月亮可见部分的数为“144”；“122”对应的是第7天的月亮可见部分数，即第7个数。</p> <p>生：问题2中的第5个数表示的是“$\frac{1}{2}$”的5次幂为“$\frac{1}{32}$”；“$\frac{1}{64}$”对应的是$\frac{1}{2}$的6次幂所对应的数值，即第6个数。</p> <p>请学生回答问题3。</p> <p>生1：它们都有确定的顺序，比如第一列数是按照时间的顺序排列，而第二列数是按照幂的上升顺序排列的。</p>	<p>搭建情境支架、工具支架和问题支架，引导学生思考具体数值的内涵，从问题中学生能很快明白数值与位置之间的对应关系。</p>

教师追问：**【问题支架】**能否调换数与数之间的顺序？为什么？（主要让学生感受“顺序”的必要性）

学生回答后，教师结合以下表格进行补充解释。

次幂 n	1	2	3	4	...
数值 $\left(\frac{1}{2}\right)^n$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$...

每月日期	1	2	3	4	5	6	...
可见部分数	5	10	20	40	80	96	...

师：同学们能否用简洁的数学符号来表示一列数中的第某个数？

【建议支架】对于该问题，学生很难准确说出合适的数学符号，待学生思索之后，教师提示学生以字母加下标的形式来表示。

最后由师生共同总结：这两列数之间都有确定的顺序，每一个数在这列数中都有其实际的意义。

师：现在，你们能解释清楚数列的概念了吗？

由学生说出自己所理解的数列概念，教师进行补充，之后给出定义。

师：**【问题支架】**根据定义，咱们来思考以下两个问题。

问题 1：你们觉得数集与数列两者之间有区别吗？

问题 2：在数列中， $\{a_n\}$ 与 a_n 这两个符号的意义相同吗？

生 1：数列不同于数集。首先，数集里的元素不要求顺序，数列中的每一项有顺序要求；此外，数集里的元素具有互异性，数列中的每一项可以相同，也可以不同。

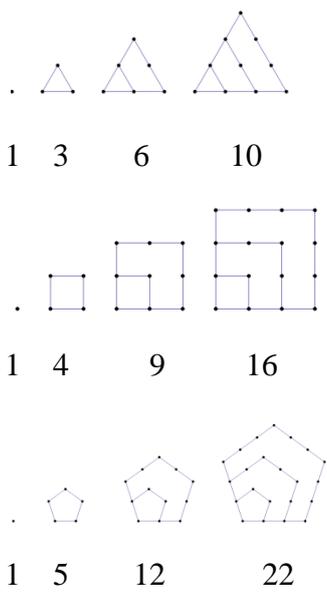
生 2： $\{a_n\}$ 表示整个数列， a_n 表示数列的第 n 项。

搭建问题支架、建议支架，辅之以图表支架，将“顺序性”和“对应性”更加直观地展示在学生面前，便于学生理解“顺序”在一列数中的重要性，从而抽象出数列的概念。

搭建问题支架，除了将数列与以前学习的数集进行区别之外，还能帮助学生理解数列中相关符号的区别，完善学生对概

	念的理解。																					
<p>三、深入探究</p> <p>师：【问题支架】结合刚才的学习，我们可以发现数列$\{a_n\}$中的每一项a_n与它的序号n有下面的对应关系，同学们能联想到以前学过的什么知识？</p> <table border="1" data-bbox="391 510 949 750" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>序号</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>...</td> <td>n</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td></td> <td>↓</td> <td>↓</td> <td>↓</td> <td></td> <td>↓</td> <td></td> </tr> <tr> <td>项</td> <td>a_1</td> <td>a_2</td> <td>a_3</td> <td>...</td> <td>a_n</td> <td>...</td> </tr> </table> <p>生：函数。</p> <p>师：看来数列跟函数之间可能存在某种关系。请同学们大胆说说自己的想法。</p> <p>学生思考后回答。</p> <p>教师追问：【问题支架】如果数列是函数，那么它的定义域是什么呢？</p> <p>生：正整数集。</p> <p>师：很好。也就是说数列$\{a_n\}$其实也是函数。它的自变量是序号n，对应的函数值是数列的第n项a_n，记为$a_n = f(n)$。从这点上看，数列其实存在着特殊性。</p> <p>师：【范例支架、问题支架】那么数列究竟特殊在什么地方呢？接下来就将课堂交给同学们，利用函数的眼光来探究数列。请同学以下面五个数列为例，小组合作，解决以下几个问题。</p> <p>数列一：5, 10, 20, 40, 80, 96, 112, 128, 144, 160, 176, 192, 208, 224, 240.</p> <p>数列二：$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$</p> <p>数列三：2, 4, 8, 16, ...</p> <p>数列四：1, 1, 1, 1, 1, ...</p> <p>数列五：1, -1, 1, -1, 1, -1.</p>	序号	1	2	3	...	n	...		↓	↓	↓		↓		项	a_1	a_2	a_3	...	a_n	...	<p>搭建问题支架，引导学生发现数列与函数之间的关系。</p> <p>搭建范例支架和问题支架，引导学生从函数的角度研究数列。以问题为导向，组织学生进行小组协作学习。在问题解决过程中，感</p>
序号	1	2	3	...	n	...																
	↓	↓	↓		↓																	
项	a_1	a_2	a_3	...	a_n	...																

<p>问题 1: 以上数列能否都可以用一个式子来表示? 如果可以, 将该式子写出来。</p> <p>问题 2: 画出以上数列的图象, 你能发现什么? (数列二、三、四只要画出其前五项即可)</p> <p>问题 3: 对比以上几个数列的特点, 你们认为可以怎样对数列进行分类? 并说明划分依据。</p> <p>教师请小组派代表回答问题。并将该小组的 3 个任务的完成结果展现在多媒体上, 让其他组学生进行评价或者补充说明自己的想法或者观点。</p> <p>最后师生共同总结如下:</p> <p>1、通项公式: 如果数列$\{a_n\}$的第n项a_n与它的序号n之间的对应关系可以用一个式子来表示, 那么这个式子就叫做这个数列的通项公式。数列的通项公式不唯一, 也并非所有数列都有通项公式。</p> <p>2、数列是自变量为正整数的函数 (数列是特殊的函数), 其表示方法有通项公式法、图象法、列表法三种, 图象是一系列孤立的点。</p> <p>3、数列的分类</p> <div style="margin-left: 40px;"> <pre> graph LR A[3、数列的分类] --> B[按项数划分] A --> C[按单调性划分] B --> D[有穷数列] B --> E[无穷数列] C --> F[递增数列] C --> G[常数列] C --> H[递减数列] C --> I[摆动数列] </pre> </div>	<p>受数列的三种表示方法、图象是一系列离散点、明确对数列类型的划分等。以此加深学生对数列的理解, 感受数列的特殊性, 培养自主探究、团结协作的精神。</p>
<p>四、概念应用</p> <p>【范例支架】教师出示例 1, 学生独立解决后, 投影学生的解题过程, 教师补充完善。</p> <p>例 1: 根据以下数列$\{a_n\}$的通项公式, 分别写出其前 5 项, 并画出它们的图象。</p> <p>(1) $a_n = \frac{n^2 + n}{2}$; (2) $a_n = \cos \frac{(n-1)\pi}{2}$.</p> <p>教师呈现接着例 2 与例 3, 先让学生独立解决, 再让学生间</p>	<p>教师出示例题, 搭建范例支架, 规范学生的解题步骤。此外, 经历独立思考、</p>

<p>互相批阅并进行交流，教师巡视。最后，请学生说出思路和答案，教师适当补充。</p> <p>例 2：根据下列数列的前 4 项，写出数列的一个通项公式：</p> <p>(1) $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \dots$;</p> <p>(2) $2, 0, 2, 0, \dots$;</p> <p>(3) $7, 77, 777, 7777, \dots$.</p> <p>例 3：传说古希腊毕达哥拉斯学派的数学家用沙粒和小石子来研究数。根据沙粒或小石子所排列的形状，他们将数分成多种类型。如图中第一行的 1, 3, 6, 10 称为三角形数，第二行的 1, 4, 9, 16 称为正方形数，第三行的 1, 5, 12, 22 称为五边形数。你觉得以上三种类型数的第五项和第六项分别是多少呢？</p> <div style="text-align: center;">  </div>	<p>协作交流的过程，使学生再次感受数列的特殊性，加深对数列概念的理解，培养应用概念的意识以及促进能力的迁移，且为后续学习打好基础。其中，例 4 中融入数学文化，增加学生学习的乐趣。</p>
<p>五、概念学习总结</p> <p>【元认知支架】</p> <p>1、回想一下今天的内容，同学们能否说出咱们是怎么研究数列的？本节课运用了什么数学思想方法？</p> <p>2、你觉得为什么要研究数列？</p> <p>3、学习过程中，你觉得你和小组同学的表现怎么样？是否还有需要改进的地方？</p>	<p>搭建元认知支架，让学生对数列概念的学习进行自我评价和反思总结，形成完整概念框架，</p>

	培养学生良好的学习习惯。
--	--------------

5.2.4 案例分析

本次概念教学过程中，教师应让学生感受研究数列的必要性，以及在研究过程中涉及的思想方法等。此外，教师对单元起始课进行教学，还应该使学生明确此基础概念的研究思路，为学生在后续相关知识的学习中提供范式。

本次概念课依旧采用支架式教学模式进行教学。通过搭建支架，适当融入思政元素，让学生在问题情境中逐步抽象出数列的概念，培养学生用函数思想研究数列的意识。具体表现为：首先，搭建情境支架、图表支架和问题支架，呈现数列在天文学领域的应用，让学生感受前人的智慧和数的伟大作用。接着，搭建一系列支架，让学生思考“顺序”在一列数中的重要性，帮助学生从中抽象出数列的概念。再通过问题支架、范例支架和图表支架的搭建，以任务为驱动，引导学生进行独立探索、协作学习，感受数列与函数之间的关系，加深对数列概念的理解。最后，搭建范例支架和元认知支架，融入数学文化，帮助学生进行概念的应用以及总结反思。

整节课下来，以支架为驱动，以问题为导向，激发了学生的学习兴趣，帮助学生完成对数列概念的自主建构，充分体现了学生的主体地位。

5.3 教学效果分析

笔者在实习期间，将部分案例投入教学实践，通过对案例实施过程的课堂观察以及课后对部分学生和听课教师进行访谈与交流，表明了支架式教学的应用能改善概念教学效果。具体师与生的反馈情况如下：

学生反馈总结：1、该模式在概念教学中的应用受到学生的喜爱。学生们普遍支持教师继续采用这种方式进行概念教学，觉得这样的课堂氛围比较活跃，也比较轻松。2、相比以前教师讲、学生听以及一问一答的形式，受访学生认为支架式教学模式下的概念教学，思考的时间更多了，自己也变得更喜欢思考问题，上课更加积极，能集中精力把概念理解清楚。3、对于课上的合作学习，他们表示以前总以老师讲为主，经常有些地方没想明白就会卡住，但是教师在讲课又不

能问同学，没法得到及时解决。现在的教学模式中，可以与同学互相讨论，相互学习，不仅能很好地帮助自己理解和应用概念，有时还能帮助同学，这个过程让自己感到很有成就感。

教师反馈总结：该模式在概念课上的应用能增加学生学习的积极性。与以往的概念课堂相比较，学生表现得更积极，课堂氛围较为活跃。特别是利用工具支架和情境支架时，学生的注意力都相当集中。学生本身对概念的学习兴趣就不高，让学生独立思考、合作学习，反而能让他们真正地经历对概念的探索过程，提高其课堂参与度，可以很好地体现以学生为中心的教学理念。在这样的课堂上，师生关系相对以前更为融洽。此外，听课教师还认为该教学模式正确、合理地使用，由任课教师在课堂上进行适当地引导和干预，可以使学生朝着教学目标前进，保证课堂教学的顺利进行，更适合现阶段学生的学习。听课教师表明以后也会尝试应用该模式进行教学。

结 语

(1) 研究结论

第一，支架式教学丰富了高中数学概念教学的方式。

通过对师生的双边调查，发现学生较为认可支架式教学所提倡的教学理念，而教师偶尔也会在概念课上使用到支架式教学，表明了支架式教学在高中数学概念教学中实施的可行性。此外，在理论研究和调查结果的基础上，结合教学实践经验，总结支架式教学在高中数学概念教学中的六条应用原则，即“以学生为中心原则”、“概念教学情境化”、“问题导向性原则”、“适时搭建、动态调整支架原则”、“整体建构原则”以及“注重协作互动原则”；以及为有效的应用支架式教学解决高中数学概念教学中的问题，提出“把握最近发展区，搭建概念框架”、“概念引入灵活化，关注学生兴趣”、“设‘疑’启思，有效协作探究”、“适度结合多媒体教学，丰富直观感知”和“教学评价多样化，注重学生发展”等五条应用策略，并结合原则和策略进行案例设计和实施。

第二，支架式教学的应用，能激发学生学习数学概念的兴趣、提高学生在数学概念课上的参与度和积极性以及有利于培养学生自主建构概念的意识。

根据实习期间的对部分教师所上概念课的观察以及对教师和学生的调查，发现学生对概念学习的兴趣和积极性还有待增强，自主建构概念的意识较为薄弱。而从教学实践的课堂观察和师生反馈，将支架式教学应用到数学概念课堂上，能增加学生上课的积极性。大部分学生表示很愿意参与到讨论当中，积极发表自己的想法，也会积极请教老师，大胆向老师讲出自己的疑惑。可见，支架式教学的应用，将课堂还给了学生，让学生在探索中完成对概念的学习，不仅使课堂氛围更加活跃，还能使学生的学习兴趣得到激发以及自主建构概念的意识得到培养。

第三，支架式教学使师生关系更加和谐。

师生关系是影响“教”和“学”的重要因素。但是，传统的数学概念教学课堂使学生处于被动地位。与其他课型的学习相比，教师在概念课上更加注重教师的讲。长此以往，学生就会出现仅服从教师权威的现象，而教师也因学生上课不积极，而对学生产生失望，相互之间的影响，不利于师生关系的和谐发展。而支

架式教学的实施，将学生重新带回课堂，以教师搭建的“支架”为媒介，通过营造自由、民主、平等与共生的教学氛围，增加师生、生生间的有效互动，使师生关系更和谐。

（2）不足之处

本研究的进行是建立在对理论的分析与深入理解的基础上，但还是存在以下不足之处：

第一，调查样本缺乏多样性。本研究的调查样本仅限于实习学校六个班级，样本相对单一。

第二，实际教学经验有限。本次研究的实践环节是在实习期间进行的，时间仅为三个月，教学实践平台受限，缺乏长期实证考察。

第三，教无定法。支架式教学并不是一劳永逸的，不是对所有的高中数学概念教学都适用。对于部分概念，在教学时可能还需要结合其他教学模式进行深入研究。

（3）展望

在今后的一线教学工作中，笔者主要努力的方向包括：首先，继续扩大样本，更加全面地开展调查，才能使调查结论更具说服力。其次，在教学实践方面，将继续深入展开对支架式教学的研究，对支架的类型和作用进行深入挖掘以及对应用策略进行完善，并开展长期、严谨的实验。最后，支架式教学对于教师的要求更高，应继续提升自己的理论素养，丰富知识储备，才能对其灵活运用，更好地将其与其他教学模式深度融合，为高中数学概念教学提供更具应用价值的参考。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订) [S]. 北京: 人民教育出版社, 2020.
- [2] 喻平. 数学教学心理学 [M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2010.
- [3] 李善良. 数学概念学习研究综述 [J]. 数学教育学报, 2001, 10(03): 18-22.
- [4] 李邦河. 数的概念的发展 [J]. 数学通报, 2009, 48(08): 1-3+9.
- [5] 崇学峰. 高中数学概念教学探究 [J]. 西部素质教育, 2019, 05(05): 232.
- [6] 蔡海涛, 林运来. 核心素养下高中数学概念课教学策略 [J]. 数学通报, 2019, 58(09): 20-25+66.
- [7] Rachel R., Stuyf V.D. Scaffolding as a teaching strategy [J]. Adolescent Learning and Development, 2002(Section 0500A-Fall 2002): 98.
- [8] Belland B.R. Distributed cognitions as a lens to understand the effects of scaffolds: The role of transfer of responsibility [J]. Educational Psychology Review, 2011, 23(04): 577-600.
- [9] Gibbons P. Scaffolding language and scaffolding learning: Second language teaching in the mainstream classroom [M]. Portsmouth: Heinemann, 2002.
- [10] Abdu R., Schwarz B., Mavrikis M. Whole-class scaffolding for learning to solve mathematics problems together in a computer-supported environment [J]. ZDM: The International Journal on Mathematics Education, 2015, 47(07): 1163-1178.
- [11] Kim J.Y., Lim K.Y. Promoting learning in online, ill-structured problem solving: The effects of scaffolding type and metacognition level [J]. Computers & Education, 2019, 138(SEP): 116-129.
- [12] Pujiastuti E., Suyitno A., Sugiman. Using of divergent problems based on teacher scaffolding levels to grow of advanced mathematical thinking of senior high school students [J]. Journal of Physics: Conference Series, 2020, 1567(02): 022093 (6pp).
- [13] Hemmler V.L., Kibler A.K., Carlock R.H., et al. Using scaffolding to support CLM students' critical multiple perspective-taking on history [J]. Teaching and Teacher Education, 2021, 105: 103396.

- [14] 张建伟, 陈琦. 从认知主义到建构主义 [J]. 北京师范大学学报(社会科学版), 1996(04): 75-82+108.
- [15] 何克抗. 建构主义的教学模式、教学方法与教学设计 [J]. 北京师范大学学报(社会科学版), 1997(05): 74-81.
- [16] 杜军. “支架式”教学应重视“脚手架”的搭建 [J]. 教育理论与实践, 2005, 25(07): 51-53.
- [17] 周宏强. 论支架式教学的理论研究 [J]. 中国科教创新导刊, 2008(04): 74.
- [18] 吴曼. 支架式教学模式原则浅谈 [J]. 长春教育学院学报, 2010, 26(04): 102-103.
- [19] 西安小学课题组. 小学语文“四结合”支架式古诗教学模式初探 [J]. 电化教育研究, 1998(03): 88-89+91-92+98.
- [20] 吴红雨. 支架式教学法在高校健美操专项课中应用效果的实验研究 [J]. 东华理工大学学报(社会科学版), 2009, 28(03): 282-286.
- [21] 梁斌. 自媒体时期“支架式”教学在思政课中的运用探索 [J]. 吕梁教育学院学报, 2018, 35(02): 94-96.
- [22] 王寒. 高中生物支架式教学对学生自我效能感影响的研究 [D]. 贵州: 贵州师范大学, 2019.
- [23] 孙亮. 支架式理论在计算机程序设计课程教学中的应用研究 [J]. 阜阳职业技术学院学报, 2020, 31(03): 49-51.
- [24] 陈雅囡. 高中地理支架式教学研究 [D]. 山东: 山东师范大学, 2020.
- [25] 杨璨. “支架式教学”在初中化学教学中的应用研究 [D]. 云南: 云南师范大学, 2021.
- [26] 秦桂毅, 王兄. 浅谈支架式教学模式在数学教学中的应用 [J]. 桂林市教育学院学报(综合版), 2000(04): 92-93.
- [27] 陈艳斌, 朱维宗. 支架式教学设计在高中数学教学中的实践与思考 [J]. 数学通报, 2006(06): 22-25.
- [28] 姜相宇, 张维忠. 利用支架式教学发展学生的数学抽象素养——以“双曲线定义与标准方程”的教学为例 [J]. 中学数学月刊, 2019(02): 32-34+54.
- [29] 马营. 基于建构主义学习理论的支架式高中数学教学策略探究 [D]. 山东: 济南大学, 2019.
- [30] 冯丽文. 新课改背景下支架式教学法在高中数学课堂的应用研究 [D]. 福建: 福建师范大学, 2020.

- [31] 楚伶. 支架式教学在对数函数解题教学中的应用研究 [J]. 教育教学论坛, 2021(38): 123-127.
- [32] Dubinsky E., McDonald M.A. APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research [M]. Berlin: Springer Netherlands, 2002.
- [33] Novak J.D., Gowin D.B. Learning how to learn [M]. New York: Cambridge University Press, 1984.
- [34] 高鸽. 高中数学概念教学中学生问题提出的现状研究 [D]. 福建: 福建师范大学, 2019.
- [35] Irfan T.A., Iqbal A.A., Darmawati, et al. The effect of REACE (Relating, Exploring, Applying, Cooperating and Evaluating) learning model toward the understanding of mathematics concept [J]. Journal of Physics Conference Series, 2018,1028.
- [36] 徐利治, 张鸿庆. 数学抽象度概念与抽象度分析法 [J]. 数学研究与评论, 1985(02): 133-140.
- [37] 章建跃. 数学概念的获得 [J]. 数学通报, 1990, (11): 12-15.
- [38] 林缘缘. 基于成功智力理论的高中数学概念教学研究 [D]. 福建: 福建师范大学, 2019.
- [39] 刘畅. 数学抽象核心素养视角下的数学概念教学研究 [D]. 陕西: 陕西师范大学, 2019.
- [40] 张芳玲. 基于深度学习的高中数学概念教学研究 [D]. 福建: 福建师范大学, 2020.
- [41] 列夫·维果斯基[著], 麻彦坤[译]. 社会中的心智: 高级心理过程的发展 [M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2018.
- [42] 谢明初, 彭上观. 数学学习理论的演变 [M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2020.
- [43] 许光明. 支架式教学模式在初中化学教学中的应用——以《物质的变化》一课为例 [J]. 中学教学参考, 2020(26): 72-73.
- [44] 刘宝存. 国际视野下的研究型大学教学模式与方法改革 [M]. 山西: 山西教育出版社, 2019.
- [45] 上海社会科学院知识与信息课题组[译]. 组织学习与知识创新 [M].上海: 上海人民出版社, 2001.
- [46] 曹才翰, 章建跃. 数学教育心理学 [M]. 北京: 北京师范大学出版社, 1999.
- [47] 邵光华, 章建跃. 数学概念的分类、特征及其教学探讨 [J].课程.教材.教法, 2009, 29(07): 47-51.
- [48] 胡军. 基于问题导向 促进概念理解 涵育数学素养——以北师大版“5.1 认识二元一次

- 方程组”概念教学为例 [J]. 数学教学通讯, 2017(32): 3-5+12.
- [49] 杨宏燕. 高中物理概念教学的情境化的策略与思考 [J]. 中学物理, 2015, 33(01): 19-20.
- [50] 杨蓉洁. 支架理论在初中英语写作教学中的应用 [J]. 上海课程教学研究, 2019(05): 54-57.
- [51] 周志杰. 科学搭建, 提升效果——谈支架式教学在高中数学课堂中的应用 [J]. 数学教学通讯, 2017(12): 33-34.
- [52] 程晓亮, 郑晨. 高中数学课程标准与教学案例诊断 [M]. 北京: 北京大学出版社, 2020.
- [53] 鲁丽娟. 支架式教学在高中思想政治课堂中的实践研究 [D]. 贵州: 贵州师范大学, 2021.

附 录

附录 1 高中生数学概念学习现状调查问卷

亲爱的同学：

你好！以下是关于高中生数学概念学习现状的调查问卷。本问卷不记名，答案没有对错，恳请同学们认真阅读，在你认为最符合你真实想法的相应位置打“√”。

谢谢配合！

序号	题 目	非常符合	基本符合	一般	基本不符合	非常不符合
1	你对学习数学概念很感兴趣					
2	相比对数学概念的识记和应用，你认为对概念的理解更重要					
3	你认为真正理解数学概念，对学习定理、法则和解题等都有很大帮助					
4	数学概念课上，你总能积极参与到课堂当中					
5	你经常对所学习的概念进行预习并深入思考					
6	对较难理解的数学概念，你都会想办法理解它，而不是盲目解题、死记硬背					
7	学完部分数学概念之后，你会对所学概念进行系统梳理					
8	学完新的数学概念后，你能正确应用概念					
9	你能准确把握新旧数学概念之间的联系与区别					
10	你总能用自己的言语描述并解释新学习的数学概念					
11	你认为数学老师上的概念课很吸引人、很有趣					
12	数学老师常用情境（视频、图片、生活例子、数学故事等）引入概念					
13	老师创设的情境能激发你对数学概念的学习兴趣					
14	数学概念课上，老师经常给你们留足够的独立思考时间					

附录 2 高中数学概念教学现状调查（教师访谈提纲）

问题 1：您在当前高中数学概念课上的主要教学形式是什么？

问题 2：对于高中数学概念课，您是怎么备课的？

问题 3：您觉得高中数学概念课的教学困难主要体现在什么地方？

问题 4：您对高中数学概念教学的环节有什么看法？（概念引入、概念建立、概念应用）

问题 5：您是否会学习相关的数学教学理论？您是否听说过支架式教学模式？您怎样看待将支架式教学模式应用到高中数学概念教学？

致 谢

时光荏苒！转眼间，在阜阳师范大学已经度过了两个春秋。凡是过往，皆为序章；目光所及，皆是回忆。十几载寒窗苦读，在这里就要落下句号。

饮水思其源，学成念吾师。非常感谢我的导师储亚伟教授的悉心栽培，对论文开题和撰写的过程都给予我宝贵的意见和莫大的帮助，始终耐心指导。此外，感谢辅导员和各位任课老师的帮助，才使我在这两年的时间里，学到了如此多的专业知识。授业解惑之恩，莫敢忘却。祝愿老师们身体健康，工作顺利！

世事去如烟，恩情存如血。感谢家人支持我在本科毕业以后继续求学。温馨的家，是我求学路上的坚强后盾，给予我无尽的鼓励和支持。祝愿亲爱的家人们，健健康康，平安喜乐！

恰同学少年，风华正茂。感谢亲爱的同学们，在两年的时光里互相陪伴，互相鼓励。两年里，我们是一个班集体，更像是一家人。我们一起上课、一起吃饭、一起相约图书馆学习、一起实习。此外，还要感谢两位同门师妹，帮忙校对论文以及提供建议。因为有你们，让远在他乡求学的我，感受到了集体的温暖。祝愿友爱的你们，前程似锦，觅得良人！

路漫漫其修远兮，吾将上下而求索。未来的道路，我会努力前行，不忘初心，以梦为马，不负韶华，全心全意投身到教育事业当中。

2022年6月

攻读硕士学位期间所取得的科研成果

1. 主持或参加的项目

- [1] 中学 STEAM 教学案例开发研究（项目号：2021SJZX029），阜阳师范大学校级科研项目，参与，立项时间：2021.12.
- [2] 新时代专业学位研究生教育评价改革研究（项目号：2021jyxm1089），安徽省教学研究重点项目，参与，立项时间：2022.04.

