

再次感知统计学中统计量的探究脉络,从而得到统计学研究的一般方法,同时给出简化式子的化简过程,培养统计中的计算能力.

**问题4**  $r > 0$  说明了什么?  $r < 0$  呢?

引导学生从相关系数公式入手观察,  $r$  的正负性与  $(x_1y_1 + x_2y_2 + \cdots + x_ny_n) - n\bar{x}\bar{y}$  的正负性相同, 而  $\hat{b} = \frac{(x_1y_1 + x_2y_2 + \cdots + x_ny_n) - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$  的正负

性也与  $(x_1y_1 + x_2y_2 + \cdots + x_ny_n) - n\bar{x}\bar{y}$  的正负性相同, 因此  $r > 0$  说明数据正相关, 反之亦然.

**设计意图:**再探  $r$  的意义, 让学生了解  $r$  与相关性密不可分, 同时复习上一节线性回归方程的内容, 让学生感受知识之间的联系.

#### 4. 实际应用, 获得经验

**例:**计算下表中随机变量之间的样本相关系数  $r$  (结果保留到小数点后的第9位), 并谈谈通过计算发现了什么.

$i$	$x_i$	$y_i$	$x_i^2$	$y_i^2$	$x_iy_i$
1	165	52	27225	2704	8580
2	157	44	24649	1936	6908
3	155	45	24025	2025	6975
4	175	55	30625	3025	9625
5	168	54	28224	2916	9072
6	157	47	24649	2209	7379
7	178	62	31684	3844	11036
8	160	50	25600	2500	8000
9	163	53	26569	2809	8639
合计	1478	462	243250	23968	76214

**设计意图:**通过实例巩固线性相关系数计算公式的使用以及线性相关性的知识概念, 在实际应用中深化学生对公式以及概念的理解.

#### 5. 课堂小结, 总结经验

通过本节课的学习, 你是否明白了什么是线性相关系数? 为什么要计算线性相关系数? 标准化的过程是怎样的? 如何用线性相关系数来判断成对数据的相关性强弱?

#### 四、实践反思

在课堂设计与教学中, 以解决不断出现的问题为主线, 自然的进行教学, 更有利于学生的思考, 在问题的解决过程中, 体会数学思想, 培养解决问题的能力. 本节课从细微处着手, 从特殊的例子以及直观感受出发, 以问题为主线进行串联, 同时结合统计学中的研究方法, 将概念呈现给学生.

一方面, 教师通过问题为主线, 可以将统计量的整个探究过程讲述的更加清晰, 概念的讲解的更透彻, 教学过程更方便, 同时整个课堂自然朴实而又高效, 体验并揭示知识的发生、发展和形成过程, 帮助学生自主建构前后贯通的知识体系, 促进学生思维能力的发展, 培养学生的数学素养.

另一方面, 学生通过问题为主线进行学习, 概念生成更自然, 思考方向更具体, 学习方向更明确, 在问题链中感受相关系数这一概念的生成, 发展, 进化以及应用, 增强学生的自主探究能力, 提升数学思维水平, 获得统计学的一般性研究方法, 为后续的其他概率模型的学习做好铺垫.

## “三新”背景下的 高考数学二轮复习之浅见

江苏省苏州市苏州高新区第一中学 (215000) 徐德明

江苏省苏州实验中学 (215011) 侯佳佳

在新教材(人民教育出版社2019年国家教材委员会专家委员会审核通过)、新课程(《普通高中数学课程标准(2017年版,2020年修订)》)、新高考的“三新”背景下, 高考数学二轮复习备考要在高考一轮数学基础知识梳理与复习的基础上, 为了高考的验收与评价, 结合备考观念的合理转化, 结合传统高考数学备考复习的一些优点并加以合理改进,

突破数学核心考, 提升数学关键能力, 丰富数学文化底蕴及数学解题思想和方法, 目标是学会“解高考题”, 实现“低耗高效”, 提升复习质量与效益.

#### 1. 知识层面: 由一轮侧重点的“全面覆盖”转向二轮侧重点的“精简内容”

高考对数学知识层面的要求是基于高中数学教学与学习, 由“基础知识”转向“必备知识”, 侧重

点在于考查高校课程必备的数学知识,这就为二轮复习的侧重点指明方向.因而在二轮复习中,根据高考命题规律,在前面高考一轮复习的基础上,合理对数学知识进行一些很必要的处理,关注“精简内容、高效复习、精准备考”的基本策略与复习目标,不必做到“全面覆盖、面面俱到、滴水不漏”,优化高考数学复习效益.

以《数列》模块知识为例,高考数学二轮复习中,数列的概念、基本公式与基本性质等在复习中就可以加以“弱化”,而强调数学与生活的联系,凸显了数列的应用性,以及借助研究函数的方法研究数列,能用数学归纳法证明数列中的一些简单命题,理解并掌握两个特殊数列的通项公式与求和公式以及相关之间的关系,并提出了更高的要求,同时渗透数学文化场景与应用等方面,是“精简内容”的重点之一.

## 2. 能力层面:由一轮侧重点的“简单重复”转向二轮侧重点的“温故知新”

二轮高考复习的功能不能再进行“简单重复”,而必须在重点内容、重点方法与技能等方面有所侧重,并在基础知识的层面上进行深度理解与应用,体现“温故知新”.高效复习的关键在于“以新带旧”,从教材体系中进一步加以深化,合理创新应用,利用新问题深化旧知识的理解,利用新方法巩固旧方法的应用等.

“以新带旧”是高考复习能力层面方面的一个重点,抓住拓展知识、深理解、提升能力这三个基本层次对“新”加以全方位深入,其中拓展知识是深理解的知识铺垫,深理解是提升能力的基本前提,提升能力是备考复习的全面升华,层层递进,逐步提升.

以《复数》模块知识为例,高考数学二轮复习中,在合理关注由于复数自身的知识结构特点以及数学文化背景,此部分的试题经常与数学文化加以巧妙融合,以创新情境来合理设置,成为高考命题中的一个基本特色与风景线.同时注意复数知识中所渗透的数学思维,如函数与方程思想、数形结合思想、类比思想等,都是解决复数问题中比较常用的数学思维,全面拓展并应用数学思维,可以使得数学知识的学习更加牢固,数学问题的解决更加简捷.以数学文化与数学思维为“新”来带动复数的概念、四则运算等的“旧”,达到“温故知新”的目的.

## 3. 教材层面:由一轮侧重点的“拘泥教材”转向二轮侧重点的“整合教材”

新课程标准是高中数学教学与高考复习的基本依据,而课程标准与高中数学教材在实际高考命

题中,对命题专家没有多大的约束.因为在命题专家看来,现行高中数学教材存在不少缺陷.高考数学试题更加注重对数学知识之间甚至数学与其他学科之间的内在关联的考查,反映了命题专家对数学学科知识体系的重构.

我们都知道,“怎么学”比“学什么”更重要,“怎么学”是终生学习的基础,也是人一生中最为重要的一个基本技能.因而在高考数学复习中,要以课程标准为指引,整合教材内容,构建数学学科体系,全面拓展知识、思想与方法等,提升应考能力.

以《三角函数》模块知识为例,高考数学二轮复习中,可以通过对应高中教材的课后习题来达到合理整合教材、知识与能力等的目的.(人民教育出版社2019年国家教材委员会专家委员会审核通过的《数学》(必修第一册)第五章《三角函数的概念与性质》中复习参考题5第256页第26题)

英国数学家泰勒发现了如下公式:

$$\sin x = x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 - \frac{1}{7!}x^7 + \dots,$$

$$\cos x = 1 - \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{4!}x^4 - \frac{1}{6!}x^6 + \dots, \text{其中 } n! =$$

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times n.$$

这些公式被编入计算工具,计算工具计算足够的项就可以确保显示值的精确性.比如,用前三项计算  $\cos 0.3$ ,就得到  $\cos 0.3 \approx 1 - \frac{1}{2!} \times 0.3^2 + \frac{1}{4!} \times 0.3^4 = 0.9553375$ .试用你的计算工具计算  $\cos 0.3$ ,并与上述结果比较.

借助以上的泰勒展开式所对应的公式,结合估算法的应用,可以用来解决一些涉及高考大小比较等的相关应用问题,如:(2022年高考数学全国甲卷

理科·12)已知  $a = \frac{31}{32}$ ,  $b = \cos \frac{1}{4}$ ,  $c = 4\sin \frac{1}{4}$ , 则( ).

A.  $c > b > a$

B.  $b > a > c$

C.  $a > b > c$

D.  $a > c > b$

合理回归高中数学教材,整合数学教材,合理侧重,科学选取,切实重视高中数学教材的应用价值,充分挖掘教材的内涵,为进一步落实教考衔接与新课标改革的推理提供坚实的基础.

## 4. 个体层面:由一轮侧重点的“统一标准”转向二轮侧重点的“分层要求”

对学生个体而言,由于各自层次的不同,学业基础与能力水平的差异,这就要求二轮复习时更有针对性,必须从一轮复习中“一刀切”的“统一标准”加以合理改进,因人而异,分层策略,根据不同学生

个体的实际情况进行合理的“分层要求”，量力而行，增强复习的实效性。一般地，以县级市区的四星普通高中的高考理科生为例，尖子生——双一流大学——掌握90%以上，优生——超过特招线——学透80%左右，学困生——突破本科线——学好70%左右。当然这个“分层要求”还要结合实际情况、学生个体情况等不同层面来加以合理调整，并加以不断修正，以达到最佳的正面引导与督促作用。

在高考数学二轮复习中，教师要根据学校的整体情况、班级的层次情况以及学生的实际情况，在实际复习中加以合理的“分层要求”，不再拘泥于高考数学一轮复习时的“统一标准”，更有目的性，更有针对性。

### 5. 目标层面：由一轮侧重点的“关注于教”转向二轮侧重点的“关注于学”

教学与学习的过程，在很大程度上是一个有教师引导的自学过程。教师作为一个合格的引导者，要合理充分调动学生的学习主动性，特别是二轮复习过程中，必须结合学生个体情况进行自主复习，有效强化应用训练与练习，实现“导学用合一”的高质量复习效果。

“导”——教师为主体的全面引领指导。根据高考课程标准，确定不同层次学生掌握必备知识和形成关键能力的培养目标，精心设计问题，编制导学提纲或复习清单。教师的主导性，在于使学生明确“学什么”、“怎么学”，以及结合个体情况来确定“学到什么程度”等。

“学”——学生为主体的自主学习与合作学习。自主学习的本质特征是主动学习，全面调动学生主动按照教师引导的导学提纲或复习清单等，高质量地进行自主学习、独立思考，深化理解。可以根据学习要求，结合问题的提出加以探讨交流，也可以进行小组合作等，倡导多方式、多层面的复习，全面提高复习与学习效率。

“用”——学生个体为层面的应用练习。学以致用，反馈到数学学科中就是会加以应用性解题。做题的质量比数量更重要。

例如在讲解以下问题时，以实例的讲解为前提，合理引导，并在讲解后设置对应的变式练习，以供学生练习与训练。

**问题** (2023届山东省潍坊市高考模拟考试数学试卷)单位圆  $O: x^2 + y^2 = 1$  上有两定点  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$  及两动点  $C, D$ , 且  $\vec{OC} \cdot \vec{OD} = \frac{1}{2}$ , 则  $\vec{CA} \cdot \vec{CB} + \vec{DA} \cdot \vec{DB}$  的最大值是( )。

A.  $2 + \sqrt{6}$  B.  $2 + 2\sqrt{3}$  C.  $\sqrt{6} - 2$  D.  $2\sqrt{3} - 2$

教师通过“教”来引导，结合分析与讲评后，合理设置三个层次的变式练习，引导学生进行自主学习与练习应用，更加注意于“学”。

**变式1** (同级类比拓展)单位圆  $O: x^2 + y^2 = 1$  上有两定点  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$  及两动点  $C, D$ , 且  $\vec{OC} \cdot \vec{OD} = \frac{1}{2}$ , 则  $\vec{CA} \cdot \vec{CB} + \vec{DA} \cdot \vec{DB}$  的最小值是\_\_\_\_\_。

**变式2** (升级类比拓展)单位圆  $O: x^2 + y^2 = 1$  上有两定点  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$  及两动点  $C, D$ , 且  $\vec{OC} \cdot \vec{OD} = a$ , 其中常数  $a \in [-1, 1]$ , 则  $\vec{CA} \cdot \vec{CB} + \vec{DA} \cdot \vec{DB}$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

**变式3** (创新类比拓展)单位圆  $O: x^2 + y^2 = 1$  上有两动点  $C(x_1, y_1)$ ,  $D(x_2, y_2)$ , 且满足  $x_1x_2 + y_1y_2 = a$ , 其中常数  $a \in [-1, 1]$ . 则  $x_1 + x_2 + y_1 + y_2$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

注:上述答案:问题(A);变式1( $2 - \sqrt{6}$ );变式2( $[2 - 2\sqrt{a+1}, 2 + 2\sqrt{a+1}]$ );变式3( $[-2\sqrt{a+1}, 2\sqrt{a+1}]$ ).

在“三新”(新教材、新课程、新高考)背景下,进一步落实“双减”政策与新改革理念,积极贯彻《总体方案》要求,在高考数学二轮复习过程中,要全面彻底地转化传统的备考观念,倡导新的备考理念,进一步夯实数学基础,落实数学“四基”,寻求数学基础与本质,形成数学能力与创新应用,形成数学思想(方法)与数学能力的提升,重视数学核心素养的养成。