

新高考背景下高中数学 概念探究教学有效性研究

——以“函数的奇偶性”的概念教学为例

孙小兵 南京师范大学第二附属高级中学 211400

[摘要] 随着新高考改革政策的深入推进,以人才选拔的方式引领教育,落实国家对创新人才的需要已经取得了不错的成效.研究者以“函数的奇偶性”的概念教学为例,从概念教学概述与教学分析出发,基于“创设情境,导入概念”“深度探索,生成概念”“练习训练,升华概念”三个方面展开教学设计与研究.

[关键词] 新高考;概念教学;探究

《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》再次强调要转变人才培养的模式,将发展学生的数学学科核心素养作为教学的主要目标.基于这种背景,如何将人才选拔与新课标要求深度融合,受到社会各界的广泛关注.本文从概念探究教学有效性的角度出发,借助“函数的奇偶性”的概念一课,展开教学设计与思考.

新高考背景下的概念教学

概念是人脑对现实世界中数量关系与空间形式的反应,属于判断与推理的思维形式,一般以法则、定理或公式等形式存在.深度探究概念的内涵与外延,不仅能有效提高学生对知识与技能的掌握程度,还能从一定意义上培育学生的逻辑论证与推

理能力,发展空间想象力,让核心素养落地生根^[1].实践证明,新高考视域下引导学生亲历概念形成的过程,可以促使学生学会用数学的眼光观察世界,用数学的思维思考世界.

教学分析

“函数的奇偶性”是高中数学的重要内容之一,承载着夯实基础、启发思维等作用.为了探究其教学的有效性,笔者基于学情、教情、考情三个方面,从结构化的视角对教学进行分析.

本节课包含的内容主要有基本概念、奇偶性的判断、概念的实际应用等.其中,概念是进行判断与应用的基础,因此概念教学尤为重要,同时概念的有效探索对发展数学抽象

素养、直观想象素养、逻辑推理素养等具有重要意义.“归纳推理”是抽象函数的奇偶性的重要方法,而“由特殊到一般”的思想是基本思维步骤,将两者有机融于一体探索函数的奇偶性的概念可起到事半功倍的效果.

从概念本身来看,奇偶性属于函数的基本性质,是单调性的外延部分.从知识的结构体系分析,本节课概念教学需要将概念的延续性特征保留下来,引导学生充分体会“生活—几何直观—符号语言精准定义”的流程,由此完善认知体系,形成结构化思维.

教学设计

1. 创设情境,导入概念

情境 (用PPT展示图1)大门、剪纸、脸谱等都具有对称性,类似于此

基金项目: 仪征市教育科学“十四五”规划课题“新高考背景下高中数学概念探究教学有效性研究”(2021/G/L010).

作者简介: 孙小兵(1984—),本科学历,中学一级教师,从事高中数学教学工作,曾获仪征市教学基本功大赛一等奖、仪征市学科带头人等荣誉.

的对称性物品还有很多,今天就让我们一起从物品的对称性出发,进入函数的奇偶性的世界.



图1

设计意图 丰富的图案让学生眼前一亮,大部分学生都被这一组图案吸引,快速进入了课堂学习状态,同时体会到了生活与数学的关联性.

2. 深度探索,生成概念

探索1 偶函数.

问题1 观察图2所示的三个函数图象,请总结它们的共同特征.

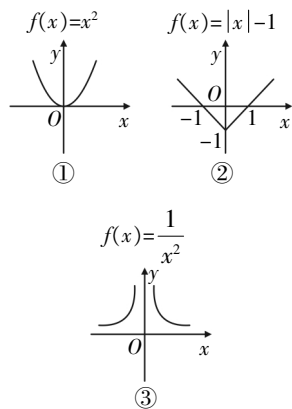


图2

问题2 以上图象中关于y轴对称的点的坐标存在什么特殊性?

问题3 我们该如何确定一个函数的图象关于y轴对称? 以函数 $f(x)=x^2$ 为例进行说明.

问题4 如果函数 $y=f(x)$ 的图象具备关于y轴对称的特征,那么我们认为它是一个偶函数.你能用符号语言精准地描述“函数 $y=f(x)$ 的图象关于y轴对称”吗?

问题5 结合以上探索,尝试自主

表达偶函数的概念.

设计意图 纵观这几个由浅入深的问题,引导学生紧紧围绕偶函数的概念展开探索,由直观认识转移至精准描述,从真正意义上实现了“图形语言→文字语言→符号语言”的转化,使学生更深层次理解偶函数.“形→数”的转化不仅丰富了学生的思维,还帮助学生进一步提炼了数形结合思想.

完整的偶函数形成与发展过程,在问题的引领下浮出水面,学生对偶函数概念的认识也逐步程序化,并感知“特殊→一般”“具体→抽象”“定量→定性”的探索方法.方法的形成成为后续探索其他内容奠定了基础,学生在此过程中也有效提升了数学抽象与直观想象等素养,这些都是新高考背景下概念教学的核心目标.

为了夯实学生对偶函数概念的认识,笔者呈现下列函数表达式,要求学生自主判断哪些是偶函数:① $f(x)=x^2$;② $f(x)=x^2, x \in [-2, 3]$;③ $f(x)=2$;④ $f(x)=\frac{x^3-x^2}{x-1}$.

完成此问的解答后,师生共同总结偶函数的几方面内容:①偶函数的定义;②偶函数的定义域关于原点对称;③偶函数图象关于y轴对称;④可用图象法或定义法来判断偶函数.

设计意图 具体问题的呈现,引导学生自主判断与分析,不仅能提升学生对偶函数概念的理解程度,还能进一步培养学生的应用意识.判断偶函数时,“定义域关于原点对称”这个条件很容易被忽略,因此笔者特别呈现了①②两个函数及其图象.随着对概念的逐步探索,学生不仅理解了判断偶函数的关键点与易错点,还从真正意义上拔高了思维.尤其是师生的共同总结,促使学生形成了

良好的复盘习惯,让学生在教学中有所思、有所得.

探索2 奇函数.

问题1 图3显示的是函数 $f(x)=x$ 与函数 $f(x)=\frac{1}{x}$ 的图象,请根据图象总结它们的共同特征.

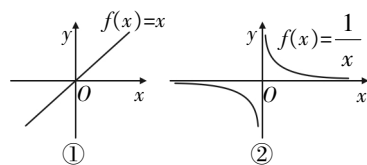


图3

问题2 与偶函数图象的对称性进行类比,分析奇函数图象是否也具有对称性.若有,对称性的特点是什么?

问题3 $f(x)=x^3-2x$ 是奇函数吗?说明理由.

随着问题的探索,师生共同总结奇函数的几方面内容:①奇函数的定义;②奇函数的定义域关于原点对称;③奇函数的图象关于原点对称;④可用图象法或定义法来判断奇函数;⑤一个函数为奇函数或偶函数,称该函数具有奇偶性.

设计意图 类比偶函数概念的探索过程研究奇函数,由于有方法和经验作为基础,因此探索过程异常顺利.学生在“模仿”的基础上逐渐形成程序化的研究方法,对知识的总结也熟能生巧.此过程,时间基本留给学生自主探索,充分体现了“以生为本”的理念.当然,研究方法的模仿仅仅是探索的一种基本手段,想要符合新高考的要求培养创新人才,还要鼓励学生结合自身已有的方法和经验大胆发现、提出、分析与解决问题,这是从真正意义上提升学生数学素养的过程.

问题4 (观察并感知概念)如图4所示,判断这两个函数图象是否具有奇偶性.

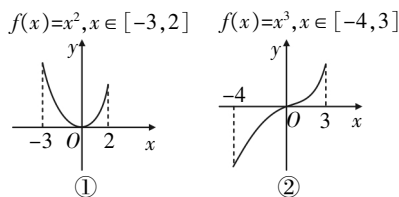


图4

问题5 判断下列函数的奇偶性:

- ① $f(x) = x(|x| + 1)$; ② $f(x) = 1 - 3x^2$;
③ $f(x) = \sqrt{x}$; ④ $f(x) = 0$; ⑤ $f(x) = \begin{cases} x+1, & x>0, \\ -x+1, & x<0, \\ 1, & x=0. \end{cases}$

设计意图 建构函数的奇偶性的概念后,借助具体问题引导学生进一步理解概念,同时分析并处理学生的错解,深化学生对重点与易错点的认识,提高学生对函数的奇偶性的应用能力。

3. 练习训练,升华概念

练习1 若函数 $f(x)$ 是奇函数, $f(2)$ 的值为3,求 $f(-2)$ 的值;若函数 $f(x)$ 是偶函数, $f(-1)$ 的值为3,求 $f(1)$ 的值。

练习2 结合函数的奇偶性特征,补画以下两个函数的图象(见图5):
① $y=f(x)$ 是定义域为 $(-1, 1)$ 的奇函数;
② $y=f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的偶函数。

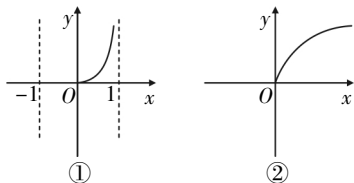


图5

练习3 如图6所示,这是奇函数 $y=f(x)$ 图象的一部分,求 $f(-4)$ 的值。

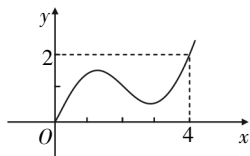


图6

设计意图 带领学生从知识与方法层面梳理教学内容,整个过程紧紧

围绕“由特殊到一般”这条线索,让学生循序渐进地感知、体悟知识特点,形成良好的逻辑推理素养与数学抽象素养。同时,学生通过练习,进一步深化对学习方法的掌握,获得良好的反思能力。

几点思考

1. 情境引入概念,利于激趣启思

要想让学生从本质上理解概念,最好的办法就是再现概念的创造过程,让学生体会概念所蕴含的数学思想方法,形成用数学的思维思考概念的能力。当然,让学生经历从无到有的过程,需要用契合点来缓解新知对思维的冲击。

在建构概念模型时,可结合学生的学习经验、生活经验、认知水平等创设落于学生最近发展区的情境,让学生“踮起脚,够到桃”,自主提炼概念模型,获得概念。同时,情境还能让抽象、乏味的概念知识变得生动有趣,更好地启发学生思考。

本节课初始,脸谱、剪纸、大门等生活情境的展示成功刺激了学生的感官系统,让学生对本节课的内容产生了浓郁的探索欲,从直观的情境中获得了良好的直观感知能力,为深入探索概念奠定了基础。

2. 深入探索概念,发展抽象素养

概念形成一般需要经历特殊到一般与具体到抽象的过程,如具体函数到抽象函数或运算到概括等。学生通过直观分析、演绎证明、语言表达、符号表示等,才能实现对概念的理解。因此,概念探索遵循由感性到理性、由粗糙迈向精细的过程。作为教师,应引导学生从概念的定性、定量等方面着手进行抽象描述,获得精准的概念。

在课堂中,函数的奇偶性的探索从学生熟悉的函数着手,借助问题驱动学生对生活中的数学美产生直观感受,并促使学生的思维由直观转换到抽象,从真正意义上实现不同语言的转化,将数形结合思想展现到极致,完成对概念的程序化理解,提炼定量到定性、特殊到一般的数学思想,推动数学抽象素养与直观想象素养的发展。

3. 关注教学策略,便于概念生成

新高考背景下的数学教学,学生才是课堂的主人,对于概念的探究,需要分清主次关系,教师绝不可越俎代庖^[2]。但教师的引导又不可或缺,结合学情采取一定的教学策略是做好组织工作的关键,如适当加工教材,引导学生围绕概念或例题展开思考,以设问、变式等方式引发探索,可促使学生形成良好的推理能力,从真正意义上突破教学重点与难点。除此之外,还可以应用“模仿→探究”的策略,使学生突破原有认知,建构新知。

总之,新高考背景下的概念教学不可只靠机械性记忆去掌握概念,而应在理解与感悟的基础上实现概念知识的建构、内化与应用,这是提升学生学习能力与学习品质的重要措施,也是发展学生数学学科核心素养的前提。

参考文献:

- [1] 史宁中. 学科核心素养的培养与教学——以数学学科核心素养的培养为例[J]. 中小学管理, 2017(01): 35-37.
- [2] 许兴震. 定位教学目标,实现数学育人——以一节“函数的单调性”的教学为例[J]. 中国数学教育, 2015(03): 2-4.