分类号______　　　　密级______

UDC______　　　　编号______

华中师范大学

硕士学位论文

核心素养下高三数学二轮复习教学策略的实践探究

学位申请人姓名：郭长卫

申请学位学生类别：教育硕士

申请学位学科专业：学科教学（数学）

指导教师姓名：刘敏思 副教授

硕士学位论文
MASTER'S THESIS

Y4000076

硕士学位论文

论文题目：核心素养下高三数学二轮复习教学策略实践探究

论文作者：郭长卫
指导教师：刘敏思　副教授
学科专业：学科教学（数学）
研究方向：数学教育

华中师范大学数学与统计学学院

2022年 5月

硕士学位论文
MASTER'S THESIS

Research on the Second-round Teaching and Studying Strategy for Grade 12 Math Review within the Context of Core Competency

A Thesis

Submitted in Partial Fulfillment of the Requirement

For the Master's Degree in Mathematics Education

By

Guo Changwei

Postgraduate Program

School of Mathematics and Statistics

Central China Normal University

Supervisor: Liu Minsi

Academic Title: Associate Professor Signature 刘敏思

Approved

May. 2022

华中师范大学学位论文原创性声明和使用授权说明

原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，独立进行研究工作所取得的研究成果.除文中已经标明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果.对本文的研究做出贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明.本声明的法律结果由本人承担.

作者签名：郭长卫　　　　日期：2022 年 5 月 30 日

学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解华中师范大学有关保留、使用学位论文的规定，即：研究生在校攻读学位期间论文工作的知识产权单位属华中师范大学.学校有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许学位论文被查阅和借阅；学校可以公布学位论文的全部或部分内容，可以允许采用影印、缩印或其它复制手段保存、汇编学位论文.（保密的学位论文在解密后遵守此规定）

保密论文注释：本学位论文属于保密，在 ____年解密后适用本授权书.

非保密论文注释：本学位论文不属于保密范围，适用本授权书.

作者签名：郭长卫　　　　导师签名：刘敏思

日期：2022 年 5 月 30 日　　　　日期：2022 年 5 月 30 日

本人已经认真阅读“CALIS 高校学位论文全文数据库发布章程”,同意将本人的学位论文提交“CALIS 高校学位论文全文数据库”中全文发布,并可按“章程”中的规定享受相关权益.同意论文提交后滞后：□半年；□一年；□二年发布.

作者签名：郭长卫　　　　导师签名：刘敏思

日期：2022 年 5 月 30 日　　　　日期：2022 年 5 月 30 日

摘 要

随着核心素养下的新课程的实施和新高考改革的推进，提高学生的数学素养成为课程的核心目标.改革必然给高中师生的教与学带来了新的挑战，导致教师的“教”和学生的“学”出现了与课程目标不匹配甚至脱节现象.同时笔者通过查阅资料，发现核心素养下，较少针对高三数学二轮复习教学策略的研究.

为确定核心素养下高三数学二轮复习教学策略的问题，笔者通过与教师访谈发现现阶段高三复习中存在二轮复习时间安排不合理、二轮的教学内容选择不聚焦、课堂变成了习题讲解课、二轮变成一轮的精简版、学生的学习不够深入等问题，通过学生调查问卷反映出二轮课堂教学方法单一、课堂以教师为中心、面对问题时想不到解法、自主钻研能力不强、习题讲评课效率不高等问题，

因此，结合高三数学二轮复习的目标，笔者开始探究在核心素养下高三数学二轮复习的教学策略.经过反复研究，对于二轮复习内容选择困难、不聚焦的问题，采用题型微专题教学策略，专攻某一些难点问题；对于想不到题目解法，采用思想微专题教学策略，专门凝练思想，抓住问题的根本.对学生学习不够深入、不会自主钻研等问题，采用一题多变的思维发散教学策略，引导学生探讨研究；对于学生思维不够灵活，采用一题多解的思维拓展的教学策略，引导学生多角度思考问题，培养思维的灵活性；对于二轮课堂习题讲评课中效率不高的情况开展学生自主展示的互学互助策略等.同时在每一种教学策略下都给出了教学案例或教学实录.

为检验教学策略的有效性，笔者在所任教学校选取了实验班和对照班展开教学实践，在尽量保证外部因素相同的情况下，对实验前后两次高三市统考测试的成绩进行独立样本的 t 检验，发现实验班学生的成绩有显著性提高；同时通过问卷调查得到实验前后学生的数学学习兴趣得分和课堂满意度得分，同样发现实验班的数学学习兴趣和课堂满意度有显著性提升.通过上述三类数据的分析可以得出结论：核心素养下高三数学二轮复习教学实践在一定程度上提高了学生对数学课堂的满意度，增强了学生对数学的学习兴趣，提高了学生的数学素养.

关键词： 核心素养；高三数学；二轮复习；教学策略

Abstract

As the new curriculum and the new Gaokao reform under the backdrop of core competency is being implemented, enhancing the math competency of students becomes the core objective of the curriculum. Reform undoubtedly brings new challenges to the teaching and studying for high school teachers and students, which triggers mismatch and even disconnection between the "teaching" of teachers and the "studying" of students. Meanwhile, based on various literature, the author has found that there are relatively few researches on the second-round teaching and studying strategy for Grade 12 math review within the context of core competency.

To ensure the problems which exist in the second-round teaching and studying strategy for Grade 12 math review within the context of core competency, the author conducted interviews with some teachers. Problems are varied, such as inappropriate time schedule of the second-round review for Grade 12 math, lack of focus in the corresponding content, the dominance of exercise explanation in the classroom, turning the second-round review into the simplification of the first round, lack of depth of students' study, etc. Based on the conducted questionnaire, problems cover simplified teaching method in the second round, teacher-centered classroom teaching, failure to think of solutions when faced with problems, lack of strong ability to dig deeper independently and inefficient classroom exercise explanation.

Therefore, in accordance with the second-round math review goals of Grade 12, the author explored the teaching and studying strategies of Grade 12 math review within the context of core competency. After a series of research, tailored approaches have been found. Micro topic teaching and studying approach which centers on addressing some tricky questions can resolve the difficulty of finding second-round math review content and having unfocused teaching content. In response to questions which students fail to think of the solutions to, teachers can adopt micro topic teaching approach featuring mathematical thoughts to classify varied mathematical thoughts and mastering the fundamental of the questions. For questions which students lack in-depth study and are not able to dig deeper independently, teachers are advised to adopt the teaching strategy of divergent thinking in which one question can be transformed into several to guide students for exploration. As to the question of lack of thinking flexibility, the teaching strategy of solving one problem with different solutions can be employed to encourage students to think of a problem from different angles and cultivate their thinking flexibility. With regard to ineffective classroom exercise explanation in the second-round math review, the strategy of mutual study and group presentation can be used. Corresponding teaching examples are rendered to each teaching strategy.

To examine the effectiveness of the teaching strategies, the author conducted teaching practice in the experiment class and the control group class. When other external factors are identical, the author examined t of independent samples of the test scores of two city-wide examinations for grade 12 students and found that the scores of the experiment class have been notably improved. Meanwhile, based on the questionnaire which compares students' learning interest in math and classroom satisfaction before and after the experiment, students' learning interest in math and classroom satisfaction of the experiment class has been markedly enhanced. Based on the three types of data, the following conclusion can be drawn: the second-round teaching and studying practice for Grade 12 math review within the context of core competency improves students' satisfaction with math class, strengthens students' interest in learning math and enhances their math competency.

Key Words: Core competency; Math of grade 12; Second round review; Teaching and learning strategy

目录

1.绪论

1.1 研究背景

1.1.1 课程改革的要求

21 世纪以来，面对经济、科技的迅猛发展，世界进入了更加智能化的时代，社会对人才提出了更高的要求，相应的也要转变人才培养机制. 同时为落实“十八大”提出的“立德树人”的根本任务，教育的改革也迫在眉睫.《普通高中课程标准（2017版)》系列书籍的出版，标志着以核心素养为导向的课程改革轰轰烈烈的展开，新课程标准明确提出了数学学科六大核心素养：数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算、数据分析；将之前的三维教学目标发展为“四基”，即基本知识、基本技能、基本思想、基本活动经验；同时改变了课程的结构与内容，将之前“以螺旋式上升”的模块结构改为“按专题”的内容主线结构，即函数、代数与几何、概率与统计、数学建模；明确提出要基于核心素养的教学，重视情景的创设与问题的提出[1].

新课改的变化，必然给高三复习的教与学带来强大的冲击. 一线教师不仅自己要去研究课程标准，研究新课程标准数学培养目标，研究核心素养的具体内涵，关注新的改革动向，学习教育的前沿动态，更要研究如何将培养数学核心素养落实到我们的教学中，落实到我们的课堂上，从而真正增强学生的综合能力. 真正贯彻落实新课改的要求，提高学生的数学核心素养，进而为学生的未来学习之路做好铺垫.

1.1.2 核心素养下新高考复习备考的要求

课程改革的变化，也必然带来高中考试评价的变化. 教育部考试中心制定的《中国高考评价体系》，提出“一核四层四翼”，其中“一核”为“立德树人、服务选才、引导教学”的高考核心功能，“四层”为考查“核心价值、学科素养、关键能力、必备知识”的学科内容，“四翼”为考查内容的“基础性、综合性、应用性、创新性”[2]. 以前多省份自主命题，现在慢慢过渡为国家考试中心统一命题；以前文理分开命题，现在所有考生共用同一份数学试题. 新高考不仅考查学生学科素养的达成，也要考查学生的思维能力，反刷题，反套路. 从考核要求上引导学生增强自身的综合素养.

但由于高中任务紧、学业重，学生在高一高二更多的学习是基础知识、基本方法. 没有大量的时间深入学习探究，再加上学生对知识的消化吸收有一个过程，所以真正提高学生综合能力的重任就落在了高三. 而在高三一轮复习过程中，也更多的是基本知识和基本方法的再现和巩固. 在这种情况下，二轮复习就成了提高学生综合能力和素养的重中之重. 如何在高三二轮复习中贯彻落实新课改的理念，提升

学生的数学素养，完成由量变到质变的华丽转变？如何在高三二轮复习过程中，提升学生的能力，助力高考发挥，实现学生的求学之梦？如何在高三二轮复习过程中，为学生打下坚实的基础，为学生的终生学习做好铺垫？因此核心素养导下的高三二轮复习备考又该做怎样的改变，确实是一个值得我们一线教师思考的问题.

1.1.3 高三二轮复习中教师教学现状需求

高三一轮复习各个学校都是按部就班夯实学生的基础，基础知识基本方法是教学的重中之重，学生起点相差无几，教师的选择余地不多，课堂教学挑战不大. 反观二轮复习，通过一轮的全覆盖式复习，学生掌握的知识多了，可讲的点多了，到底哪些该讲，哪些不该讲，并没有明确的界定. 对于确定的授课内容，采取什么样的策略模式能够取得更好的教学效果，所以课堂教学内容、课堂教学策略的选择反而成为一线教师头痛的问题！所以在具体教学的实施过程中，出现了各种各样的问题.

笔者经常听到一些教师抱怨说："现在的学生真是太差了"、"现在的学生一点都不自觉"、"学生完全不会自主学习""连这个题都不会啊""讲过很多遍就是学不会"等，诚然有部分学生的因素，但更多反映出教师的"教"与学生的"学"的脱节. 很多教师自诩有丰富的教学经验，习惯于以前固有的模式，完全凭借自己过往的经验来组织教学. 没有关注到课程改革的变化、学生学情的变化，抱残守缺，没有及时跟上变革. 甚至部分教师过多采用讲授法，以教师为中心，满堂灌的模式教学. 这也必然无法引起学生的学习兴趣，没有积极调动学生的思维，教学效率自然不高. 学生没有产生思维的共鸣，导致学生知识掌握不好，理解不深. 进而出现教师抱怨学生差、而学生对教师的教学满意度不高的现象，造成"教"与"学"脱节和矛盾. 事实上，学生是一届一届变化的群体，受社会发展的复杂因素的影响，我们也要与时俱进的改变教学策略，探索出符合学情的教学方案.

1.1.4 高三二轮复习学生学习现状需求

新课改后，由于高考"服务选才"的要求，真正考查学生的核心素养，这给学生的学习带来了巨大的挑战，学生普遍感到学习难度增大. 在完成高三一轮基本知识点的复习后，学生急切希望能够在二轮数学复习中，进行深度学习，提升自己的素养. 期望二轮数学复习课堂教学能够带着自己学会探究数学，希望授之以鱼，更期望授之以渔. 学生不仅希望在课堂上学习到数学知识，更希望掌握研究数学的方法.

同时，二轮复习课堂尤其是习题讲评课存在听课效率不高的现象. 经过高三一轮复习，拉开了班级中学生之间的差距，在此基础上的二轮复习，教师很难在课堂上兼顾各个层次的学生.对于优生来说，二轮复习中的很多知识都已经会了，完全跟

着老师似乎浪费了自己的时间，但自己研究会不会错过老师讲的关键的地方；对于学困生来说，由于新课完全没有理解掌握，公式定理都很陌生，一轮复习已经比较困难，增加难度的二轮复习上课经常听不懂，被动处于一种放弃的状态，白白浪费了课堂宝贵的时间. 因此二轮复习究竟采用什么策略兼顾不同层次的学生，也是值得我们思考的问题.

1.2 研究意义

通过以上分析可以看出，无论是课程改革，还是高考导向，亦或是教师和学生在高三二轮复习中遇到的问题，都需要我们去研究新时期新形势下高三二轮的复习策略，绝不能照搬以往的复习策略来应对高三复习. 我们要去研究新课程改革，研究核心素养下的高考评价体系，研究新一代的学生实际情况. 然后据此大胆改变，调整教学方式，创新教学设计理念，制定出符合核心素养下高三数学二轮复习的教学方案. 所以“核心素养下高三数学二轮复习教学策略的实践研究”就应用而生.

通过此研究，使一线教师更加明确新课改的方向，教师不仅仅关注学生的解题能力，更关注学生数学核心素养和综合能力的发展. 通过教学策略的转变，让学生能力的培养落实到平时的教学中来.

通过此研究，在传统教学的基础上，提出更符合新高考模式的教学策略，提升教学效率，促进教学观念的改变，改变教学行为. 教学中更多的以学生为中心，更加明确课堂教学的方向，从而减轻教学压力，促进师生可持续发展.

通过此研究，教师在高三数学二轮复习时采用多种教学策略，从而提高课堂的效率和学生的满意度，提高学生的数学学习兴趣，让课堂教学和学生学习更加和谐，师生关系更加融洽. 通过教学策略的改变，课堂上引导学生学会研究问题，总结思想方法，从而引起学生学习观念的改变，进而导致学习行为的改变，最终使学生获得研究数学的习惯，提高学生的学习效率，进而提升学生的综合素养.

2.文献综述

2.1 核心素养的综述

"素养"在数学中最早是由数学家斯蒂恩主编的《数学与民主》提出，其中提到"量化素养"的概念，进入21世纪，数学素养成为各国数学教育基础研究的热点. 2003年英国公布了《21 世纪核心素养——实现潜能》，对高中生应该掌握的核心素养进行了详细的描述，包括以下方面：交流、数字、运用 信息技术、与他人合作、改善自我与自作、解决问题的技能. 2008 年澳大利亚制定了《墨尔本宣言》，明确提出了七大素养：读写素养、数学素养、信息沟通素养、批评和创造思维素养、个人和社会素养、道德伦理素养、跨文化理解素养. 我国对核心素养的研究相对较晚，2014年教育部正式提出"核心素养"，从此开始了"核心素养"的爆发式研究，2016 年北京师范大学发布《中国学生发展核心素养》，标志着中国版的核心素养正式出炉，2017年教育部发布的《普通高中数学课程标准》把数学核心素养定义为 6 大素养，即数学抽象、逻辑推理、数学建模、数学运算、直观想象和数据分析[3].

为落实学生的核心素养的培养，2017 年教育部发布的《普通高中数学课程标准》指出：四基（基本知识、技能、思想、经验）是形成学生核心素养的重要载体，通过基本知识，掌握基本技能，形成数学思想，积累活动经验，从而发展学生的核心素养. 在一定的数学情景中，让学生发现、提出问题，进而分析解决问题，提高学生解决现实社会问题的能力. 学生要学会用数学的眼光观察世界，然后数学化的思考，最终通过一定的数学语言表达出来[4]. 用框图表示为如下图 2-1-1 关系：

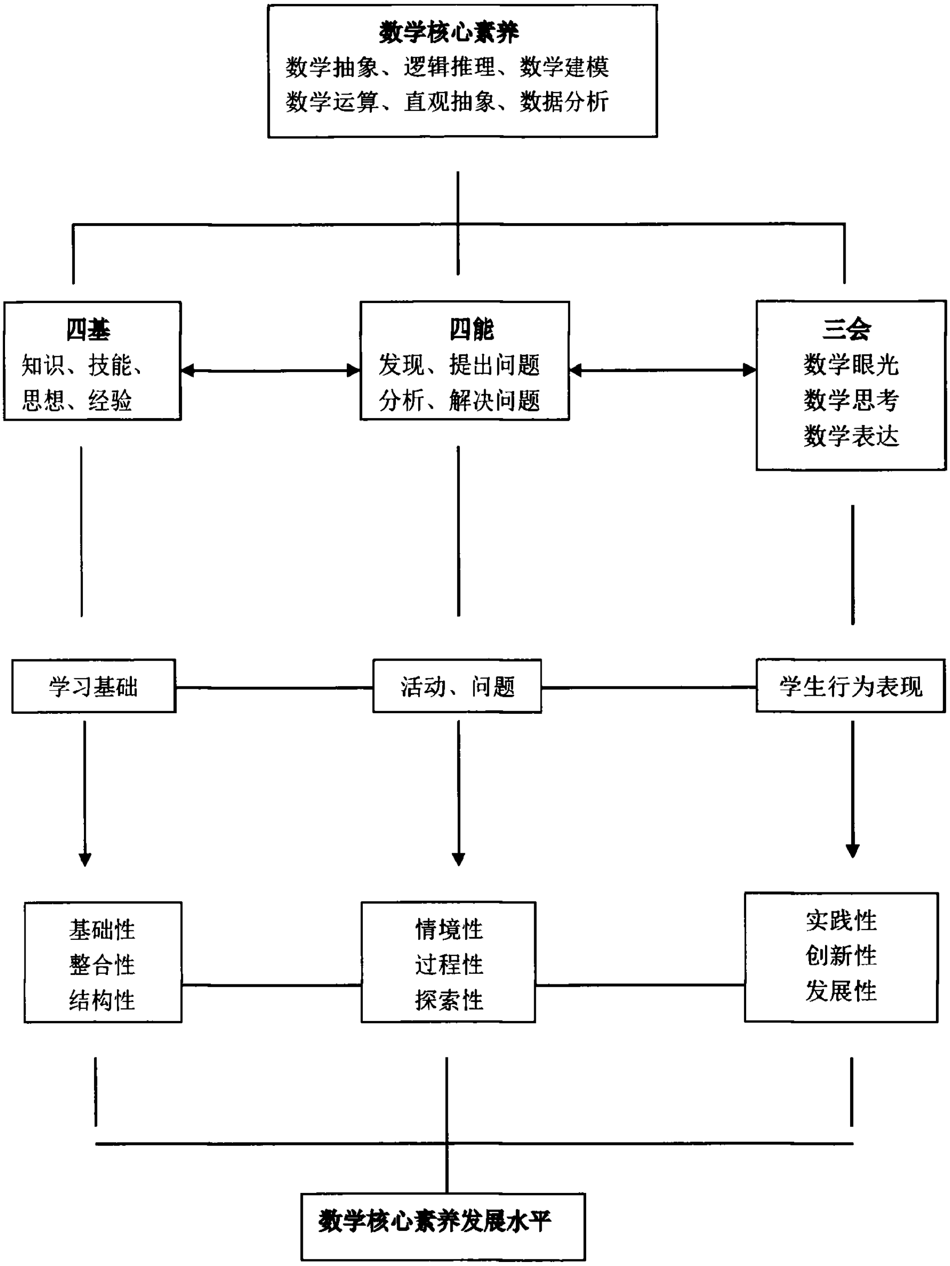

图 2-1-1 核心素养发展水平

笔者在知网上搜索"数学核心素养"，共检索到2142篇期刊论文，378篇硕博士论文. 主要集中在三个方面：一是对数学核心素养的内涵的挖掘以及核心素养体系的理论研究，如核心素养背景下运算素养的研究、高中数学核心素养的内涵及教育价值研究等；二是核心素养背景下课堂教学的研究，如单元教学设计研究、课堂教学评价研究、数学概念教学研究等；三是核心素养背景下高中专题知识的研究，如对数列的研究、立体几何的研究、概率统计的研究等. 并且这些期刊论文主要集中于最近4年，尤其以2021年居多！

2.2 高三二轮复习的综述

高三复习一般定义为三轮，一轮是将高中知识全面过一遍的打基础时期，二轮是知识综合应用的能力提升时期，三轮是模拟仿真练习适应高考时期. 但也有学校只有一轮和二轮，将模拟仿真练习贯穿在平时. 所以高三二轮复习是指在高三第一轮结束后开始的重新一轮复习，具体起止时间并没有统一的定义，各个时期、各个学校根据学生基础、学生情况、学校的备考策略等略有不同. 但由于近年来在高三上学期都会组织市级的期末统考，多数学校会调整一轮复习时间，要求在高三上学期完成一轮复习. 同时在四月底又会组织第二次的统考，这个时间基本被认为是二轮复习的结束时间. 所以在现阶段下，高三二轮复习可以认为是从高三上学期期末考试结束到高三下学期第二次市模拟统考结束，具体时间为1月中旬到4月底. 二轮复习是将一轮复习的基础知识融会贯通、综合应用，形成知识网络，构建知识点之间的横向联系，并将知识上升到方法，进而形成数学思想，提升学生的综合素养.

高三数学二轮复习经过一代一代高三教师的研究得到了很多的研究成果，复习策略也比较成熟. 笔者在中国知网搜素"高三数学二轮". 一共检索到 660 篇文献，其中72篇硕博士论文. 从1996年到2021年都有，时间跨度比较大，但主要在最近10年. 研究内容大致有以下四个方面：一是高三复习的经验体会，如复习心得、高三复习的思考与建议、高三复习的实践体会、高三二轮复习的常见误区及应对策略等；二是课堂教学研究，如高三有效复习的教学策略研究、试卷讲评课的实践研究、高三二轮复习中的微专题教学设计的实践研究等；三是高三复习的内容研究，如函数研究、解三角形的研究；四是课后练习研究，如高三复习的选题策略、高三练习的有效性研究等.

笔者又在中国知网搜素"核心素养高三数学二轮". 一共检索到 90 篇文献，其中20篇硕博士论文，主要集中于最近3年. 经过比较分析发现主要有一下代表性成果：

张心心的《高三数学复习课教学策略的实践研究》建议针对主动学习不强设计的自主导学策略，针对缺少多解设计的探索迁移策略，针对概括梳理不够设计的交流归纳策略，针对缺少错题反思设计的自诊反思策略，从而提高高三复习课效率[5].

李青《高三数学有效复习的教学策略研究》中提到注重学生知识网络的构建、注重数学思想方法的指导、重视课后作业、注重学法指导来提升高三的复习策略[6].

王真的《基于数学核心素养的高三复习策略研究》通过情感激励，调动学生的学习积极性、思维导图，构建知识体系、变式教学，拓展数学思、分层教学，关注学生差异来提升高三复习效果[7].

从上述综述来看，目前的研究更多的是将核心素养和高三复习的单独研究，并没有将二者有效的结合起来，尤其没有聚焦到核心素养下高三二轮复习的研究，加之课程改革需求、高考考查的变化、以及目前一线师生在高三二轮复习中出现的问题，有必要对核心素养下高三二轮复习的深入研究与实践.

因此，在上述研究基础上，本文力图解决以下问题

（1）通过访谈及问卷，调查核心素养下高三数学二轮复习的现状，寻找教师教学过程与学生学习过程中的问题；

（2）通过案例及经验总结，开展高三数学二轮复习教学策略的实践探究；

（3）应用问卷调查获取数据，通过数据分析，检验上述实践探究是否有效.

3.理论基础及研究设计

由于高三的特殊性，高效的高三的教学活动更应该满足教育应有的规律，所以高三数学二轮复习课堂教学策略必须符合基本的教育基础理论，理解这些教育理论是一切实践探究的根本，本文对应用到的基础理论作简要概况. 同时在基础理论的基础上，设计出核心素养下高三数学二轮复习的教学策略的实践研究路线.

3.1 理论基础

3.1.1 认知主义学习理论

认知主义理论认为学习是学习者主动在头脑内部构造认知结构，通过顿悟与理解获得知识[8]. 学习者从环境中获取信息，将信息编码为能理解、有意义的知识，从而进入长时记忆. 为更好的理解知识，认知理论强调掌握学科的基本结构，即基本概念、原理、规律（三基）. 所以在高三二轮复习教学过程中可以做立足于题型的微专题，学习基本概念公式的应用；立足于思想的微专题，学习解决数学的基本思想与素养. 认知主义在教学过程中主张教学可以采取提供线索以引起记忆恢复的形式，这对高三的复习课有重要指导意义，二轮复习中教师应尽量减少知识的再现，应提供线索或问题唤醒学生的记忆. 教师也可以采用学案导学的教学策略，通过一些基本的问题回忆起高一高二学习过的基本知识，然后在课堂上加以深化提升.

同时，认知主义认为学习是顿悟的过程，所以在高三二轮复习学习过程中，应加强错题的反思总结，引导学生做好错题本并进行归类，通过反复琢磨、顿悟而获得理解. 在此过程中应关注思维的通性通法、总结常规解法，把握好学科的基本结构.

3.1.2 建构主义学习理论

建构主义认为，学习者会在原有认知结构基础上，将外部环境中的有关信息吸收进来整合到已有的知识结构中，即同化；当所接触到的信息与已有的知识结构产生冲突时，学习者会将已有的认知结构进行重组和改造，即顺应.学习者通过同化扩充延伸原有的认知结构，通过顺应调整改组原有的认知结构，从而形成新的认知结构.强调应把学习者原有的知识经验作为新知识的增长点，引导学习者从原有的知识经验中生长出新的知识经验.

所以在高三二轮复习教学中可以在学生已有的知识基础上，做一题多变的变式教学，让学生在新旧知识对比中，既有知识的延伸，又有认知结构的冲突，让学生通过同化和顺应建立起自己的知识结构获得新知识. 构建出新的知识网络[9].

3.1.3 人本主义学习理论

人本主义认为人类具有天生的学习愿望和潜能，当学生了解到学习内容与自身需要相关时，学习的积极性最容易激发. 所以在高三二轮复习学习中，必须让学生意识到学习是自身的需要，调动学生的主观能动性，以积极的心态投入到复习中. 三十六计，攻心为上. 解决学生内心中学习的障碍，必能最有效的提高复习效果. 培养学生自觉的学习习惯，实现真正有意义的学习.

而在教学过程中，人本主义强调"以学为中心"，让学生成为学习的真正主体，在高三二轮复习过程中，应实施一题多解的教学策略，学生之间多交流展示，发挥每一个学生的思考价值，满足学生自我实现的需求.同时在练习讲评中，放手学生展示讲解，落实学生为学习的主体，让学生产生思维碰撞的火花，达到拓展学生思维、提高学生素养的的目的.

3.1.4 学习金字塔理论

通过实验发现，不同的学习方式 24 小时后获得记忆的留存率存在差异，如下图 3-1-1 所示，从上往下，不同的学习方式的平均保持率原来越高，像一个金字塔，其中讲授、阅读、视听结合、示范称为被动学习，平均保存率都在一半一下；而讨论、实践练习、向他人教授或立即应用称为主动学习，其平均留存率都不低于一半，尤其是向他人教授达到了 90%[10]. 所以在高三二轮复习教学过程中，教师可应用以学生展示为主的练习讲解策略，通过学生讲授，提高学习效率，如图 3-1-1.

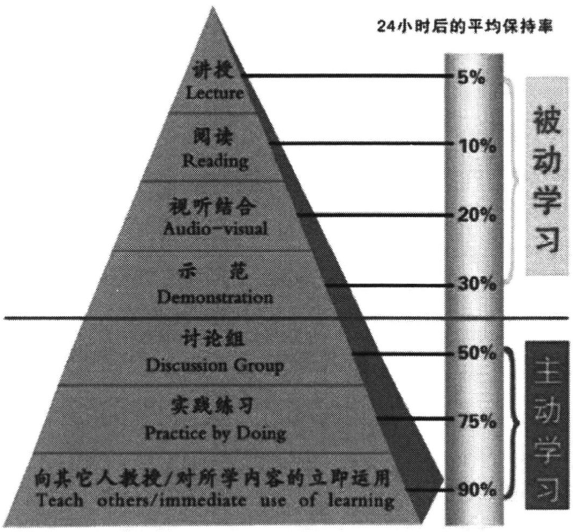

图 3-1-1 学习金字塔理论

上述的学习金字塔理论启示教师在课堂上应采用多种教学方式，除了讲授、示范等被动学习策略，更应该讨论、实践、向他人讲授等主动学习策略.因此在高三二轮数学复习过程中，应该开展一题多解、一题多变等讨论交流，在习题讲评课中，让学生讲给学生等向他人讲授的教学方式.

3.2 研究设计

3.2.1 研究内容

（1）通过访谈及问卷，调查核心素养下高三数学二轮复习的现状，寻找教师教学过程与学生学习过程中的问题；

（2）通过案例及经验总结，开展高三数学二轮复习教学策略的实践探究；

（3）通过数据分析，检验上述实践探究是否有效.

3.2.2 研究方法

文献研究法：笔者利用知网等数据库积极查找论文，搜集相关文献，整理归纳现有研究结果，并进行学习，找到自己研究的空间，进而提出核心素养下高三数学二轮复习教学的实证研究.

访谈法：为了解新课程标准下高考改革对教学的要求，了解高三数学二轮复习教学的问题，笔者对工作所在区对 30 为教师进行了访谈，并对结果归纳整理，得出二轮复习教学中的问题.

问卷调查法：为了更全面了解核心素养下学生对高三二轮复习课堂的要求，以及学生自己在数学二轮复习中遇到的问题，开展了学情调查. 同时为了检验高三数学二轮复习课堂的实践探究的效果，对学生开展课堂满意度和数学学习兴趣调查问卷.

实验研究法：为了检验核心素养下高三数学二轮复习教学策略的实践探究的成效，开展实验研究.通过设立恰当的调查问卷，调查实验班和对照班的问卷得分，检验问卷的信度和效度，通过独立性检验判断问卷得分是否有显著性差异，以此得出高三数学二轮复习教学策略的实践探究是否有效的结论.

案例辅助法：根据相关的学习理论、课程及高考改革要求，探究实践高三数学二轮课堂的教学方法，设计具体的教学案例. 并不断探索交流完善，最终得到共性的教学方法.

经验总结法：笔者最近连续四年都担任高三教学任务，并经历了新旧课程改革、高考改革的过渡，了解到很多改革要求，同时笔者自己也乐于探索新的高效的教学方法，总结教学中出现的各种问题，深入分析、整理，逐步形成成果，不断推进论文的深化.

3.2.3 研究过程

本研究主要包含以下四个阶段：

第一阶段：首先，对学习理论，教学理论等资料进行阅读，了解基本理论，开阔视野，为课题研究提供重要依据；同时重点研究《普通高中数学课程标准》、《普通高中数学课程标准解读》、《中国高考评价体系》、《中国高考评价体系的说明》等课程改革指导书籍，为教学探究提供方向；最后查找文献，分析与课题研究相关的知识内容，找到自己的研究定位.

第二阶段：开展问卷研究及访谈，深入研究教情与学情，分析现阶段教师教学和学生学习的特点，发现核心素养下高三数学二轮复习的教与学的问题，将问题细化为一个个小问题，思考解决这些问题的方案. 同时为后期效果检验的要求，做好实验班和对照班对数学课堂的满意度调查和数学学习兴趣的问卷调查的前测，整理保存好数据.

第三阶段：通过上述教情与学情的定位，基于学习理论和课改方向，在高三二轮复习时，探索实践适合核心素养下的高三数学二轮复习的教学方案，不断优化调整，从而探索出高效的复习教学方法.

第四阶段：在上述教学实践的基础上，在高三二轮复习结束时开展实验班和对照班对数学课堂的满意度调查和数学学习兴趣的问卷调查，以此检验高三数学二轮复习教学的探索是否获得学生的认可，并提升学生学习数学的热情. 再通过二轮复习前的市统一的期末考试和二轮复习结束时的市统一的第二次模拟考试成绩对比，检验教学实践是否提升了学生的核心素养.

3.2.4 研究流程

根据上述实验过程，设计出如下研究流程图 3-2-1.

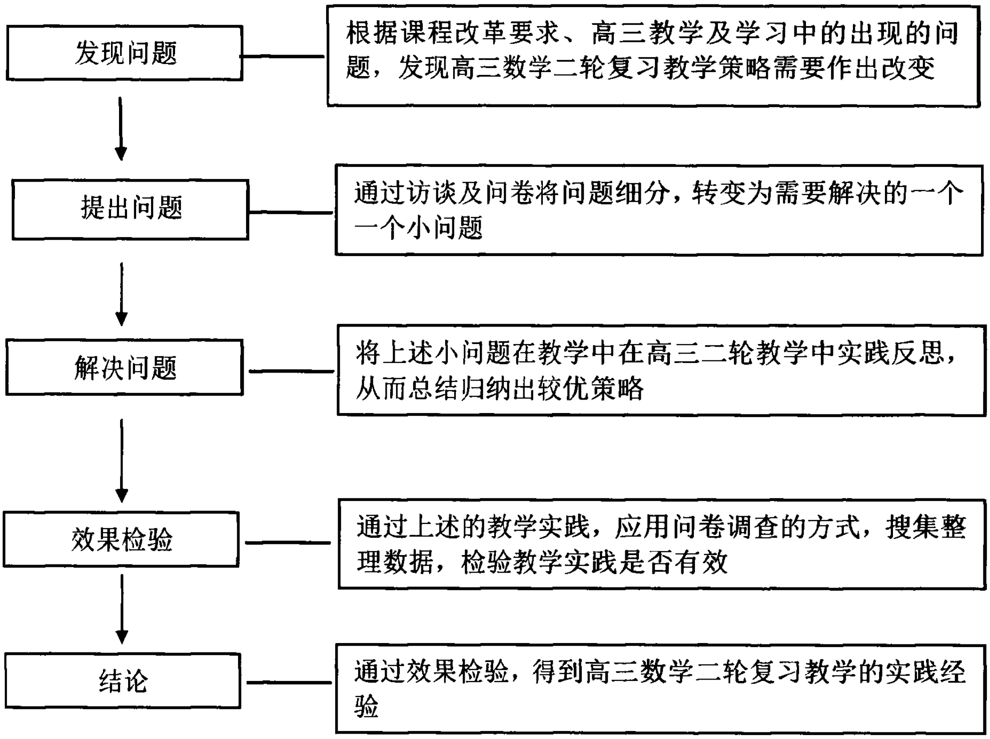
发现问题
根据课程改革要求、高三教学及学习中的出现的问题，发现高三数学二轮复习教学策略需要作出改变
提出问题
通过访谈及问卷将问题细分，转变为需要解决的一个一个小问题
解决问题
将上述小问题在教学中在高三二轮教学中实践反思，从而总结归纳出较优策略
效果检验
通过上述的教学实践，应用问卷调查的方式，搜集整理数据，检验教学实践是否有效
结论
通过效果检验，得到高三数学二轮复习教学的实践经验

图 3-2-1 研究流程图

4.高三数学二轮复习的现状与目标

有了基础理论及研究设计，还应了解学情. 学情是一切教学的出发点，所有教学措施的落地生根都要结合学情，只有了解学情才能找到问题的根本，从而对症下药. 同时结合高三数学二轮复习的目标，调整高三数学二轮复习的课堂教学，将教学目标和学生情况很好的结合起来，从而提高复习效率.

4.1 高三数学二轮复习的现状

4.1.1 学生问卷调查结果

多年高三教学的便利，让笔者充分接触到了学生，能接收到学生反馈到的教与学的各种问题，同时结合问卷调查，将学生反馈到的高三二轮复习的问题总结如下.

问题一：二轮复习教师教学方法单一，课堂枯燥. 多数学生反映教师还是以讲授灌输为主，较少采用形式多样的教学策略. 确实数学本身的抽象性决定了课堂的趣味性不强，但作为数学人也应积极想办法力图增强数学课堂的吸引力，通过课堂增强学生学习数学的兴趣，从而达到增强学生自主钻研的目的！

问题二：课堂以教师为中心，很少给学生展示的机会. 高三复习确实时间紧、任务重，但是我们要明确目标，那就是提升学生的能力，一切不以提升学生素养为目标的抢时间、赶课都是徒劳的，甚至是缘木求鱼，适得其反. 但恰恰学生经过高三一轮复习已经掌握了基础知识，学生有一定的能力，这时我们更应该为学生搭好脚手架，给他们创造表现的机会！

问题三：想不到解题的方法. 学生遇到难题时最困难的就是无从下手，或者一个方法失败了就不知道如何处理了. 听老师讲解或者研究答案后又恍然大悟，原来这样啊！但是部分学生经常只追求解题的方法，不追究为什么这么做？又是怎么想到的？知其然不知其所以然，没有深入理解到知识的本质，对题目追问反思不够.

问题四：习题讲评课效率不高. 二轮复习课堂尤其是习题讲评课存在效率不高的现象. 对于优生来说，老师讲的我已经会了，听吧，似乎浪费时间；而对于学困生来讲，一轮复习已经比较困难了，增加难度的二轮复习上课多数听不懂，被动处于一种放弃的状态，白白浪费了课堂宝贵的时间. 因此出现了部分同学不去参与课堂，按照自己的复习步骤实施复习. 但毕竟学生没有经历过高考，也没有研究透高考，所以高考的重点在哪里他们并不清楚，所以按照自己的想法复习很有可能走了弯路而不自知.

问题五：学生自主钻研意识薄弱. 新时代的学生在家父母帮，在校教师帮，习惯了被“喂着吃”，渐渐失去了自己钻研问题能力，钻研意识也相对薄弱. 而二轮是

能力的关键提升点，缺乏这种能力就会呈现学习中的“高原现象”，自身的素养得不到提升.

4.1.2 教师访谈结果

笔者经历过多轮高三以及最近连续4年的高三教学，不仅与本校的高三教师交流数学二轮复习情况，更通过区教研活动平台，开展其他学校教师的访谈，共访谈30位教师，同时结合自己的教研经历，将二轮教学中出现的问题总结如下：

问题一：二轮时间的安排不合理，有些老师一轮复习过于追求全面、或者教学太深，导致进度太慢，也有老师急于模拟演练，直接跨过二轮直接三轮复习，导致学生失去了二轮加深、综合的机会，很难把一轮的点状知识直接应用的三轮的模拟演练中去. 实际上，高三一轮复习是奠定复习基础，而不是复习所有内容，一些对其他知识影响不大、相对困难、综合较高、课本外需要补充的知识可以放到二轮，这样不仅可以合理安排进度，还可以让学习这些知识时，综合应用其他知识.

问题二：二轮教学内容的选择不聚焦，部分老师对高考改革、高考试题研究不够，没有自己的题库、资源库，缺乏对二轮的宏观思索与把控，导致二轮复习无法挑选一些经典的专题与学生一起深挖、钻研，二轮复习受制于资料书、平时的练习，东一榔头西一棒，导致学生没有形成系统的知识体系，学习泛化，没有深度学习，这样的二轮也很难提高学生的能力.

问题三：二轮复习变成习题讲解课，没有提升学生素养. 部分老师不太注重教研，拿着二轮复习资料照本宣科，没有自己的加工. 直接让学生课前做好练习，课堂讲解题目，将二轮复习课活生生变成习题讲解课，不仅课堂枯燥无味，听课者寥寥无几，并且学生只是立足于解决题目，没有将解决题目的方法形成数学思想，导致大脑中装了千万种方法，但面对具体的题目，似曾相识，大脑却又一篇空白，或者题目一灵活变化，学生就束手无策，没有一种方法适配，因为老师没有教过！

问题四：二轮变成一轮的精简版，部分老师习惯了一轮知识点——例题——方法——练习的教学模式，再加上对二轮复习的定位与作用认识不深，二轮复习时继续采用一轮复习的策略，将二轮变成压缩精简版的一轮，这样的课堂就变成了知识点的简单重复，没有知识的交叉综合应用，没有学生的深入研究，这样的二轮也必然导致学生能力不够、素养不强.

问题五：学生学习不深入. 部分学生没有感受到一轮到二轮复习的变化，二轮复习没有转向深入学习，还是和一轮一样单个知识点的孤立学习，甚至还沉迷于解决一轮复习的简单基础题，遇到稍复杂的综合题产生畏惧情绪和排斥心理，出现了简单重复的现象. 同时对题目的研究反思不够，一题多解、多题归一、题目变式等

思考较少，仅仅满足于做出这个题目，导致学习研究不足，二轮的学习成绩不升反降，从而又导致一些心理上的焦躁，使二轮复习收效甚微.

4.2 高三数学二轮复习目标

明确了二轮复习的现状，还要必须清楚二轮复习的目标和定位，通过二轮复习希望达到四大目的:

一是巩固，巩固一轮复习获得的基本知识、技能、方法，同时对重难点进行提炼和把握. 使模糊的板块知识更清楚，杂乱的方法梳理好. 使基本知识的理解更到位，基本技能灵活使用，基本方法熟练把握. 真正遇到问题时提取知识更加方便.

二是完善，完善一轮复习中因各种原因导致的知识漏洞，查漏补缺，让每一位学生的知识形成一个密集的大网，进一步完善知识方法体系，确保基本知识基本方法的扎实和牢不可破.

三是综合，将基础知识综合应用到一个题目情境中，增强知识点之间的链接，将一轮复习的基础知识融会贯通，形成知识网络，构建知识点之间的横向联系，增强题目的综合和灵活性，获得解决问题的基本经验.

四是提高，进一步培养和提高学生的阅读能力、分析能力、解决问题的能力，并将知识上升到方法，进而形成数学思想. 同时也要学会如何钻研问题，增强学生的学习能力，最终提升学生的综合素养.

5.高三数学二轮教学策略的实践

为了能够更好的开展教学实践探究，必须提前为高三二轮复习工作做好准备，只有准备工作做好了，基础打牢了，才能建立起结实的高楼大厦. 与之前的高考复习方案相比，在核心素养的背景下，教师必须组好以下准备和改变：

首先是观念的改变，如果将一轮复习比作是手把手的教学生走路，二轮复习必须是让学生自己跑起来，教师需要告诉学生如何跑，怎样才能跑得快. 所有的教学要“以学生为中心”，懂得放手、舍得放手、能够放手. 教学中不仅要教给学生知识，更要在课堂上带领学生展开研究，在潜移默化中教会学生学习的方法. 让学生在自己的深入钻研中重构知识大厦，提高自己的能力！

其次教师要作好研究，不仅要研究课程改革、高考评价，也要研究高考试题. 将自己放在所教学生的水平上来模拟限时做完，然后评估学生的答题情况，思考高考试题是如何考查学生的能力素养的. 分析哪些题目是考查学生的基础知识，哪些题目考查学生的综合应用能力，哪些题目考查学生的解决实际问题的应用能力，哪些题目考查学生的创新能力. 然后具体研究题目的解法，一题多解，多题归一，解决问题的数学核心思想，以及思考如何组织教学. 通过这样的研究，明白高考考查的目标，反思自己的教学，优化教学过程！

再次，建立自己的题库. 学生核心素养的考查必然是以情景为载体的，而一些经典的数学情景是提升学生能力的良好素材，所以建立自己的题库就尤其重要. 虽然现在各种网络上都有很多题库，比如学科网. 但是这些题目针对所有的学生，并不符合本校的学情. 通过平时的练习、测试等发现学生的薄弱点、易错点、难点，甚至难度、得分率等. 将这些经典的题目及数据收集起来，一方面可以将错题重做，另一方面也可以放到自己的题库中，为下一轮高三的备考提供素材. 通过多年的教学比较发现：一些经典的题目，它可能一直经典，我们可以继承传统，继续沿用. 但是社会在发展，对数学的要求也在变化，高考的热点也在转移，对于学生的素养也不同. 不同时代对能力的发展也有不同，我们也可以通过一年一年的题目的收集积累，改变题库的内容，符合时代发展、高考改革的要求，确保题目及时更新换代. 这样以他上之石，攻我山之玉，厚积方能薄发，为自己的二轮教学策略的实施作好素材准备！

最后，作好高三数学一轮复习的落实与安排. 核心素养下的高三复习，要以素养作为培养目标，所以高三二轮复习的时间要得到保证. 这样必须落实好一轮复习的时间安排，确保在高三第一学期完成一轮复习. 同时素养的提升建立在基本知识

与基本方法之上，高三一轮复习必须要打好牢固的基础.

有了上述准备，再结合二轮复习调查的现状与目标，笔者从这些问题出发，不断探索教学方式，实践研究，针对不同的问题实施不同的教学策略. 如对于二轮复习内容选择困难、不聚焦的问题，采用题型微专题教学策略，专攻某一些难点问题；对于想不到题目解法，采用思想微专题教学策略，专门凝练思想，抓住问题的根本. 对学生学习不够深入、不会自主钻研，采用一题多变的思维发散教学策略，引导学生探讨研究；对于学生思维不够灵活，采用一题多解的思维拓展的教学策略，学生多角度思考问题，培养思维的灵活性；对于二轮中习题讲评课中效率不高的情况开展学生自主展示的互学互助策略等.

5.1 微专题的深度学习策略

微专题的深度学习策略是指针对某一具体知识点、某种数学思想方法或者一个研究主题等从该知识的基本概念、原理、规律入手，构建知识结构，整合并运用基本概念和原理解决实际问题的一种小入口的教学策略. 其包含的内容适中，知识间关联密切，可以让学生在学习基础知识的同时，帮助学生形成良好的认知结构，灵活应用知识，提升解决问题的能力. 目的是引导学生学习走向深入，将知识、方法、思想进行深度加工[11].

课堂教学中采用微专题的深度学习策略为学生自主进行深入研究起到了榜样示范的作用，引导学生自主钻研的意识. 学生学习时也可以抓住某一个方面进行专题深入研究，从而极大的提高二轮复习的深度，提高二轮学习效率. 同时，高三二轮复习作为一轮的强化与提升，微专题可丰富课堂形式，提高课堂的趣味性，增加学生对课堂的满意度，提高学生的学习兴趣，使学生乐学、善学.

高考改革要求考查学生的"四基"，即基本知识、基本方法、基本思想、基本活动经验. 我们可以在基本知识、基本思想处设置恰当的微专题来提升[12]. 在学生知识的漏洞处、薄弱处选择立足于知识的微专题，来研究考试热点、突破难点；在凝练解题方法、巩固数学思想处选择立足于思想方法的微专题，来高屋建瓴的把握学科基本思想、突破解题思路.

当然，微专题的选择要根据学生的学习情况、测试情况以及教学情况. 所以教师一定要了解学生情况，同时研究高考考点，聚焦于学生的能力，设置恰当的微专题. 通过微专题的低起点、深研究，方法聚焦综合应用各种知识，带动章节知识的综合应用，从而提升学生的核心素养.

5.1.1 立足于题型的微专题

高三一轮复习时以基本知识、基本方法为主，并且由于一些题型涉及到各方面综合的知识，在高三一轮复习时学生掌握比较困难，所以在一些综合题型处设置微专题突破显得尤为重要. 笔者经过多年的高三探索，结合传统的教学经验，本校的学情，各板块复习时建议设置以下表 5-1-1 代表性的微专题：

表 5-1-1 微专题

数列	数列求通项
	数列求和
	以等差等比数列为基础的分类讨论、求和新题型
三角	三角函数中含参问题
	正余弦函数合成后的函数的性质的综合
	复杂解三角形及方程思想
	解三角形中的最值(范围)问题
立体几何	外接球问题
	截面问题
	体积表面积的最值问题
	几何体中动态及翻折问题
	向量法中难点突破（建系难、含参计算等）
解析几何	圆锥曲线的定义与求离心率
	定点定值问题
	点变量及角度处理
	解析几何中常见条件的坐标化
	优化运算技巧
概率统计	二项分布与正态分布列
	利润决策类建模问题
	比赛闯关类应用问题
	产品、血样类检测问题
	纳税、保险、赌博等模型
函数与导数	函数性质的综合应用
	比较大小

	零点及恒成立问题
	隐零点问题
	单变量、双变量的处理策略

利用立足于题型的微专题，通过不同微专题的深度学习，在夯实学生的基本知识、基本方法的同时，提升学生不同的素养.如三角中的微专题主要培养学生逻辑推理、数学运算、直观想象的素养，立体几何中的微专题主要培养学生逻辑推理、直观想象的素养，概率统计中的微专题主要培养学生数据分析、数学建模的素养等.

这里笔者呈现一节高三二轮复习微专题深度学习策略的一个教学简案. 最近几年高考经常以几何体的截面问题为载体考查学生直观想象的核心素养，但恰恰学生学完立体几何后空间想象不强，作截面能力薄弱，所以笔者二轮复习时设置了以正方体为载体的截面问题的微专题，借此对截面问题进行专题钻研、深度挖掘，以此整合立体几何的综合知识，培养学生的空间想象能力.

截面问题的教学案例

一、教学目标

1.掌握两种作截面的方法：平行线法和延长线法以及正方体常见的截面；

2.综合应用平行、垂直关系等立体几何知识解决与截面有关的截面问题；

3.以截面问题为载体培养学生空间想象、逻辑推理核心素养.

二、教学重难点

1.教学重点：平行线法和延长线法作截面

2.教学难点：延长线法作截面

三、教学过程

例 1.如图 5-1-1 所示的一块木料中，棱 BC 平行于面 $A'C'$.

（1）要经过面 $A'C'$ 内一点 P 和棱 BC 将木料锯开，应怎样画线？

（2）所画得线与平面 AC 是什么位置关系？[13]

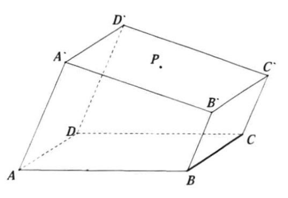

图 5-1-1 木料图

设计意图：通过教材中的例题，让学生明白平行线法作截面的基本原理，即平行的性质，也学习如何通过平行线法延展平面，同时也提醒学生回归教材.

例 2. 如图 5-1-2，若 $\alpha\cap\beta=l$， $A,B\in\alpha$ ， $C\in\beta$ ，试画出平面 ABC 与平面 α,β 的交线.

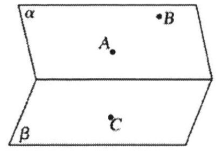

图 5-1-2 两相交平面

分析：如图 5-1-2，要想作出交线，由公理 3，就要寻找两个平面的两个公共点，故面 ABC 与平面 α 的交线就是 AB，而面 ABC 与平面 β 的一个公共点易知是 C，再寻找另一个公共点，通过延长直线 AB 与平面 β 交于 D 点，则 CD 就是交线. 注意：这里重点体会为什么要延长 AB 而不是其他直线.

设计意图：通过一个简单的背景，让学生调动起所学的立体几何公理 3 的知识，得到延长线法延展平面的方法，让学生深刻理解到延长线法作交线的基本原理.

例 3.如图 5-1-3，已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1， P 为 BC 的中点，过点 A， P， C_1 的平面截正方体所得的截面为 M，则截面 M 的面积为___.

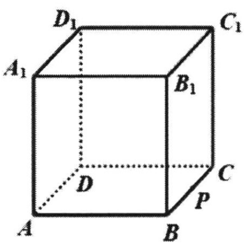

图 5-1-3 正方体

分析：通过过 C_1 点作平行线的方式延展平面从而找到交线，得到截面图形，且由面面平行的性质易知，截面为平行四边形且邻边相等，故为菱形，则截面面积易求.

设计意图：通过平行线法解决截面问题.

例 4.如图 5-1-4，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， M ， N 分别是 A_1D_1 和 C_1D_1 的中点，试作出过 B、 M、 N 的截面，你能确定其他交点的位置吗？

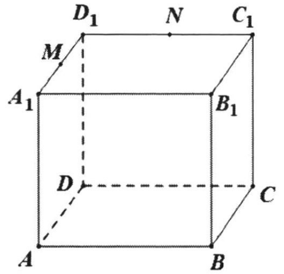

图 5-1-4 正方体

分析：方法 1：延长线法. 如上图 5-1-5，延长 MN 交 A_1D_1 和 C_1D_1 于 G 、 H ，易得截面. 方法 2：平行线法，过点 B 作 MN 的平行线交 AD 、 CD 于 I 、 K ，再连接相应的点就可以得到截面，再由相似可知， E 、F 都为三等分点.

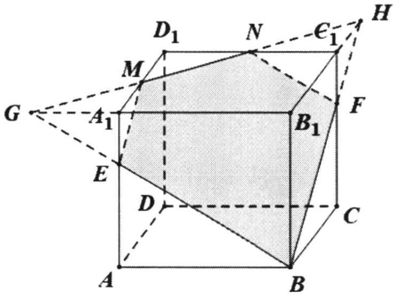

图 5-1-5 正方体

设计意图：通过正方体中具体的题目，一题多解，让学生体会对比两种方法，从而选择适合自己的方法.

例 5.如图 5-1-6 中各点都是正方体的顶点或棱的中点，自己设计一个作截面的题目，并和同桌交换解答.

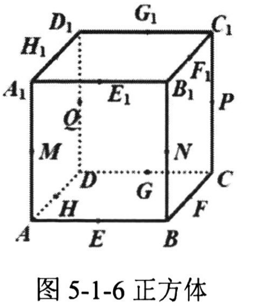

图 5-1-6 正方体

设计意图：通过让学生自己设计题目，以出题者的视角来看题目.

例6.如图5-1-7，正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为1，P为BC的中点，Q为线段CC_1上的动点，过点A，P，Q的平面截该正方体所得的截面记为S.则下列命题正确的是________

①当$0<CQ<\frac{1}{2}$时，S为四边形；

②当$CQ=\frac{1}{2}$时，S为等腰梯形；

③当$CQ=\frac{3}{4}$时，S与C_1D_1的交点R满足$C_1R=\frac{1}{3}$；

④当$\frac{3}{4}<CQ<1$时，S为六边形；

⑤当$CQ=1$时，S的面积为$\frac{\sqrt{6}}{2}$.

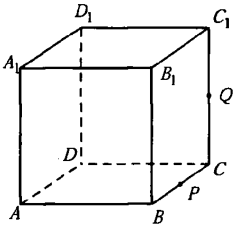

图5-1-7 正方体

分析：综合各种方法作出正方体的截面，由截面即可得到结果

设计意图：本题是一个动态截面问题，是一个比较综合的题目，检验学生截面的掌握情况，供基础较好的学生思考解决，部分有困难的学生，也可以课后再研究.

课后拓展：用一个平面截正方体，得到的截面可能是哪些图形？不可能是哪些图形？周长最大的截面是什么？面积最大的截面又是什么？

设计意图：供对此类题型有兴趣的同学研究.

本节小结：如何做一个正方体的截面？你有哪些方法？

设计意图：让学生对本节课内容进行归纳.

通过开展立足于题型的微专题，给学生提供了一个综合应用所学知识的平台，巩固了基本的知识结构，同时通过对一类题型的深入研究，掌握了解决这类问题的基本方法，提升了学生研究问题的意识！

5.1.2 立足于思想的微专题

进入到高三二轮复习，很多同学感觉数学学了很多知识，很多方法，但面对具

体的题目时，一时又想不到解法，就像水壶里煮饺子，肚里有倒不出，一看参考答案又恍如大悟，这个我会呀！究其原因就是没有掌握数学思想方法，数学的学习就是将书先读厚再读薄的过程，读厚就是掌握基本知识和解题方法技巧，读薄就是在许许多多的方法中抽象出普适的、一般性的方法，也即数学思想，这样就做到了多题归一的效果，从而站在更高的角度看问题，对解题形成降维打击. 有了数学思想的引领，不仅数学的内容变少了，解题思路也能很快想到. 实现数学知识——解题方法——数学思想——核心素养的递进转变. 其中数学思想发挥了由知识方法过渡到能力的桥梁作用，真正做到落实核心素养！

在二轮复习的中后期，为了更加深入的理解数学思想，将整个高中的数学知识融会贯通，提高学生的核心素养，进行立足于思想的微专题教学显得尤为重要. 常见的数学思想方法有函数与方程思想、化归与转化思想、数形结合思想、特殊与一般思想、分类讨论思想、数学建模思想等[14]，笔者以数学结合思想专题为例呈现.

数形结合的思想是高考的常客，选择或填空等题中常有一个考查数形结合思想的题目，用数形结合的思想可以使小题小做、小题快做，节约做题时间. 数形结合的思想主要包括两方面：一是将几何条件代数化，通过代数运算得到代数结果，再将结果翻译为几何信息，如坐标法；二是将代数条件几何化，寻找代数式的几何意义，通过几何图形得到几何结果，在转化为代数信息. 这里展示一个数形结合的教学案例[15].

数形结合思想的教学案例

一、教学目标：

1.学会用数形结合的方法解决数学问题，归纳常见的数形结合的应用场景.

2.通过具体实例让学生感受到数形结合的价值，体会数形结合的数学思想方法.

3.通过数学结合思想的教学，培养学生直观想象的核心素养.

二、教学重难点：

如何实现代数问题和几何问题的相互转化

三、教学过程：

例 1.若点 A,B 分别是函数 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 的图像上的点，且线段 AB 的中点恰好为原点 O，则称 A,B 为两函数的一对“孪生点”，若 $f(x)=\lg|x|$，$g(x)=2^x$，则这两个函数的“孪生点”共有（　　）

A. 1对　　B. 2对　　C. 3对　　D. 4对

分析：根据题意：由“孪生点”，可知，欲求 $f(x)$ 的“孪生点”，只须作出函数 $g(x)=2^x$，的图象关于原点对称的图象，看它与函数 $f(x)=\lg|x|$ 的交点个数即可．通过图象可得：它们的交点对数是：2．即两函数的“孪生点”有：2 对．故答案选 B．

设计意图：本例将解方程转化为图像交点问题，通过将代数问题几何化快速解决问题，让学生感受到数形结合的威力．

反思总结：①函数的零点、函数图像与 x 轴的交点、方程的根、两函数图像的交点问题可以相互转化．

②通常可将函数的零点、方程的根转化为函数图像与 x 轴的交点、两函数图像的交点实现由数到形的转化．

例 2.已知实数 x，y 满足方程 $x^2+y^2-4x+1=0$

(1)求 $\frac{y}{x}$ 的最大值和最小值；

(2)求 $y-x$ 的最大值和最小值；

(3)求 x^2+y^2 的最大值和最小值．

分析：（1）方程 $x^2+y^2-4x+1=0$ 表示圆，$P(x,y)$ 表示圆上的点，则 $\frac{y}{x}=\frac{y-0}{x-0}$ 表示 $P(x,y)$ 与原点 $O(0,0)$ 的斜率，当直线 OP 与圆相切时斜率分别取到最大和最小；

（2）设 $z=y-x$，则 $y=x+z$ 与 y 轴交点为 $(0,z)$，故 z 的几何意义是直线 $y=x+z$ 与 y 轴交点的纵坐标．当直线 $y=x+z$ 与圆相切时，与 y 轴交点的纵坐标分别取到最大和最小；

（3）$x^2+y^2=\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^2=\left(\sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2}\right)^2$ 表示 $P(x,y)$ 与原点 $O(0,0)$ 的距离的平方，当直线 OP 过圆心时，此时的距离分别为最大和最小．

设计意图：抽象问题可用形来具体化，思维问题可用数来精确化应用数形结

合在某些求最值问题中，可以收到意想不到的效果．同时让学生感受到斜率、截距、距离等具有明显几何意义的式子的代数形式．

总结反思：

1.形如$Z=\dfrac{y-b}{x-a}$的形式可转化为直线斜率．

2.形如$Z=(x-a)^2+(y-b)^2$形式可转化距离．

3.形如$z=ax+by$的形式可转化为直线的截距

问题：你能总结一下将一个代数问题几何化的步骤吗？

例 3.已知$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，向量$\vec{a},\vec{b}$的夹角为 60°，且$(\vec{a}-\vec{c})\cdot(\vec{b}-\vec{c})=0$，求$|\vec{c}|$的最大值．

分析：将题目代数化，可设$\vec{a}=(1,0),\vec{b}=(1,\sqrt{3})$，设$\vec{c}=(x,y)$，则$(\vec{a}-\vec{c})\cdot(\vec{b}-\vec{c})=(1-x,-y)\cdot(1-x,\sqrt{3}-y)=(x-1)^2+y^2-\sqrt{3}y=0$，

即$(x-1)^2+\left(y-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\dfrac{3}{4}$，即点$(x,y)$在以$\left(1,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$为圆心，$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$为半径的圆上，

看到$|\vec{c}|=\sqrt{x^2+y^2}$想到距离，表示为圆上的点到原点的距离，

故$|\vec{c}|$的最大值为$\sqrt{1^2+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}$．

设计意图：由于向量可以坐标化，可以很方便将向量问题转化为坐标问题，从而实现几何问题代数化．

例 4.$\triangle ABC$的内角A、B、C的对边分别为a、b、c，且$\sqrt{2}b-c=\sqrt{2}acosC$，$c=2\sqrt{2}$（1）求$A$;（2）若$\triangle ABC$为锐角三角形，$D$为$BC$中点，求$AD$的取值范围

分析:（1）分析略，易求得$A=45°$．（2）本题除了可以用正余弦定理解决外，还可以将问题代数化， 以A为原点，AC为x轴建立平面直角坐标系，则$A(0,0),C(b,0),B(2,2)$，由中点坐标公式得$D\left(\dfrac{1}{2}b+1,1\right)$，故$|\overrightarrow{AD}|=\sqrt{\left(\dfrac{1}{2}b+1\right)^2+1}$，

由$\triangle ABC$为锐角三角形得到$cosB=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}>0$，化简得$b^2+8-4b+8-b^2>0$，

即 $b<4$；同理由 $cosC=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}>0$ 可得 $b>2$，所以 $b\in(2,4)$，从而得到 $AD\in\left(\sqrt{5},\sqrt{10}\right)$

设计意图：对于解三角形的问题，学生很容易想到利用正余弦定理解决，本题通过建系将几何问题代数化，给学生展示了看问题的另一个视角，同时让学生初步感受到几何问题也可以代数化解决.

问题：你能总结一下将一个代数问题几何化的步骤吗？

第一步：分析题目的几何特征，寻找数量关系，分析如何将几何条件代数化，如建系

第二步：确立代数化的方案后，将题目中的几何条件全部代数化

第三步：解决代数问题；

第四步：回归几何问题；

问题：回顾一下高中的所学知识，哪些问题可以通过数形结合解决？

反思总结：通过本节课，你是如何认识数形结合思想的？

开展立足于思想方法的微专题，使学生更加明白思想方法在解决问题中发挥的根本性的作用，促使学生在平时的学习过程中思考更加深入，同时将高中解决问题的方法划归到一个一个的数学思想中，将高中数学众多的知识、方法进行简化，将厚厚的高中教材转变为鲜活的思想，知识归零，从而轻装上阵. 遇到陌生的数学问题，也能从根本上思考解决问题的角度，从而发现解决问题的方法[16].

微专题的深度学习策略本质上追求多题一解的过程，立足于题型的微专题是将一类题目集中在一起研究，找到统一解决问题的方法，而立足于思想的微专题是将多种题型归为一类，用一种思想解决很多类型的题目，慢慢的寻找到数学的根本. 这种将很多个题目放在一起深入研究的过程就是将书由厚读薄的过程，教会学生分析问题时学会由表及里，抓住问题的本质，找出问题之间的共同之处，这也是培养学生素养的必经之路. 学生在学习的过程中如何将一类题目归在一起研究呢？笔者建议高三的学习过程中要做好错题的分类整理，同一个板块的知识要放在一起，这样研究错题时就可以研究到类似的题目，对比分析，找到多个题目的统一方法，从而研究清楚一类问题.

同时应用好微专题的深度学习策略，学生突然发现，原来很多问题都是类似的、甚至相同的问题，发现自己具备了举一反三、触类旁通的能力，发现数学学起来一下子变得容易了很多，从而增加了学习数学的成就感，从而增强了学习数学的兴趣.

教师在做好微专题深度学习的过程中，为方便将某一类题目快速归类研究，教

师必须建立自己的题型分类题库，在教学研究的过程中，不断将形异质同的题目归为一类，将一些精典的好题搜集起来，为微专题复习备好素材. 这样在使高三数学二轮复习更加聚焦的同时，也减轻了教师复习备考过程中备课的压力.

5.2 一题深研的拓展发散策略

当面对一个陌生的数学问题时，部分学生没有思路，不知道解决问题有哪些方法，也不知道从哪些角度思考问题. 或者有的学生习惯于只用某一种方法，形成了思维定势，遇到一个要用不同方法解决问题的题目时，原来的方法尝试失败的情况下，立刻会变得束手无策. 为解决这个问题，训练学生思维的灵活性，高三二轮复习教学中，对一道题目进行深入钻研，可以做一题多解的解法方式的研究，也可以做一题多变的条件变化对比研究，从而培养学生的思维能力.

5.2.1 一题多解的拓展策略

同一个数学问题给出不同的解法，称之为一题多解. 其特点是从不同角度、不同方向、不同思路、不同形式去解答同一个问题，一题多解能够综合调用所学知识，培养学生的细致的观察能力、丰富的想象能力、高度的创造力. 同时通过不同的解法研究，对比不同的解法，发现解法间的差异、优缺点，也有助于学生理解不同思考方向带来的结果的不同，从而更深刻领悟到每一种处理方式的必要性[17].

一题多解能够开阔学生视野，打开学生思路，去除思维定势[18]. 在核心素养下，新高考强调反刷题、反套路，就是反对形成思维定势，而一题多解的训练恰好能够锻炼学生思维的灵活性，从而契合新高考复习备考.

通过一题多解，可以提高学生的学习兴趣，学生看到一个数学问题竟然能够有这么多解法，原来思考问题还可以从这些角度，感受到数学的神奇之处，感受到变换角度带来的惊喜，发现数学的价值，感受到数学课堂的意义，从而提高对数学课堂的满意度，提高数学学习的兴趣.

从教师角度看，实施一题多解，可以丰富课堂教学，摒弃二轮变成一轮“炒剩饭”的做法，提高数学课堂的教学效果，使学生乐于听讲、善于参与课堂. 教师也可以发挥学生的积极性，让学生们提供自己思考问题的角度，得到更加多样的解法，真正让课堂动起来、活起来，提高学生课堂的参与感，变得乐于思考，乐于学习数学，以下以一道三角函数最值问题为例来展示一题多解的拓展策略的实施.

一题多解的拓展策略的教学案例

一、教学目标：

1.掌握三角中的同角关系等基本知识；

2.掌握三角函数中函数最值的求法；

3.经历三角中求最值的过程，感悟转化与划归的思想、数形结合的思想，提升学生逻辑推理、直观想象的素养.

二、教学重难点：求函数的最值

三、教学过程：

例.设当$x=\theta$时，函数$f(x)=\sin x-2\cos x$取得最大值，则$\cos\theta=$________.

方法1.看到正余弦函数相加减，很容易想到辅助角公式合并来求最值，由此得到如下解法.$f(x)=\sin x-2\cos x=\sqrt{5}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\sin x-\frac{2}{\sqrt{5}}\cos x\right)=\sqrt{5}\sin(\theta-\varphi)$，

由题意，当$x=\theta$时，函数$f(x)$取得最大值，即$\theta-\varphi=2k\pi+\frac{\pi}{2}+\varphi(k\in Z)$，即$\theta=2k\pi+\frac{\pi}{2}+\varphi$，所以$\cos\theta=\cos\left(2k\pi+\frac{\pi}{2}+\varphi\right)=-\sin\theta=-\frac{2}{\sqrt{5}}=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

方法2.方法1学生最容易想到，最贴合学生的思维，但使用辅助角的过程中，发现不是特殊角，学生处理相对困难，但易求最大值为$\sqrt{5}$，于是优化得到如下方法：由题可得$f(\theta)=\sin\theta-2\cos\theta=\sqrt{5}$，可得方程组$\begin{cases}\sin\theta-2\cos\theta=\sqrt{5}\\ \sin^2\theta+\cos^2\theta=1\end{cases}$

消去$\sin\theta$，即得$\left(\sqrt{5}\cos\theta+2\right)^2=0$，解得$\cos\theta=-\frac{2}{\sqrt{5}}=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

方法3：看到最值问题，想到解决最值的"大招"导数，于是得到如下解法：题设条件"当$x=\theta$时，函数$f(x)=\sin x-2\cos x$取得最大值"包含两大信息：一是$f(\theta)=\sin\theta-2\cos\theta=\sqrt{5}$；二是$x=\theta$为函数$f(x)$的最大值点，即极大值点，即有$f'(\theta)=\sin\theta+2\cos\theta=0$.所以有方程组$\begin{cases}\sin\theta-2\cos\theta=\sqrt{5}\\ \cos\theta+2\sin\theta=0\end{cases}$解得$\cos\theta=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

方法4：看到三角函数，想到单位圆，于是寻找式子的几何意义，于是得到下列方法：$f(\theta)=\sin\theta-2\cos\theta=\sqrt{5}$，换个角度来看，这表明定点$(\sin\theta,\cos\theta)$在直线$x-2y=\sqrt{5}$上，而点$(\sin\theta,\cos\theta)$又在单位圆$x^2+y^2=1$上，即点$(\sin\theta,\cos\theta)$为直线$x-2y=\sqrt{5}$与单位圆$x^2+y^2=1$的公共点．直线$x-2y=\sqrt{5}$与单位圆$x^2+y^2=1$相切，所以点$(\sin\theta,\cos\theta)$即为直线$x-2y=\sqrt{5}$与单位圆$x^2+y^2=1$的切点.

方法5：既然可以寻找式子的几何意义，而向量作为高中有力的工具，具有很

好的几何与代数属性，能否转化为代数问题呢？通过向量的数量积构造出如下解法：构造平面向量 $\overrightarrow{OA}=(\sin x,\cos x)$，$\overrightarrow{OB}=(1,-2)$，则

$f(x)=\sin x-2\cos x=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\left|\overrightarrow{OA}\right|\cdot\left|\overrightarrow{OB}\right|\cdot\cos\left\langle\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right\rangle=\sqrt{5}\cos\left\langle\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right\rangle$ 显然，当 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 的方向一致时，$f(x)$ 取得最大值，记此时点 A 的位置为

$A_0=(\sin\theta,\cos\theta)$．可得点 A_0 的纵坐标为 $\cos\theta=\sin\angle BOx=\dfrac{y_B}{\left|OB\right|}=\dfrac{-2}{\sqrt{5}}=-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$．

方法 6：其实上述解法的实质就是柯西不等式，那不妨直接用不等式解决最值问题，于是得到如下解法：$f^2(x)=(\sin x-2\cos x)^2\le(1+4)\cdot(\sin^2 x+\cos^2 x)=5$，当且仅当 $\dfrac{\sin x}{\cos x}=-\dfrac{1}{2}$ 即 $\begin{cases}\sin x=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}\\ \cos x=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}\sin x=\dfrac{\sqrt{5}}{5}\\ \cos x=-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\end{cases}$ 时取得等号．显然

$\begin{cases}\sin x=\dfrac{\sqrt{5}}{5}\\ \cos x=-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\end{cases}$ 时，函数 $f(x)$ 取得最大值，即 $\cos\theta=-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$．

总结反思：方法 1 和 2 是从三角函数的角度解决三角类函数的最值，方法 2 可以看做是方法 1 的优化；方法 3 是从导数的角度研究函数的最值；方法 4 和方法 5 是利用数形结合的观点将代数问题几何化，其中方法 4 利用解析几何寻找几何意义，方法 5 利用向量的数量积寻找式子的几何意义；方法 6 是用一些常见不等式的知识求函数的最值. 由此可以总结出关于最值问题可以有以下思考问题的角度：

（1）函数角度：①利用常见函数的图像与性质求最值；②利用导数求最值

（2）几何角度：赋予代数式子几何意义，然后寻找取得最值时的位置，直接求出最值 ①解析几何中一些式子的几何意义；②向量的几何意义

（3）不等式的角度：利用一些常见不等式可以求最值，如基本不等式、柯西不等式等.

5.2.2 一题多变的发散策略

一题多变是将一个问题通过改变条件、结论或者将题目和条件互换等发散出关联性的问题的过程. 一题多变可以培养学生的探索迁移能力、提高思维的发散性[19]. 采用一题多变的发散策略，因为涉及到的较多内容，首先需要学生掌握相关的基本知识，同时教师要提前做好供发散题目（即母题）的准备，并不是所有的题目都要

去做一题多变，常常在概念辨析处、知识点易混淆处、需要深入挖掘处做一题多变的发散. 教师要具备自己改编题目的能力，这就要求教师跳进题海整理收集，然后跳出题海改编尝试. 然后自己做好解答研究，确定题目具有改编发散的价值. 教师进行变式时，应以一个基础题目为出发点，一步步改进，按照思维逻辑由易到难的顺序，层层递进式铺排. 学生在掌握好上一个变式的同时，也为下一个变式打好了知识上和心理上的基础[20].

一题多变可以寻找共同点，即虽然问题发生了改变，但是解法是不变的，通过此过程学生会感受到解法的普适性，当然也可以继续深入探究：为什么问题改变，但方法不变呢？决定方法的核心条件是什么？一题多变也可以寻找差异点，通过问题的改变，发现处理方法发生了改变，自然就会追问：是哪些条件的改变导致方法的改变？为什么会产生这样的变化？以后遇到类似问题该如何处理等，通过对比，学生就会更加明白基本概念原理的差异.

核心素养下的新课程改革，越来越重视学生能力素养的考查，命题源于课本又高于课本，一些题目来源于教材，但通过变式得到新的题目，所以高三二轮复习教学中也不能单纯的照搬教材或资料书的题目，而应该以此为依据，进行变式教学，引导学生思维[21]. 通过精心设计问题、引导探究发现、展示思维差异，跳出题海，注重知识的构建，提高应变能力，培养创新精神，从而提高学生的综合素养.

一题多变发散策略教学设计简案

一、教学目标：

1.掌握恒成立和存在性问题的处理方法；

2.通过恒成立和存在性问题的研究，感悟转化与划归的思想方法.

二、教学重难点：

教学重点：恒成立和存在性的处理方法

教学难点：多个变量时的转化处理

三、教学过程

例.已知 $f(x)=2x^3$，$g(x)=3x^2+k$，若 $\forall x_1\in[-1,1]$，$\exists x_2\in[-1,1]$ 使 $f(x_1)\le g(x_2)$ 成立，求实数 k 的取值范围.

分析：要想将本题理解的更清楚，先看看理解清楚下面的变式，本题将变得清晰明了.

变式 1.若 $\forall x\in[-1,1]$ 使 $g(x)\le 0$ 恒成立，求实数 k 的取值范围.

分析：恒成立问题，应用分离参数法，将参数和变量分别放在不等式两侧，即

原式变形可得 $k \ge -3x^2$，故 $k \ge \left(-3x^2\right)_{max}$，即 $k \ge 0$.

设计意图：单变量的恒成立问题是最原始、最简单、但又能反映本题根本的问题，方便学生理解问题的本质.

变式 2.若 $\exists x_0 \in [-1,1]$ 使 $g(x_0) \le 0$成立，求实数 k 的取值范围.

分析：存在性问题与恒成立问题处理方法相同，同样分离参数可得 $k \ge -3x_0^2$，故 $k \ge \left(-3x_0^2\right)_{min}$，即 $k \ge -3$.

设计意图：通过本题变式，学生熟悉存在性问题的处理，同样分离参数转化为最值问题，和变式 1 形成对比，发现采用的方法是一样的，只是一个要转化为最大值，另一个刚好相反.

变式 3.若 $\forall x \in [-1,1]$ 使 $f(x) \le g(x)$ 恒成立，求实数 k 的取值范围.

分析：$f(x) \le g(x)$ 恒成立等价于 $f(x)-g(x) \le 0$,同样分离参数可得 $k \ge 2x^3-3x^2$，故 $k \ge \left(2x^3-3x^2\right)_{max}$，即 $k \ge 0$.

设计意图：一侧变量变为两侧变量，难度慢慢加深，向例题靠近.

变式 4.若 $\exists x_0 \in [-1,1]$ 使 $f(x_0) \le g(x_0)$ 成立，求实数 k 的取值范围.

分析：$f(x_0) \le g(x_0)$ 成立等价于 $f(x_0)-g(x_0) \le 0$ 成立,同样分离参数可得 $k \ge 2x_0^3-3x_0^2$，故 $k \ge \left(2x_0^3-3x_0^2\right)_{min}$，即 $k \ge -5$.

设计意图：再次对比恒成立与存在问题的在处理方法上的相同点，但在转化为最值时的相反性.

变式 5.若 $\forall x_1 \in [-1,1]$，$\forall x_2 \in [-1,1]$ 使 $f(x_1) \le g(x_2)$ 恒成立，求实数 k 的取值范围.

分析：本题的恒成立的式子中有双变量 x_1, x_2,但是两个变量相互独立，若两个变量同时变化，我们不好研究. 我们可以考虑固定一个变量，看另一个变量的变化情况. 如先固定 x_2，则此时只有 x_1 变化，这时候就和变式 1 是一样的，$f(x_1) \le g(x_2)$ 恒成立等价于 $f(x)_{max} \le g(x_2)$，而 $f(x)_{max}$ 是固定不变的数，此时考虑 x_2 的改变，问

题等价于 $f(x)_{max} \le g(x)_{min}$，得 $k \ge 2$.

追问：变式 5 和变式 3 的处理方法为何不同？

设计意图：双变量的恒成立是最简单最容易理解的双变量问题，为后面恒成立和存在性混合问题做好铺垫. 同时变式 5 与变式 3 的解法差异的根本原因是：变式 3 是同步单变量，而变式 5 是不同步双变量.

本题：若 $\forall x_1 \in [-1,1]$，$\exists x_2 \in [-1,1]$ 使 $f(x_1) \le g(x_2)$ 成立，求实数 k 的取值范围.

分析：思考方法与变式 5 相同，$f(x_1) \le g(x_2)$ 成立等价于 $f(x)_{max} \le g(x)_{max}$，得 $k \ge -1$.

设计意图：通过上述层层铺垫，可以容易解决此问题，同时检验之前变式的理解情况.

变式 6.若 $\exists x_1 \in [-1,1]$，$\exists x_2 \in [-1,1]$ 使 $f(x_1) \le g(x_2)$ 成立，求实数 k 的取值范围.

分析：$f(x_1) \le g(x_2)$ 成立等价于 $f(x)_{min} \le g(x)_{max}$，得 $k \ge -5$.

设计意图：变式 6 和原题难度差不多，通过此变式让学生再次巩固双变量的存在性问题，加深学生的理解.

变式 7.若 $\forall x_2 \in [-1,1]$，$\exists x_1 \in [-1,1]$ 使 $f(x_1) = g(x_2)$ 成立，求实数 k 的取值范围.

分析：$f(x_1) = g(x_2)$ 成立等价于 $g(x)$ 的值域包含于 $f(x)$ 的值域，得 $-2 \le k \le -1$

设计意图：变式 7 在原题的基础上继续加深，处理恒成立与等式的结合问题.

变式 8.若 $\exists x_1 \in [-1,1]$，$\exists x_2 \in [-1,1]$ 使 $f(x_1) = g(x_2)$ 成立，求实数 k 的取值范围.

分析：$f(x_1) = g(x_2)$ 成立等价于 $g(x)$ 的值域与 $f(x)$ 的值域有交集，得 $-5 \le k \le 2$.

设计意图：变式 8 与变式 7 结构相同，考虑方法也类似，加深学生的理解.

变式 9.对任意的 $x_1, x_2 \in [-1,1]$ 都有 $|f(x_1) - f(x_2)| \le m$ 成立，求 m 的取值范围.

分析：$m \ge |f(x_1) - f(x_2)|$ 等价于 $m \ge |f(x_1) - f(x_2)|_{max}$，只需要 $m \ge f(x)_{max} - f(x)_{min}$，即 $m \ge 4$

设计意图：与之前的变式产生对比，巩固所学知识.

反思总结：通过本节课你学到了什么？

知识层面：

1.同步单变量

(1)若$\forall x\in[a,b]$使$f(x)\le g(x)$恒成立等价于$[f(x)-g(x)]_{max}\le 0$

(2)若$\exists x_0\in[a,b]$使$f(x_0)\le g(x_0)$成立等价于$[f(x)-g(x)]_{min}\le 0$

2.不同步双变量

(3)若$\forall x_1\in[a,b]$，$\forall x_2\in[c,d]$使$f(x_1)\le g(x_2)$恒成立等价于$f(x)_{\max}\le g(x)_{\min}$

(4)若$\forall x_1\in[a,b]$，$\exists x_2\in[-1,1]$使$f(x_1)\le g(x_2)$成立等价于$f(x)_{\max}\le g(x)_{\max}$

(5)若$\exists x_1\in[a,b]$，$\exists x_2\in[-1,1]$使$f(x_1)\le g(x_2)$成立等价于$f(x)_{\min}\le g(x)_{\max}$

(6)若$\exists x_1\in[a,b]$，$\forall x_2\in[-1,1]$使$f(x_1)=g(x_2)$成立等价于$g(x)$的值域包含于$f(x)$的值域.

方法层面：

(1)处理恒成立和存在问题，分离参数转化为最值是良策；

(2)恒成立和存在问题在最值的转化上结果刚好是相反的；

(3)多变量问题要采用“控制变量法”，让一个变量动，其他变量暂时固定.

一题多变是一个题目变换一部分条件或者改变所求得到一个新的题目. 可以是改变数据、变换条件、去掉条件、改变所求或结论、深化结论，或者研究原题的逆命题、否命题、逆否命题等变换为一个相似题目[22].

一题多变教师要作好题目的变式，最好层层推进的方式排列，从不同角度、不同方面揭示问题的本质，有时候变式后方法相同，让学生体会方法的普适性，以及在什么时候使用统一的方法. 有时候题目稍作改变则解法大为不同，让学生体会到方法的独特性，以及什么时候使用这个方法，什么时候要使用另一个方法. 用这种方式变式教学，可促使学生根据变换的情况积极探索，培养学生思维的灵活性，从变中寻找解题的方法，从而找到题目的根本.

5.3 题型专攻的速解策略

经过高三一轮的复习，学生具备了基础知识基本能力，各种模拟试卷也随之铺面而来. 如何在试卷上将自己的知识能力与素养表现出来，通过考核证明自己，最大化的展示自己的水平，是每一个学子必须面对的问题. 但是学生在考试时间分配、考试的策略、应试的技巧、考试的心理等并不成熟. 每次测试结束，学生再去总结分析发现，有部分题目是能够做对的、可以得分的，但却因为种种原因无法得分. 这时候老师如果适时地给与点拨，甚至给以更系统的指导，学生必然如拨云见日，事

半功倍. 所以在高三二轮复习过程中，尤其是二轮复习中后期，进行一些题型专攻的应试策略尤为必要.

实际上，新高考为了考查学生的核心素养，数学试题中有不同题型，每种题型发挥着各自独特的检测功能. 新高考在保留了原有的单选题、填空题、解答题的基础上，又新增了多选题、多空题、开放式填空题、结构不良试题等. 每一类题型都有自己的特点，研究它们的解法会明显增加解题速度.

5.3.1 多选题的解题策略

多选题主要考查学生基本知识、基本方法的掌握，比较判断和归纳的能力. 每个小题由四个选项，其中由两个或两个以上符合题意的答案. 答题要求是全部选对才能得满分 5 分，少选得 2 分，多选或错选不得分. 学生在答题中感到难度棘手，难度较大，容易丢分且很难拿分的一个题型[23]. 多项选择题具有考查知识容量大、解题思路广、对考生多层次区分的特点，与单选题只需选出一个正确选项相比，多选题每一个选项都有可能正确，所以基本每一个选项都要研究，所以耗费时间较多，同时多选又容易一步失误、导致错选，全题无分，导致学生做多选题时小心翼翼，如履薄冰. 当然多选题也容易得分，毕竟有多个选项正确提高了作答的准确率，但是选全对得高分却变得更加困难. 解答多选题要求准确、迅速，准确是先决条件. 迅速为全卷赢取高分创造条件. 所以研究多选题的解法就至关重要[24].

结合多选题不用写过程的特点，可以灵活使用直接法、特值法、排除法、关联选项法、保底法等各种方法[25]. 直接法是解答多选题最常用的基本方法，较容易的多选题可用此法迅速得到答案，故直接法使用的范围很广. 特例法是用特殊值代替题目中的一般条件，从而得出的结论，对各选项一一检验，作出判断. 排除法是快速判断出题目中较容易的选项，从而确定剩余较难选项的方法. 多选题中经常有两种情形：如果确定两项是错误的，排除此两项不选，那么剩下的两项必然是正确的；多选题中如果确定其中三项是正确的，那么剩下的一项必然是错误的. 因为如果四个都正确，则所有人都能够得分，可能性极低. 关联选项法是利用多选题中选项间的对立或包含关系，通过确定一个选项从而否定另一个选项，充分利用多选题的特点. 保底法是快速发现一个正确答案，先得 2 分保底，有些多选题处在压轴的位置，难度大，选拔功能强，但"性价比"不太高，可以选出最有把握的部分选项，而其他选项间接法不能排除，直接法比较繁难，用时较长，大部分同学可以考虑"保守"做法，以提高整卷的得分效益.

多选题的解题策略研究教学简案

一、教学目标

1.熟悉新高考多选题题型.
2.掌握多选题的多种解题策略：直接法、排除法、特例法、关联选项法、保底法等
3.提高学生分析、解决问题的能力，培养学生的逻辑推理等核心素养.
二、教学重难点
教学重点：多选题的多种解题策略
教学难点：多选题的多种解题策略
三、教学过程

例 1.下列说法正确的是（ ）

A.命题：$\forall x\in(-1,1]$，$x^2+2x-3<0$的否定是：$\exists x\in(-1,1]$，$x^2+2x-3\geq 0$；

B.$\alpha=\dfrac{\pi}{6}+2k\pi$，$k\in Z$是$\sin\alpha=\dfrac{1}{2}$的充要条件；

C.$a>1$是$\dfrac{1}{a}<1$的充分非必要条件；

D.$a\in[-2,2]$是命题：$\forall x\in R$，$x^2-ax+1>0$恒成立的充分非必要条件；

分析：对选项直接进行推理，得出答案.

设计意图：多选题的解法以直接法为主，引导学生掌握核心方法. 直接法是从题目条件出发，通过严谨推理、准确运算，直接得出正确结论.

例 2.数列$\{a_n\}$中，$a_1=0,a_2=1,a_{n+2}=\dfrac{1}{2}(a_{n+1}+a_n)(n\in\mathbf{N})$.则下列结论中正确的是（ ）

A. $0\leq a_n\leq 1$　　B. $\{|a_{n+1}-a_n|\}$是等比数列

C. $a_8<a_{10}<a_9$　　D. $a_9<a_{10}<a_8$

分析：直接计算$a_1,a_2,a_3,\cdots a_{10}$，代入验证选项，即可得答案.

设计意图：通过特殊值检验选项的准确性，让学生发现特值法解决题目的价值.

例 3.对于平面直角坐标系内的任意两点$P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2)$，定义它们之间的一种“距离”为$PQ=|x_1-x_2|+|y-y_2|$.已知不同三点A,B,C满足$AC+CB=AB$，给出下列四个结论中所有正确的结论是

A. A,B,C三点可能共线　　B. A,B,C三点可能构成锐角三角形

C. A,B,C三点可能构成直角三角形　　B. A,B,C三点可能构成钝角三角形

分析：特例法，取 $A(0,0),B(2,0),C(1,0)$，选项 A 正确；取 $A(0,0),B(1,1),C(1,0)$，选项 C 正确；取 $A(0,0),B(2,1),C(1,0)$，选项 D 正确；故选 ACD.

设计意图：通过用特例解决一般性问题，从而选出正确选项或去除错误选项，事半功倍.

例 4.如图 5-3-1，已知圆锥 OP 的底面半径 $r=\sqrt{3}$，侧面积为 $2\sqrt{3}\pi$，内切球的球心为 O_1，外接球的球心为 O_2，则下列说法正确的是（　　）

A.外接球 O_2 的表面积为 16π

B.设内切球 O_1 的半径为 r_1，外接球 O_2 的半径为 r_2，则 $r_2=3r_1$

C.过点 P 作平面 α 截圆锥 OP 的截面面积的最大值为 $\sqrt{3}$

D.设长方体为圆锥 OP 的内接长方体，且该长方体的一个面与圆锥底面重合，则该长方体体积的最大值为 $\dfrac{8}{9}$

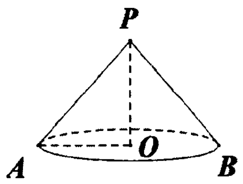

图 5-3-1 圆锥

解析：本题较易确定 BC 错误，故用排除法可知，AD 正确.

设计意图：多选题中，如果确定两项是错误的，排除此两项不选，那么剩下的两项必然是正确的；

例 5.在锐角 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且 $c-b=2b\cos A$，则下列结论正确的有（　　）

A. $A=2B$　　　　B. B 的取值范围为 $\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{4}\right)$

C. $\dfrac{a}{b}$ 的取值范围为 $\left(\sqrt{2},\sqrt{3}\right)$　　　　D. $\dfrac{1}{\tan B}-\dfrac{1}{\tan A}+2\sin A$ 的取值范围 $\left(2\sqrt{2},3\right)$

分析：易得 ABC 正确，则可排除 D 错误.

设计意图：多选题中如果确定其中三项是正确的，那么剩下的一项必然是错误的. 因为如果四个都正确，则所有人都能够得分，可能性极低.

例 6.已知函数 $f(x)=1-\cos\pi x$，$g(x)=e^{|x-1|}$，则（　　）

A. 曲线 $y=f(x)+g(x)$ 是中心对称图形

B. 曲线 $y=f(x)+g(x)$ 是轴对称图形

C. 函数 $y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ 既有最大值又有最小值

D. 函数 $y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ 只有最大值没有最小值

分析：由题可以看出，选项 AB 二选一，选项 CD 二选一，只需分别在选项 AB 中和选项 CD 中分别确定出一个正确选项即可.

设计意图：多选题中如果题目中一些选项具有关联性，可从容易的选项入手，从而确定其他相关关联选项的正误.

例 7.信息熵是信息论中的重要概念，假设随机变量 X 的所有可能的取值为 $1,2,\cdots,n$，且 $P(X=i)=p_i>0(i=1,2,\cdots,n)$，$\sum\limits_{i=1}^{n}p_i=1$，定义 X 的信息熵 $H(X)=-\sum\limits_{i=1}^{n}p_i\log_2 p_i$.

A. 若 $n=1$，则 $H(X)=0$

B. 若 $n=2$，则 $H(X)$ 随着 p_1 的增大而增大

C. 若 $p_i=\dfrac{1}{n}(i=1,2,\cdots,n)$，则 $H(X)$ 随着 n 的增大而增大

D. 若 $n=2m$，随机变量 Y 所有可能的取值为 $1,2,\cdots,m$，且 $P(Y=j)=p_j+p_{2m+1-j}(j=1,2,\cdots,m)$，则 $H(X)\le H(Y)$

分析：本题难道很大，可以直接验证 A 正确，直接选 A，确保 2 分.

设计意图：如果题目难，只能判断一个选项正确，先只选此项，先得 2 分，即保底；根据特例验证，避免不必要的数学运算和逻辑推理，亦可以确定相应选项. 作

为选择题中的"压轴题"，难度大，选拔功能强，但"性价比"不太高，可以选出最有把握的部分选项，而其他选项间接法不能排除，直接法比较繁难，用时较长，大部分同学可以考虑"保守"做法，以提高整卷的得分效益；对于有能力的同学可以尝试解决，但切忌耗时太多，影响后面的答题.

反思总结：通过本节课你学到了哪些解决多选题的方法？

5.3.2 新情境问题的解题策略

在传统的考试题目中，一般题目条件明确，答案唯一，题目背景相对简单，学生比较容易理解题目，考查知识明确，相对容易入手. 为更好的考查学生的核心素养，新高考还出现与以前命题方法不同的题目，起到了不同的考核功能，比如开放型的填空题，因没有标准答案，可以很好的考查学生的开放性思维，考查学生对知识的快速提取能力. 结构不良型的解答题，通过从若干个条件中选出一定的条件来解答题目，不仅考查学生的基础知识与能力，还考查学生的综合判断力，因为选择条件不同的条件将带来不同的难度. 还有新情境问题，由命题者先给出一个新的公式、概念、运算法则，或者给出一个实际的问题背景等，然后学生按照这种新情景去解决相关问题. 新情境问题所包含的信息丰富. 能较好地考查学生分析解决问题的能力[26].

新高考中，新情境题目成立成为了每一次试题中的必备题目，新情境内容比较灵活，可以是新的数学情境，比如新的概念、公式等，然后研究新概念、公式的性质或者对概念公式的应用，可以很好的考查学生对新知识的接受能力、对所学知识的迁移能力和学习新知识的能力；也可以是现实情境，针对现实生活中的一个问题，给出相关数据，然后解决问题. 此时题目背景会相对复杂，不仅需要学生较好的阅读能力，还需要较强的数学建模能力，以及调用所学知识解决问题的能力；还可以是科学情景，将数学和知识和其他科目知识进行融合，应用数学知识解决其他科目中的问题，真正体现出数学的基础学科的功能，发挥数学的工具性的作用[27].

所以，新情境问题是考查学生核心素养的优秀载体，由于题型新颖，也是"反套路""反刷题"很好的考试素材，当学生面对一个完全陌生的题目，阅读理解能力、知识迁移能力、学习新知识的能力体现无遗，只能自身具备强大的综合素养，才能驾驭此类题目[28]. 同时，它还能考验学生的心理素质，只有不畏新，不惧难，有接受新知识的胸怀，才能在考场上披荆斩棘.

对教师来讲，新情境问题不仅对学生来说"新"，对教师来说也是新的. 教师也要与时俱进，研究这类问题的方法，通过身临其境的研究，感同身受学生的困难点.

研究新情境问题的破解方法，以及需要具备的能力，教师在教学的过程中，才能有的放矢，高屋建瓴的引导学生研究. 同时教师还要做好学生的心理疏导，保护学生的自信，培养学生不畏难不怕难的学习品质

新情境问题主要分为以下三种：以现实生活中的问题为背景的现实情境，以数学中新的概念、公式等数学知识为背景的数学情景，以物理、化学等科学科目为背景的数学科学情境，以数学文化为背景的文化情境. 解决新情景问题的主要目标是去情景化，核心思想是将未知的情境转化为已知的熟悉的知识，即转化与划归的思想，主要手段是通过建立数学模型.

新情景题型研究

一、教学目标：

1.了解常见的现实情境、数学情境、科学情景等新情境问题；

2.掌握去情景化的方法，学会建立数学模型，综合应用所学知识解决新情境问题；

3.以新情境问题为载体，培养学生逻辑推理、数学建模等核心素养.

二、教学重难点：

教学重点：将题目的情景转化为熟悉的数学问题

教学难点：将题目的情景转化为熟悉的数学问题

三、教学过程

题型一：现实情境

例 1.如图 5-3-2，北京天坛的圜丘坛是古代祭天的场所，分为上中下三层，上层中心有一块圆形石板，环绕圆形石板砌 9块扇面形石板构成第一环，向外每环增加 9块，下一层的第一环比上一层的最后一环多 9块，向外每环依次也增加 9块，已知每层环数相同，且下层比中层多 729块，则三层共有扇面形石板（ ）

A. 3699 块　　B. 3474 块　　C. 3402 块　　D. 3339 块

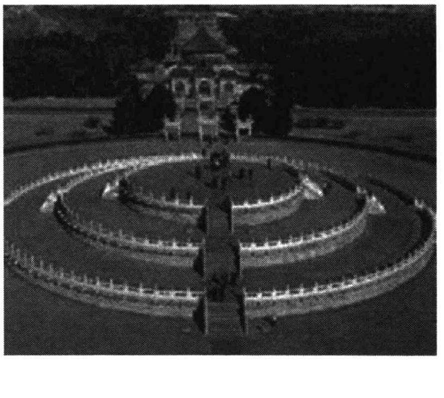

图 5-3-2 圜丘坛

分析：设 a_n 为第 n 环天心石块数，第一层共有 n 环，则 $\{a_n\}$ 是以 9 为首项，9 为公差的等差数列，$a_n=9+(n-1)\times 9=9n$，设 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，则第一、二、三层块数分别为 $S_n, S_{2n}-S_n, S_{3n}-S_{2n}$，因为下层比中层多 729 块，所以 $S_{3n}-S_{2n}=S_{2n}-S_n+729$，

即 $\frac{3n(9+27n)}{2}-\frac{2n(9+18n)}{2}=\frac{2n(9+18n)}{2}-\frac{n(9+9n)}{2}+729$ 即 $9n^2=729$，解得

$n=9$，所以 $S_{3n}=S_{27}=\frac{27(9+9\times 27)}{2}=3402$.故选：C

设计意图：注意读懂题目，理解题目阐述的数量关系，然后去掉情景，建立等差数列模型，建立关系求解题目. 如果题目理解不清，不妨多读几遍题目，在不懂的字眼上字斟句酌；通过本例，让学生体会如何解决生活中的情境问题.

例 2.基本再生数 R_0 与世代间隔 T 是新冠肺炎的流行病学基本参数.基本再生数是指一个感染者传染的平均人数，世代间隔是指相邻两代间传染所需平均时间.在新冠疫情初始阶段，可用指数模型：$I(t)=e^{rt}$ 描述累计感染病例数 $I(t)$ 随时间 t 的变化规律，指数增长率 r 与 R_0、T 近似满足 $R_0=1+rT$.有学者基于已有数据估计出 $R_0=3.28$，$T=6$.据此，在新冠肺炎疫情开始阶段，累计感染病例数增加 1 倍需要的时间大约为($ln2\approx 0.69$) （　　）

A. 1.2 天　　B. 1.8 天　　C. 2.5 天　　D. 3.5 天

分析：由 $R_0=1+rT$ 得到 $r=\frac{3.28-1}{6}=0.38$，所以 $I(t)=e^{rt}=e^{0.38t}$，若疫情初始阶段，累计感染病例数增加 1 倍所需的时间为 t_1 天，

则 $e^{0.38(t+t_1)}=2e^{0.38t}$，所以 $e^{0.38t_1}=2$，所以 $0.38t_1=\ln 2$，所以 $t_1=\frac{\ln 2}{0.38}\approx\frac{0.69}{0.38}\approx 1.8$ 天.

设计意图：对于现实生活中的新情景题型，只需读懂题目表达的含义，将题目中的问题转化为数学问题，然后利用数学知识解决.

思考总结：对于生活情景问题，思考该如何解决？

（1）读懂题目，如果题目理解困难，反对读题理解；

（2）去情境化，将题目中的情景用数学语言（方程、不等式等）表示；

（3）建立模型，与现有数学知识产生联系，解决问题.

如果转化为数学问题困难，不妨想一想这个题考查的知识点是什么？我能够使用的有哪些知识工具？这些都有助于破题.

题型二：数学情境

例 3.$[x]$表示不超过实数x的最大整数，函数 $f(x)=x-[x]$， $x\in\mathbf{R}$，则下列四个关于函数 $f(x)$的命题中，正确命题的序号为______.

① $f(x)$的值域为$[0,1)$ ；　　② $f(x)$为R上的增函数；

③ $f(x)$为奇函数；　　④ $f(x)$为周期函数.

分析：题目给了$[x]$的定义，首先理解$[x]$的含义. 可以向举几个例子$[1]=1$，$[3.5]=3$，可以发现$[x]$的意义为取x的整数部分，那么 $f(x)=x-[x]$意义为数x减去自己的整数部分，即为x的小数部分，由此画出 $f(x)$的图像，易得答案.

设计意图：通过特例理解数学符号的定义，弄清概念的具体意义，从而将数学情境问题化解. 体会由简单到复杂、由特殊到一般认识公式的过程.

例 4.在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 $A(a,b)$，若函数 $y=f(x)$满足：$\forall x\in[a-1,a+1]$，都有 $y\in[b-1,b+1]$，就称函数是 A 的"限定函数".则以下函数：

① $y=\frac{1}{2}x$，② $y=2x^2+1$，③ $y=\sin x$，④ $y=\ln(x+2)$ 是原点 O 的"限定函数"的序号是______.已知点 $A(a,b)$ 在函数 $y=2^x$ 的图象上，若函数 $y=2^x$ 是 A 的"限定函数"，则 a 的范围是______.

分析：本题定义了一个"限定函数"的概念，表达的意义较难理解，但只要紧扣定义即可. 第一空中原点的"限定函数"就转变为当$\forall x\in[-1,1]$，都有 $y\in[-1,1]$，这就是已知函数的定义域，求函数的值域问题. 第二空中：点 $A(a,b)$ 在函数 $y=2^x$ 的图象上，所以 $b=2^a$，因为 $y=2^x$ 是点 A 的"限定函数"，当 $x\in[a-1,a+1]$时，

$y=2^x\in[2^{a-1},2^{a+1}]$，所以$[2^{a-1},2^{a+1}]\subseteq[2^a-1,2^a+1]$，即$2^{a-1}\geq 2^a-1$且$2^{a+1}\leq 2^a+1$，解得$a\leq 0$，本质上也是函数的值域问题.

设计意图：本例很难理解的限定函数，通过代入数据简化概念，将数学概念转化为常见的数学问题.

反思总结：对于数学情境问题，该如何解决？

（1）读懂数学情境中的概念、公式的含义.

（2）如果觉得情境较难理解，可以列举简单的例子，最好赋予它形象的意义.

（3）严格按照概念、公式进行推理，尽量将已知数据代入概念、公式，将新情境转化为已有的数学知识.

题型三：跨学科情景

例 5.如图 5-3-3，日晷是中国古代测定时间的仪器，利用与晷面垂直的晷针投射到晷面的影子来测定时间. 把地球看成一个球(球心记为 O)，地球上一点 A 的纬度是指 OA 与地球赤道所在平面所成角，点 A 处的水平面是指过点 A 且与 OA 垂直的平面.在点 A 处放置一个日晷，若晷面与赤道所在平面平行，点 A 处的纬度为北纬 40°，则晷针与点 A 处的水平面所成角为（　　）

A. 20°　　B. 40°　　C. 50°　　D. 90°

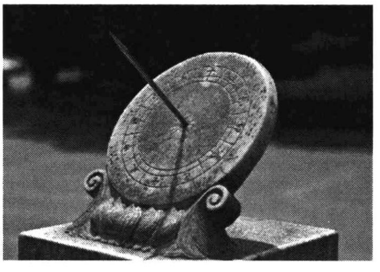

图 5-3-3 日晷

分析：画出截面图如下图 5-3-4 所示，将地理科学中的经纬度以及空间中的关系转化为数学中的线面角、二面角以及垂直平行关系.

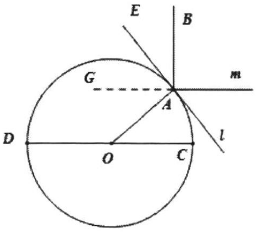

图 5-3-4 日晷截面图

设计意图：本题通过地理科学中经纬度等有关知识与数学的结合，让学生感受解决科学情景的方法.

总结：对于跨学科的情景题，要知道题目中一些基本的学科概念，如地理中的经纬度. 其次要把这些跨学科的概念理解到数学本质，如经度实际是二面角，维度实际是线面角. 理解清楚这些概念后，将科学情境转化为数学知识.

总结反思：通过本节内容你学到了什么？该如何处理新情景问题？

通过开展新情景问题的研究，使学生了解了新情景问题的处理方法，开阔了学生的思路，通过将题目中的情境转化为数学问题，将情境去除，得到学生熟悉的一般的数学问题，消除了对新情境问题的恐惧，增强了学生应对陌生情境的能力，提高了学生的自信，使学生乐学、乐于钻研！

5.4 自主展示的互学互助策略

高三二轮复习中已经开始真题演练，伴随着练习测试，必然要设置练习讲解课. 课时笔者在教学过程中发现，习题讲解课授课有以下几个难点：首先单纯讲题比较枯燥，其次数学还有连堂课，容易形成审美疲劳，最后学生水平层次不齐，对于优生来说，老师讲的我已经会了，听吧，似乎浪费时间，不听吧，会不会错过老师讲的关键不懂的地方；而对于学困生来讲，二轮复习过程中的练习讲解课是得分率偏低的题目，对他们难度比较大，课堂多数听不懂，被动处于一种放弃的状态，白白浪费了课堂宝贵的时间.

同时，高三二轮复习的过程中，综合题目较多，难度较大，参考答案只有结果，没有具体如何思考的过程，学习过程中，不仅要知其然，更要知其所以然. 除了老师能够提供力所能及的辅导，身边的同学也是宝贵的资源. 并且作为同龄人，想法更接近，更容易理解. 所以学生不仅可以向老师学习，也可以向自己的同伴学习.

自主展示的互学互助策略是在高三数学二轮复习过程中，将课堂变为学生自主展示的平台，通过学生展示自己的解法、想法，同学们之间交流、质疑达到相互学习相互帮助的学习目的. 尤其在高三数学二轮复习过程中，有很多的试卷讲评课，不妨让学生自己相互讲解，而此时学生已经具备了一轮复习的知识体系，所有必须的知识基础已经拥有[29]. 自主展示的互助互学策略具有可行性，同时此策略有以下几个优点：

优点一：二轮复习提倡深度学习，能够自主钻研题目，而这正是多数学生缺乏

的，讲题正好给学生提供了一个契机，深入研究题目：怎么想的，怎么做的，还有其他方法吗？我该如何给同学们讲才通俗易懂.

优点二：提供相互学习的平台，通过同伴的优秀展示，发现原来其他同学是这样研究数学的，发现自身的差距，找到学习榜样，同时起到激励鞭策的作用.

优点三：形成思维碰撞，学生上讲台讲题，不同的同学提供不同的解法，不同的学生提出不同的质疑，让学生的思想产生碰撞，优化解法，甚至产生新的解法，开阔学生思维，原来这些题目还可以这样研究.

优点四：提高学生展示表达能力，很多学生初上讲台，胆子小，声音小，很拘谨. 但通过一两次的磨练后，学生胆子也大了起来，展示有板有眼，讲题头头是道，能够讲清楚题目的来龙去脉，提高了学生的舞台展示能力、沟通表达能力.

优点五：促使学生反思，很多同学题目做对了以为自己就会了，结果上了讲台才发现讲不下去，或者被同学质疑讲题时的知识漏洞，通过将自己的思路暴露，接受同学和老师的检验，发现自己的思维不研究，从而反思自己的解题过程.

优点六：了解学情，教师在听学生讲题的过程中，了解学生思维能进行到什么层次，从而更加精准把握教学. 同时学生讲题时也更清楚了解自己同龄人常犯什么错误，教师做好精准点拨，学生从别人的错误处吸取经验教学.

优点七：提高学习兴趣，通过研究题目，一个数学题目原来有这么多东西，有这么多解法，还能这样想，甚至能自己发现小结论，完全研究透这个题目，一种喜悦之情溢于言表，真正走进数学，发现数学这么有趣！

当然以学生为主题的练习讲解策略也存在一些缺点，主要如下：

缺点一：最开始的时候学生讲课比较拘谨，导致课堂效果不是很好；

缺点二：学生普遍讲题比较快，不会在重点处强调，导致一些后进生不易听懂；

缺点三：就题论题，不能深入题目本质，对题目的总结不到位.

针对以上问题，最开始做好学生培训，做好个别指导，给其他学生讲题做好示范与榜样. 课堂上教师也对学生给以肯定的同时，提出提升的空间，供其他同学借鉴. 同时强调在重点处要放慢速度、重点强调，在学生讲完题后教师要及时增补总结，完善提高. 通过以上方式解决以学生为主的练习讲解策略的弊端.

由于学生之前没有或者较少在课堂上以老师的身份讲解数学题目，缺乏经验，所以在具体实施的时候要进行培训，下面是笔者实践过程中对学生提出的要求：

一、讲题规则

1.提前准备，把需要的步骤及图工整清晰地写在纸上，准备时关注以下几点，可自己适当调整：

（1）本题的难点或者关键点在哪里？易错点在哪里？哪里重点讲？哪里一笔带过（留下让同学自己思考的空间，不要整个题目完完整整讲一遍）

（2）我是怎么想到这个解法的？

（3）本题还有其他的解法吗？

（4）若有问题或者不太有把握的地方，可以向老师或同学求助，故每个人都可以讲题；

2.试讲，自己提前试讲一次，讲题人准备的越充分，越节约大家的时间；

3.时间把握：客观简单题控制在 1 分以内，客观难题控制在 3 分以内，解答题控制在 7 分钟以内；

4.声音要大，确保最后一排能听清；

5.课代表要作好讲题分配，上课前两天公布要讲的题目，让同学们抢题，然后上课前组织同学们用投影将讲题稿上传到电脑上，做好讲题准备.

二、听讲规则

1.关注同学们的讲解方法是否正确， 讲解过程是否有漏洞；

2.提出质疑，对不懂的或者有问题的地方可以提出自己的质疑；

3.方法优化，对于同学们的讲法可以提出自己的优化方案；

4.方法补充，我有新的比较好的方法可以做出补充；

5.同学们讲题会比较快，做好关键部分的笔记，其他地方自己课后操作完善.

下面为某一次考试结束后的试卷讲评课，当时学生的精彩表现大大出乎笔者的预期，给笔者留下来深刻的印象，现展示其中一题的教学片断如下：

题目：已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的某三个顶点形成边长为 2 的正三角形，$O$为$C$的中心.（1）求椭圆$C$的方程；（2）$P$在$C$上，过$C$的左焦点$F$且平行于$OP$的直线与$C$交于$A$、$B$两点，能否存在常数$\lambda$，使得$|AF|\cdot|BF|=\lambda|OP|^2$？若存在，求出$\lambda$的值；若不存在，说明理由.

易得（1）答案为$\frac{x^2}{3}+y^2=1$

学生 A：先根据题意画图 5-4-1，设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

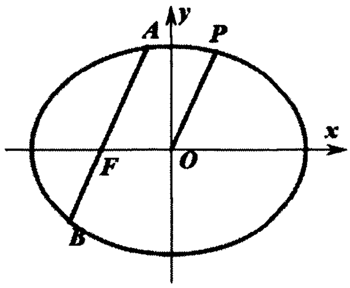

图 5-4-1 椭圆

①当 AB 的斜率不存在时，计算易得 $|AF|=|BF|=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$|OP|=1$，故 $\lambda=\frac{1}{3}$；

②当 AB 的斜率存在时，设 AB 的直线方程为 $y=k\left(x+\sqrt{2}\right)$，则 OP 的直线方程为

$y=kx$，$|AF|=\sqrt{\left(x_1+\sqrt{2}\right)^2+y_1^2}=\sqrt{x_1^2+2\sqrt{2}x_1+2+1-\frac{x_1^2}{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}x_1+\sqrt{3}$

同理可得 $|BF|=\frac{\sqrt{6}}{3}x_2+\sqrt{3}$，

$$|AF|\cdot|BF|=\left(\frac{\sqrt{6}}{3}x_1+\sqrt{3}\right)\left(\frac{\sqrt{6}}{3}x_2+\sqrt{3}\right)=\frac{2}{3}x_1x_2+\sqrt{2}\left(x_1+x_2\right)+3$$

联立 $\begin{cases} y=k\left(x+\sqrt{2}\right) \\ \frac{x^2}{3}+y^2=1 \end{cases}$ 得 $\left(3k^2+1\right)x^2+6\sqrt{2}k^2x+6k^2-3=0$

由韦达定理可得 $x_1+x_2=-\frac{6\sqrt{2}k^2}{3k^2+1}$，$x_1x_2=\frac{6k^2-3}{3k^2+1}$

代入上式并化简得：$|AF|\cdot|BF|=\frac{k^2+1}{3k^2+1}$

联立 $\begin{cases} y=kx \\ \frac{x^2}{3}+y^2=1 \end{cases}$ 得 $x_P^2=\frac{3}{3k^2+1}$，故 $|OP|=\sqrt{x_P^2+y_P^2}=\sqrt{\left(1+k^2\right)x_P^2}=\sqrt{\frac{3k^2+3}{3k^2+1}}$

所以 $\lambda=\dfrac{|AF|\cdot|BF|}{|OP|^2}=\dfrac{1}{3}$

教师点评：设斜率要分类讨论，考虑全面，关键条件 $|AF|\cdot|BF|=\lambda|OP|^2$ 用距离公式处理，当然距离公式使用时本题刚好可以开方，运算还比较简单. 而这正是焦半径的特殊性，非常好！

学生 B：可以做运算的优化，将直线设为横截式，这样不用分类讨论.

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 AB 的直线方程为 $x=my-\sqrt{2}$

$$|AF|=\sqrt{\left(x_1+\sqrt{2}\right)^2+y_1^2}=\sqrt{x_1^2+2\sqrt{2}x_1+2+1-\frac{x_1^2}{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}x_1+\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\sqrt{2}my_1+1\right)$$

同理可得 $|BF|=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\left(\sqrt{2}my_1+1\right)$，

$$|AF|\cdot|BF|=\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\sqrt{2}my_1+1\right)\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\sqrt{2}my_1+1\right)=\frac{1}{3}\left[2m^2y_1y_2+\sqrt{2}m\left(y_1+y_2\right)+1\right]$$

联立 $\begin{cases}x=my-\sqrt{2}\\ \dfrac{x^2}{3}+y^2=1\end{cases}$ 得 $\left(m^2+3\right)y^2-2\sqrt{2}my-1=0$

由韦达定理得：$y_1+y_2=\dfrac{2\sqrt{2}m}{m^2+3}$，$y_1y_2=\dfrac{-1}{m^2+3}$

代入上式得 $|AF|\cdot|BF|=\dfrac{m^2+1}{m^2+3}$，联立 $\begin{cases}x=my\\ \dfrac{x^2}{3}+y^2=1\end{cases}$ 得 $y_P^2=\dfrac{3}{m^2+3}$，

故 $|OP|=\sqrt{x_P^2+y_P^2}=\sqrt{\left(1+m^2\right)y_P^2}=\sqrt{\dfrac{3m^2+3}{m^2+3}}$

所以 $\lambda=\dfrac{|AF|\cdot|BF|}{|OP|^2}=\dfrac{1}{3}$

教师点评：横截式可以去掉斜率不存在的分类讨论，优化解题.

学生 C：在上述用横截式的过程中，我们也可以用斜率不存在的情况快速算出本题的答案，这样计算更有目标性.

教师点评：对于定值类计算问题可以先用特殊情况算出答案，再作证明.

学生 D:应用弦长公式计算长度更快: $|AF| = \sqrt{1+m^2}\,|y_1|$，同理 $|BF| = \sqrt{1+m^2}\,|y_2|$，得到 $|AF||BF| = \left(1+m^2\right)|y_1y_2|$，后面和同学 B 的方法相同.

教师点评：弦长公式不仅可以计算直线与圆锥曲线相交得到的弦长，还可以计算直线上任意两点的距离，D 同学的弦长公式理解很深刻.

学生 E：我在课外书上看到了焦半径公式，可以直接计算 $|AF||BF|$ 的长度.

教师点评：E 同学非常棒，不过这个知识我们教材不作要求，学有余力的同学可以研究.

学生 F：我有一个更好的方法，可以转化为向量，思路更简洁.

$$|AF||BF| = -\overrightarrow{FA}\cdot\overrightarrow{FB} = -\left[\left(x_1+\sqrt{2}\right)\left(x_2+\sqrt{2}\right)+y_1y_2\right]$$

$= -\left(my_1-\sqrt{2}+\sqrt{2}\right)\left(my_2-\sqrt{2}+\sqrt{2}\right)-y_1y_2 = -\left(m^2+1\right)y_1y_2$，后面和同学 B 的方法相同.

教师点评：这是一个很好的角度，利用向量可以计算线段长度问题，也减小了运算量.

学生 G：还可以借助直线的参数方程来做

设 AB 方程：$\begin{cases} x = -\sqrt{2} + t\cos\alpha \\ y = t\sin\alpha \end{cases}$ (α为参数)代入椭圆方程后整理得：

$\left(1+2\sin^2\alpha\right)t^2 - 2\sqrt{2}\cos\alpha\cdot t - 1 = 0$，则 $|AF||BF| = |t_1t_2| = \dfrac{1}{1+2\sin^2\alpha}$

设 P 关于原点的对称点 Q，如图 5-4-2，则 PQ 的参数方程为：

$\begin{cases} x = t\cos\alpha \\ y = t\sin\alpha \end{cases}$ (α为参数)代入椭圆方程后整理得：$\left(1+2\sin^2\alpha\right)t^2 - 3 = 0$

则 $|OP|^2 = |OP||OQ| = |t_3t_4| = \dfrac{3}{\left(1+2\sin^2\alpha\right)}$，所以：$\dfrac{|AF||BF|}{|OP|^2} = \dfrac{1}{3}$

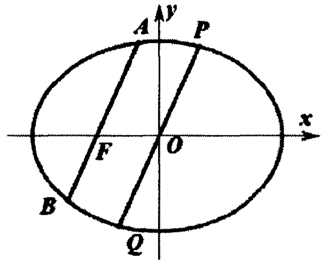

图 5-4-2 椭圆

教师点评：这个应用了选修书本上的知识来做，非常巧妙，大大减小了运算量.

学生 H：还可以作伸缩变换，化椭圆为圆. 作伸缩变换$\begin{cases} x' = x \\ y' = \sqrt{3}y \end{cases}$，将椭圆变为圆：$x'^2 + y'^2 = 3$，如图 5-4-3，设 $A'B'$ 的中点为 G，由伸缩变换的不变性得：

$$\frac{|AF||BF|}{|OP|^2} = \frac{|A'F'||B'F'|}{|O'P'|^2} = \frac{r^2 - |OF'|^2}{|O'P'|^2} = \frac{1}{3}$$

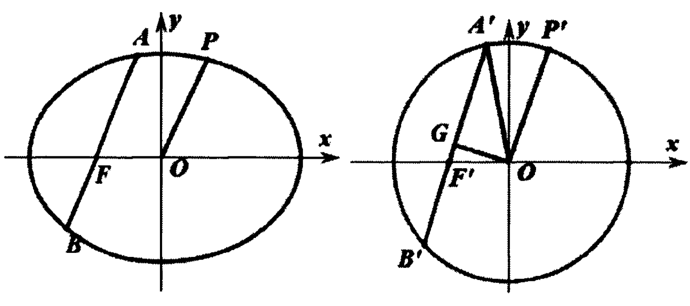

图 5-4-3 椭圆拉伸为圆

教师总结：化椭为圆，太巧妙了，不用联立方程，直接可以算出答案.

教师：利用几何画板，改变点 F 的位置，发现$\frac{|AF||BF|}{|OP|^2}$仍有定值，甚至 F 点运动到椭圆外部，也是定值，我们其实可以得到更一般定理：$P(x_0, y_0)$为平面上一点，A、B、C 为椭圆上的点，且 $OC // AB$，则$\frac{|PA||PB|}{|OC|^2} = \left|\frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} - 1\right|$

我们还可以将上述定理推广到双曲线和抛物线中.

同时通过本节课的学习，我们得到如下的启示：

1.分步顽强得分，获得直线与椭圆联立分，韦达定理分，讨论斜率不存在的分数，通过特值算出λ的结论分.

2.关注运算的优化，如何在考场上又快又准的算出解析几何的题目，必须简化运算如直线设为横截式，简化运算；特值计算出答案，引导计算.

3.注重几何条件的转化，总结合理坐标化的方法，从而快速破题.

本题并不是第一次这样考，2016年四川卷就已经出现了类似的题目，下面两个题作为本节课的课后巩固提升，同学们可以选择其中一个来做，其中理科卷稍微难一点.

1.（2016四川卷理20）已知椭圆E: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$的两个焦点与短轴的一个端点是直角三角形的3个顶点，直线$l:y=-x+3$与椭圆E有且只有一个公共点T.

（I）求椭圆E的方程及点T的坐标；

（II）设O是坐标原点，直线l'平行于OT与椭圆E交于不同的两点A、B，且与直线l交于点P.证明：存在常数λ，使得$|PT|^2=\lambda|PA|\cdot|PB|$，并求$\lambda$的值.

2.（2016四川卷文20）已知椭圆E: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$的一个焦点与短轴两个端点是等边三角形的三个顶点，点$P\left(\sqrt{3},\frac{1}{2}\right)$在椭圆E上.

(I)求椭圆E的方程；

(II)设不过原点O且斜率为$\frac{1}{2}$的直线l与椭圆E交于不同的两点A，B，线段AB的中点为M，直线OM与椭圆E交于C，D，证明：$|MA|\cdot|MB|=|MC|\cdot|MD|$

通过自主展示的互助互学策略，有了学生自主展示的平台，学生的钻研意识明显提高了，通过自主展示，同学们乐于表达自己的想法与思路，收获了学习数学的喜悦与成就. 变得积极自信，自我表达的能力与愿望也增强了. 同时，同学们通过其他同学的展示发现，原来大家是这样研究问题的，他们研究的是这么深入，三省吾身发现自身的差距，找到努力的方向.

在学生自主展示的过程中，教师一定要相信学生，培养学生，更新自己的观念，

解放思想. 只要给学生一个平台，教师会收获到意外的惊喜，他们会让别人刮目相看. 同时，教师也解放了自我，教学更加轻松，两全其美，何乐不为呢？

6.高三数学二轮复习教学实践的实验研究

6.1 实验目的

笔者根据教师和学生的访谈，结合核心素养的要求，结合数学的实际情况，探索实践了高三二轮的复习的教学策略，通过搜集数据开展对比实验，通过本实验希望达到的目的有 3 个:

目的一：检验核心素养下高三二轮复习教学实践对学生的数学成绩是否有显著的提升效果.

目的二：检验核心素养下高三二轮复习教学实践是否显著影响学生数学的学习兴趣.

目的三：检验核心素养下高三二轮复习教学实践是否显著影响学生对课堂的满意度评价.

6.2 实验过程

（1）实验时间：2020 年 2 月到 2020 年 5 月

（2）实验对象：本实验以我校 2020 届高三（4）班和高三（5）班为实验对象，两个班均为平行班，两个班选考科目均为物理、化学、生物，且学校分班时各科均分都差不多，学生在进入高三上学期结束时也成绩相近. 其中高三（4）班为实验班，采用核心素养下高三二轮复习教学模式，而高三（5）班为对照班，仍然按照传统的方法进行复习，以讲授法为主.

（3）实验材料：

①教学满意度调查问卷，见附录 3;

②数学学习兴趣调查问卷，见附楼 4;

③数学成绩测量：高三上学期期末本市一模统考成绩与高三下学期 4 月底本市二模统考成绩;

（4）实验假设：本实验假设的是：经过近一个学期的教学实验，实验班学生对教师课堂的满意度有明显提升，感受到数学的魅力，从而大大增强了学生学习数学的兴趣，最终提高了学生的核心素养，表现为数学成绩的显著提高.

（5）变量控制：在实验过程中保证实验班与对照班基本情况一致，教学进度一致，教学内容基本相同，复习练习册由学校统一购买，平时检测练习、测试都由年级统一命题，年级流水阅卷，每个班数学时间安排也都相同，由此尽量消除其他无关变量的干扰.

（6）测试项目：

①实验前测：在高三上学期结束时对学生做数学课堂满意度和数学学习兴趣的问卷调查，并保留高三上学期期末考市一模的成绩数据.

②实验后测：在高三下学期二轮复习结束时对学生做数学课堂满意度和数学学习兴趣的问卷调查，并保留高三下学期市二模的成绩数据.

（7）实验流程：

根据上述实验过程，设计出如下实验流程，如图 6-2-1.

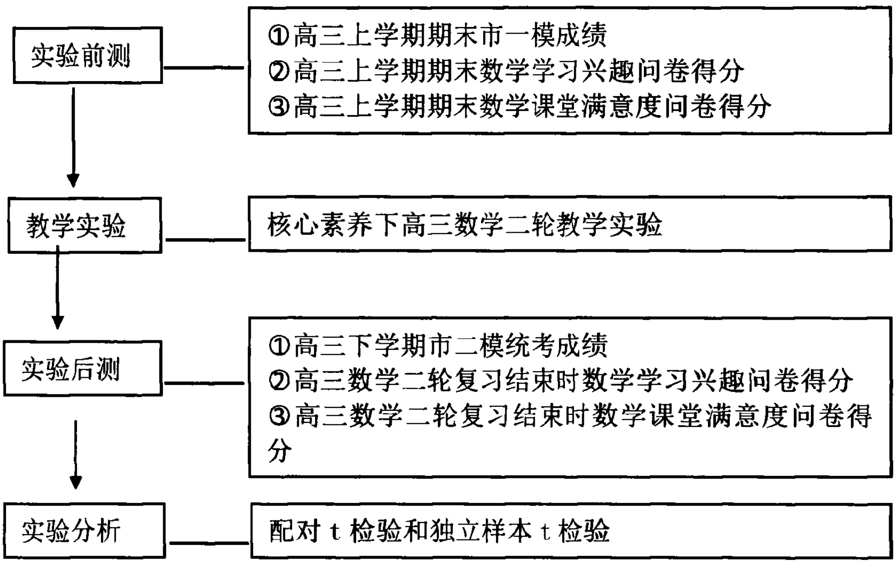

图 6-2-1 实验流程图

6.3 信度与效度分析

笔者试图通过试题和问卷来检验高三数学二轮复习教学实践探究的效果，在分析数据之前，必须对试题和问卷进行认证，确保试题和问卷的可靠性和有效性. 试题和问卷的评价主要包括信度和效度，以下从这两方面加以分析.

6.3.1 信度分析

信度能反映量表是否可靠和稳定，针对本次实践研究中所涉及的试题和问卷，笔者采用最常用的科隆巴赫系数分析，一份好的量表信度系数最好在 0.7 以上，0.6-0.7 可以接受[30]. 由于试题数目较多，为统计方便，将试题分为单选、多选、填空、解答四类进行分析，问卷按每题分析，利用 SPSS 作信度检测如下：

（1）高三第一学期期末市一模试题信度

表 6-3-1 高三第一学期期末市一模试题信度

克隆巴赫 Alpha	项数
.748	4

（2）高三第二学期市二模试题信度

表 6-3-2 高三第二学期市二模试题信度

克隆巴赫 Alpha	项数
.611	4

（3）数学学习兴趣问卷信度

表 6-3-3 数学学习兴趣问卷信度

克隆巴赫 Alpha	项数
.931	20

（4）课堂满意度问卷信度

表 6-3-4 课堂满意度问卷信度

克隆巴赫 Alpha	项数
.886	10

通过上述表格6-3-1、6-3-2、6-3-3、6-3-4可以看出试题和问卷的信度都超过了0.6，说明信度可以接受. 尤其是一模试题及学习兴趣问卷及课堂满意度问卷超过了0.7，说明信度较好.

6.3.2 效度分析

效度能反映量表的有效性和准确性，把需要检测的目标真正的检测出来，针对本次实践研究中所涉及的试题和问卷，笔者采用常用的皮尔逊相关系数分析，一份好的量表效度系数应大于 0.4. 由于试题数目较多，为统计方便，将试题分为单选、多选、填空、解答四类进行分析，问卷按每题分析，利用 SPSS 作效度检测如下：

（1）高三第一学期期末市一模试题效度

表 6-3-5 高三第一学期期末市一模试题效度

	单选	多选	填空	解答	总分
总分皮尔逊相关性	.700**	.669**	.499**	.725**	1
显著性（双尾）	.000	.000	.000	.000	
个案数	47	47	47	47	47

*. 在 0.05 级别（双尾），相关性显著.

**. 在 0.01 级别（双尾），相关性显著.

（2）高三第二学期市二模试题效度

表 6-3-6 高三第二学期市二模试题效度

		单选	多选	填空	解答	总分
总分	皮尔逊相关性	.435**	.422**	.539**	.563**	1
	显著性（双尾）	.003	.003	.000	.000	
	个案数	46	46	46	46	46

**. 在 0.01 级别（双尾），相关性显著.

（3）数学学习兴趣问卷效度

表 6-3-7 数学学习兴趣问卷效度

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10
总分皮尔逊相关性	.646**	.674**	.785**	.528**	.698**	.715**	.558**	.743**	.663**	.750**
显著性（双尾）	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
个案数	47	47	47	47	47	47	47	47	47	47

	V11	V12	V13	V14	V15	V16	V17	V18	V19	V20	总分
总分皮尔逊相关性	.712**	.751**	.744**	.675**	.620**	.620**	.704**	.649**	.601**	.512**	1
显著性（双尾）	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	
个案数	47	47	47	47	47	47	47	47	47	47	47

**. 在 0.01 级别（双尾），相关性显著.

*. 在 0.05 级别（双尾），相关性显著.

（4）课堂满意度问卷效度

表 6-3-8 课堂满意度问卷效度

		V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	总分
总分	皮尔逊相关性	.695**	.635**	.765**	.848**	.903**	.748**	.749**	.507**	.593**	.660**	1
	显著性（双尾）	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	
	个案数	46	46	46	46	46	46	46	46	46	46	46

**. 在 0.01 级别（双尾），相关性显著.

*. 在 0.05 级别（双尾），相关性显著.

由上述表格 6-3-5、6-3-6、6-3-7、6-3-8 可知试卷和问卷的相关性系数均大于 0.4，说明效度较好，能够比较准确检验高三数学二轮复习课堂教学实践研究的有效性.

6.4 实验数据分析

6.4.1 前测实验班和对照班的数据分析

（1）前测数学成绩的对比

统计高三第一学期期末市一模的实验班（4 班）和对照班（5 班）成绩如下，详细数据见附录. 采用独立样本的 t 检验对前测成绩进行统计分析，结果如下表 6-4-1 及 6-4-2：

表6-4-1前测数学成绩的对比

	班别	个案数	平均值	标准差	标准误差平均值
前测成绩	4	46	85.8043	13.79955	2.03463
	5	47	84.7447	14.52654	2.11891

表 6-4-2 前测数学成绩的独立样本检验

		莱文方差等同性检验		平均值等同性 t 检验						
		F	显著性	t	自由度	显著性（双尾）	平均值差值	标准误差差值	差值 95% 置信区间 下限	上限
前测成绩	假定等方差	.002	.969	.361	91	.719	1.05967	2.93924	-4.77878	6.89811
	不假定等方差			.361	90.920	.719	1.05967	2.93761	-4.77559	6.89493

从成绩的均值来看，平均值相差不大，实验班略高，标准差也相差很小，方差齐性 P 值为 0.969>0.05，说明可假定两组数据等方差.此时 t 检验的显著性概率为 0.719>0.05，得到结论：实验班与对照班的数学成绩没有显著性差异.

（2）前测数学学习兴趣的对比

通过数学学习兴趣调查问卷得到学生对对学生的学习兴趣得分，具体数据见附录，对比实验班（4 班）和对照班（5 班）的数据，通过独立样本 t 检验得到数据如下表 6-4-3 及 6-4-4：

表 6-4-3 前测数学学习兴趣的对比

	班别	个案数	平均值	标准差	标准误差平均值
兴趣前测	4	46	62.4783	15.70667	2.31582
	5	47	64.4681	15.05476	2.19596

表 6-4-4 前测数学学习兴趣的独立样本检验

		莱文方差等同性检验		平均值等同性 t 检验					
		F	显著性	t	自由度	显著性（双尾）	平均值差值	标准误差差值	差值 95% 置信区间 下限	上限
兴趣前测	假定等方差	.156	.694	-.624	91	.534	-1.98982	3.18997	-8.32631	4.34666
	不假定等方差			-.623	90.628	.535	-1.98982	3.19144	-8.32958	4.34993

通过上表可以看出数学学习兴趣的前测均值相差不大，方差齐性 P 值为 0.694>0.05，说明可假定两组数据等方差.此时 t 检验的显著性概率为 0.534 远大于 0.05，得到结论：实验班与对照班在实验开始时对数学的学习兴趣没有显著性差异.

（3）前测课堂满意度的对比

通过课堂满意度调查问卷得到学生对课堂满意度的得分，具体数据见附录，对比实验班（4 班）和对照班（5 班）的数据，通过独立样本 t 检验得到数据如下表 6-4-5 及表 6-4-6：

表6-4-5前测课堂满意度的对比

	班别	个案数	平均值	标准差	标准误差平均值
满意度前测	4	46	79.9565	13.72582	2.02376
	5	47	79.5106	16.75900	2.44455

表6-4-6前测课堂满意度的独立样本检验

		莱文方差等同性检验		平均值等同性 t 检验					差值 95% 置信区间	
		F	显著性	t	自由度	显著性（双尾）	平均值差值	标准误差差值	下限	上限
满意度前测	假定等方差	1.796	.184	.140	91	.889	.44588	3.18036	-5.87151	6.76327
	不假定等方差			.140	88.275	.889	.44588	3.17355	-5.86061	6.75238

通过上表可以看出数学学习兴趣的前测均值基本相同，方差齐性 P 值为 0.184>0.05，说明可假定两组数据等方差.此时 t 检验的显著性概率为 0.889 远大于 0.05，得到结论：实验班与对照班在实验开始时对数学的学习兴趣没有显著性差异.

6.4.2 后测实验班和对照班的数据分析

（1）后测数学成绩的对比

实验结束时，高三下学期市二模统考数据实验班（4 班）和对照班（5 班）成绩如下，详细数据见附录. 采用独立样本的 t 检验对后测成绩进行统计分析，结果如下表 6-4-7 及 6-4-8：

表6-4-7后测数学成绩的对比

	班别	个案数	平均值	标准差	标准误差平均值
后测成绩	4	46	88.6522	11.03171	1.62654
	5	47	83.3404	13.95688	2.03582

表6-4-8后测数学成绩的独立样本检验

		莱文方差等同性检验		平均值等同性 t 检验						
		F	显著性	t	自由度	显著性（双尾）	平均值差值	标准误差差值	差值 95% 置信区间 下限	差值 95% 置信区间 上限
后测成绩	假定等方差	2.200	.141	2.033	91	.045	5.31175	2.61235	.12264	10.50086
	不假定等方差			2.038	87.164	.045	5.31175	2.60580	.13258	10.49092

从成绩的均值来看，平均值相差约 4.7 分，实验班明显较高，标准差也略有差距，方差齐性 P 值为 0.141>0.05，说明可假定两组数据等方差.此时 t 检验的显著性概率为 0.045<0.05，得到结论：实验班与对照班的数学成绩有显著性差异. 实验班学生的成绩优于对照班学生的数学成绩.

（2）后测数学学习兴趣的对比

在市二模考试结束后，使用同样的问卷对学生作数学学习兴趣的问卷调查，具体数据见附录，对比实验班（4 班）和对照班（5 班）的数据，通过独立样本 t 检验得到数据如下表 6-4-9 及表 6-4-10：

表6-4-9后测数学学习兴趣的对比

	班别	个案数	平均值	标准差	标准误差平均值
兴趣后测	4	46	72.5870	12.50702	1.84406
	5	47	66.4681	12.52971	1.82765

表6-4-10后测数学学习兴趣的独立样本检验

		莱文方差等同性检验		平均值等同性 t 检验						
		F	显著性	t	自由度	显著性（双尾）	平均值差值	标准误差差值	差值 95% 置信区间 下限	上限
兴趣后测	假定等方差	.084	.772	2.357	91	.021	6.11887	2.59636	.96151	11.27623
	不假定等方差			2.357	90.964	.021	6.11887	2.59631	.96159	11.27616

从数学学习兴趣得分的均值来看，平均值相差约 6.1 分，实验班明显较高，方差齐性 P 值为 0.772>0.05，说明可假定两组数据等方差.此时 t 检验的显著性概率为 0.021<0.05，得到结论：实验班与对照班的数学学习兴趣有显著性差异. 实验班学生的数学学习兴趣得分明显高于对照班学生的数学学习兴趣.

（3）后测课堂满意度的对比

在市二模考试结束后，使用同样的问卷对学生作数学课堂满意度的问卷调查，具体数据见附录，对比实验班（4 班）和对照班（5 班）的数据，通过独立样本 t 检验得到如下表 6-4-11 及 6-4-12：

表6-4-11后测课堂满意度的对比

	班别	个案数	平均值	标准差	标准误差平均值
满意度后测	4	46	87.0652	7.47857	1.10265
	5	47	81.6383	13.88841	2.02583

表6-4-12后测课堂满意度的独立样本检验

		莱文方差等同性检验		平均值等同性 t 检验						
		F	显著性	t	自由度	显著性（双尾）	平均值差值	标准误差差值	差值 95% 置信区间 下限	上限
满意度后测	假定等方差	2.928	.090	2.339	91	.022	5.42692	2.32032	.81789	10.03595
	不假定等方差			2.353	70.929	.021	5.42692	2.30648	.82785	10.02599

从数学课堂满意度得分的均值来看，平均值相差约 5.4 分，实验班明显较高，方差齐性 P 值为 0.090>0.05，说明可假定两组数据等方差.此时 t 检验的显著性概率为 0.022<0.05，得到结论：实验班与对照班的对数学课堂满意度有显著性差异. 实验班学生对数学课堂满意度明显高于对照班学生对数学课堂的满意度. 说明教学实践对提升学生对数学课堂的满意度方面由显著效果.

6.4.3 前测和后测实验班数据对比分析

（1）前测和后测实验班数学学习兴趣的对比

由于对实验班（4 班）进行数学学习兴趣调查采用的是同一份调查问卷，所以对实验班数学学习兴趣得分的前测和后测数做一个对比分析，得到如下表 6-4-13 及表 6-4-14：

表6-4-13前测和后测实验班数据对比

	平均值	个案数	标准差	标准误差平均值
配对 1 兴趣前测4	62.4783	46	15.70667	2.31582
兴趣后测4	72.5870	46	12.50702	1.84406

表6-4-14前测和后测实验班数据的配对样本检验

	配对差值				t	自由度	显著性（双
	平均值	标准差	标准误差	差值 95% 置信区间			

			平均值	下限	上限			尾）
配对 1 兴趣前测4 - 后测4	-10.10870	12.73181	1.87720	-13.88958	-6.32781	-5.385	45	.000

从数学学习兴趣得分的均值来看，平均值相差约 10.1 分，后测数据明显增加，t 检验的显著性概率为 0.000<0.05，得到结论：实验班的前测和后测数学学习兴趣得分有显著性差异. 实验班学生的后测数学学习兴趣得分明显高于相应前测得分，得到结论：实验班对数学学习兴趣有显著提升.

（2）前后测实验班课堂满意度的对比

由于对实验班（4 班）进行课堂满意度调查采用的是同一份调查问卷，所以对实验班的数学课堂满意对得分的前测和后测数做一个对比分析，得到如下表格 6-4-15 及表 6-4-16：

表6-4-15前后测实验班课堂满意度的对比

		平均值	个案数	标准差	标准误差平均值
配对 1	满意度前测4	79.9565	46	13.72582	2.02376
	满意度后测4	87.0652	46	7.47857	1.10265

表6-4-16前后测实验班课堂满意度的配对样本检验

	配对差值					t	自由度	显著性（双尾）
	平均值	标准差	标准误差平均值	差值 95% 置信区间 下限	差值 95% 置信区间 上限			
配对 1 满意度前测4 - 满意度后测4	-7.10870	12.36523	1.82315	-10.78072	-3.43667	-3.899	45	.000

从数学课堂满意度得分的均值来看，平均值相差约 7.1 分，后测数据明显增加，t 检验的显著性概率为 0.000<0.05，得到结论：实验班的前测和后测课堂满意度得分有显著性差异. 实验班学生的后测课堂满意度得分明显高于相应前测得分，得到结论：实验班对数学与课堂满意度有显著提升.

6.5 实验结果

通过上述对比数据可以看出，在高三二轮复习实践开始时，实验班和对照班的数学学习成绩、数学学习兴趣以及对数学课堂的满意度都没有显著差异，但通过二轮不同的教学策略，在高三数学二轮复习结束时，实验班和对照班的数学学习成绩、数学学习兴趣以及对数学课堂的满意度却产生了显著性差异，同时实验班对数学学习兴趣和数学课堂满意度出现了明显的增加. 但是在高三复习统一备考且尽量保证外部因素相同的情况下，实验班数学学习成绩、对数学的学习兴趣和课堂满意度都出现了明显的提升，在一定程度上说明笔者进行的高三数学二轮复习的实践能够提升学生的能力、增加学生对数学的学习兴趣，提高学生对数学课堂的满意度.

7.结论与展望

7.1 研究总结

相较于高三一轮复习比较固定的的模式，高三二轮复习的策略就灵活多变、可操作空间大，效果差异明显. 同时为克服传统复习方法的缺点，本文基于数学核心素养的发展，通过调查高三数学复习课堂的现状，经过实践探究提出相应的课堂教学策略，再通过数据对比分析佐证相应策略的有效性，主要结论如下：

通过访谈和问卷的形式调查高三数学二轮复习现状，发现二轮复习教学中存在教师教学内容不聚焦、教学方法单一课堂枯燥、教学以教师为中心、课堂未有效提升学生的素养、甚至将二轮复习变成一轮复习的重复等问题，学生在学习的过程中存在钻研意识薄弱、学习不够深入、甚至跟课堂不跟老师等问题. 需要立足于数学核心素养寻找高效的教学策略，来改善高三二轮复习效率不高的现状.

应用案例辅助法和经验总结法，开展高三数学二轮复习的教学实践探究.通过专题的深度学习策略，以题型和思想的微专题深度教学，引导学生深入研究某一类问题，突破重点难点，凝练各个知识方法中蕴含的数学思想，实现“知识——方法——思想——素养”的一系列的转变.通过一题深研的拓展发散策略，以一题多解的形式拓展学生思维的角度，破除思维定势，培养思维的灵活性；以一题多变的形式培养学生的探索迁移能力，提高思维的发散性.通过题型专攻的速解策略，以题型的解题策略引导学生灵活使用多种方法解决问题，为全卷赢取高分创造条件；以新情境问题的解题策略引导学生如何快速熟悉一个陌生的情境或概念，从而建立模型解决问题；通过自主展示的互学互助策略，搭建学生自主展示的平台，提供表达交流相互学习的机会，从而产生思维的碰撞，促使学生积极思考，提高数学学习的兴趣.

应用实验研究法，对上述教学实践探究编制合适的调查问卷和试题，利用数学学习兴趣问卷调查表、数学课堂满意度调查表、高三上学期期末成绩与下学期二测成绩表获取具体的数据，通过信度和效度分析确保问卷和试题的有效性，再利用数据分析发现实验班和对照班的差异是显著的，从而确定核心素养下高三数学二轮复习课堂教学策略使得学生对数学课堂的满意度有了较大提升，对数学学习兴趣得到了增强，从而数学成绩获得提高.学生从二轮复习的课堂上不仅学到了知识，更学到了如何研究、如何学习的方法，在研究的过程中享受到了学习数学的乐趣，发现了数学的奥妙，大大提升了学习数学的兴趣，从而更乐意去钻研数学，数学的素养无

形中获得提升，自然而然的表现为数学成绩的提高.

与传统的高三数学二轮复习教学相比，本文传承了微专题、一题多变、一题多解的策略，在此基础上，结合核心素养的要求，课堂教学中更注重思想方法的渗透，注重核心素养的培养，教学更加深入.在传承的同时，本文增加了高考改革中的新题型的解题策略研究，如多选题和新情景问题的解题策略，得到了这些新题型的解决方法.本文还尝试了自主展示的互学互助策略，提升了学生展示自我和学习数学的积极性，取得了不错的效果！

7.2 研究不足与反思

高三数学的复习策略可供研究的文献资料很多，但是聚焦于高三二轮复习并和核心素养结合起来的文献资料较少，而且目前各个教师在如何落实数学学科核心素养的研究还有一定的差异，笔者对高三数学二轮复习教学中核心素养的渗透和培养的策略理解可能不够深刻，实践比较片面.

在教学实践中，影响教学效果的因素太多，笔者为比较教学效果的差异，尽量保持了外界因素的相同，尽力消除其他无关变量的干扰，希望以此来证明实验结果的差异是由教学策略的单变量变化引起，但事实上无法做到，所以实验结果的证明只是一定程度的佐证.

在进行教学实践时，笔者只选取了笔者所在的学校部分班级作为实验样本，但样本容量较小，若需要证明实践的更强有效性，还需要做更大范围的实践研究.

在制作调查问卷时，笔者参照各种文献，尽量保证问卷的科学性，但没有权威的问卷标准，所以实验的数据只有一定的参考性.

7.3 展望

笔者虽然通过核心素养下高三数学二轮复习教学策略的实践探究得到了一些结论，但二轮复习教学策略实践探究还可以进一步完善，有关学科核心素养与高三二轮复习结合的研究空间还比较大，笔者仍会在后续的教学中，加强理论研究，创新教学方法，继续探究实践，以提高高三数学二轮复习的效率，真正提升学生的数学核心素养.

参考文献

[1]中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准（2017 年版）[M].北京：人民教育出版社，2018：4-8.

[2]教育部考试中心.中国高考评价体系[M].北京：人民教育出版社，2019：6-7.

[3]王真.基于核心素养的高三复习策略研究[D].西南大学，2020：3-6.

[4]人民教育出版社，课程教材研究所，中学数学课程教材研究开发中心.普通高中教科书教师教学用书数学必修第二册[M].北京：人民教育出版社，2019：1-2

[5]张心心.高三数学复习课教学策略的实践研究[D].东北师范大学，2012：8-12.

[6]李青.高中数学有效教学复习的教学策略研究[D].江苏师范大学，2017：5-9.

[7]王真.基于核心素养的高三复习策略研究[D].西南大学，2020：3-9.

[8]刘志宏，张丽华，胡金生.教育心理学[M].辽宁：辽宁大学出版社，2005：53-57

[9]张心心.高三数学复习课教学策略的实践研究[D].东北师范大学.2012：8-10.

[10]张心心.高三数学复习课教学策略的实践研究[D].东北师范大学.2012：8-10.

[11]张海峰.一个问题引出的"微专题"——数形结合解绝对值不等式[J].数学教学通讯，2017（15）：11-12.

[12]周花香.对高三数学微专题复习中落实数学核心素养的思考[J].中学数学教学参考，2020，1-2：14-15.

[13]人民教育出版社，课程教材研究所，中学数学课程教材研究开发中心.普通高中教科书数学必修第二册[M].北京：人民教育出版社，2019：138.

[14]钱亚琴.如何在高三数学二轮复习中渗透数学思想方法[J].备考指南，2018，12：11-12.

[15]高慧明.数形结合法在解题中的有效应用——高中数学解题基本方法系列讲座[J].广东教育（高中版），2018（7）：34-36.

[16]史宁中，王尚志主编.普通高中数学课程标准（2017 年版）解读[M].北京：高等教育出版社，2018：66-69.

[17]黄壁.聚焦一题多解，展现多彩思维[J].中学数学教学参考，2021，11：31-32.

[18]张海营.从一题多解到多解归一[J].中学数学教学参考，2021，10：50-52.

[19]潘敬贞.高三数学二轮复习课的"一题多变"教学策略微探[J].数学通讯，2018，8：48-52.

[20]于瞳.高中数学例题教学现状及有效教学策略分析[D].华中师范大学，2021：43-44.

[21]吴新超.高三数学变式教学模式研究[J].数学教学与研究，2012，87：60-61.
[22]翟放明.应用“多题一类”与“一题多变”提高二轮复习的效率[J].中学数学，2012，12:36-37.
[23]王秀军，冯国强，王义东.把握多选特点，探求解决路径[J].中学数学教学参考，2021，9：62-64.
[24]吴志鹏.高考多选题的考查功能和教学启示[J].中学教研，2021，12：40-42.
[25]林菊芳.数学多选题的基本类型及破解策略[J].数理化，2021，31：69-70.
[26]人民教育出版社，课程教材研究所，中学数学课程教材研究开发中学.普通高中教科书教师教学用书数学必修第一册[M].北京：人民教育出版社，2019：1-11.
[27]曾凡兵.新课程背景下高中数学情景教学的研究[J].数学学习与研究，2019，2：18-19.
[28]教育部考试中心.中国高考评价体系说明[M].北京：人民教育出版社，2019：6-7.36-38.
[29]林武彧.新高考情境下高中数学核心素养培养的教学策略[J].高考，2019，3：202.
[30]武松.SPSS 实战与统计思维[M].北京：清华大学出版社，2019：326-327.

附录 1：高三数学教师教学现状的访谈提纲

亲爱的老师：

你好！非常感谢你能在百忙之中抽出时间来帮忙完成一份关于核心素养下高三数学二轮复习教学策略的实践研究课题，真诚的感谢您的宝贵意见和看法，谢谢！

1.请你谈谈你所任教班级的学生情况？

2.你所在班级二轮的时间与进度安排如何？

3.请你简单谈谈你的数学课的上课情况？

4.你认为高三数学二轮复习与一轮复习的差异在哪里？

5.新的课程改革以及高考改革对教学由影响吗？要做怎样的改变呢？

6.高三数学二轮复习教学内容如何选择？教学难度该如何把握？

7.请你谈谈学生在此阶段复习情况如何？

8.你对目前的复习模式是否满意，应该如何提高复习效率？

附录 2：高三学生数学二轮复习现状调查问卷

同学你好，为更好的做好高三二轮复习，我们设计了此问卷调查，各题答案无正误之分，希望你根据自己的实际情况，对问卷所涉及的问题如实回答. 你的诚实回答将提高本次研究的可信度，本次问卷不记名，谢谢合作！

1.你能感受到一轮复习与二轮复习的差别吗？

A 基本无差别　B 有，但不大　　C 有明显区别

2.你觉得高三二轮复习课堂教学难度大吗？

A　难度很大，经常听不懂　B 难度有点大，大多数都可以听懂

C 难度适中，基本都能听懂　D 难度太小，希望增加难度

3.你觉得数学课堂吸引你吗？

A 枯燥无味　B 很吸引我，绝大多数情况都很专注

C 视自己的精神状态而定　D 各占一半

4.在数学课堂教学中，老师的时间分配如何？

A.基本都是老师讲　B 讲练结合　　C 讲练结合，并积极提问

D 讲、练、提问有效结合，学生有较多展示的机会

5.你希望课堂上给学生展示的机会吗？

A 希望，这样可以调动学生思维

B 不希望，课堂展示影响学习效率

C 看情况而定

6.针对不同教学内容，课堂教学模式有变化吗？

A 没有，所有的课堂都一样

B 略有不同，但大同小异

C　教学模式有较大变化

7.在高三数学二轮复习课堂中，老师采取的教学形式是

A 完全讲授　　B 基本都是讲授法，偶有提问
C 边讲边提问　　D 交流互动，形式多样

8.试题讲评课时，你是如何听讲的？
A 整节课都会认真听　　B 只听自己不会的
C 一般都不听，靠自己研究清楚　D 难度太大，听不懂

9.复习过程中，你需要老师作学习方法指导吗？
A 不需要　B 需要　C 无所谓

10.数学学习过程中，你会自己开展一题多变吗？
A 会做题就行了，完全没必要　B 想，但不知道如何开展
C 偶尔　　D 经常

11.对于一题多解，你会
A 选择一种解法研究清楚　B 多种解法都研究清楚　C 看情况而定

12.数学学习过程中你最大的困难是什么？（多选）
A 概念经常记不清　B 想不到解题的方法　C 经常被成绩打击　D 课堂听不懂
E 其他

附录3：数学学习兴趣问卷调查表

同学们好，请你仔细阅读下列题目，根据题中所叙述的内容与你的相符程度给分，完全符合5分，基本符合4分，不确定3分，不太符合2分，完全不符1分. 每个问题只有一个答案，答案之间无对错之分. 本问卷回收只供教学研究参考，真诚的谢谢你的合作.

1.数学在我所有学科中按照喜欢程度排在第一.
2.我的学习主动性较强，能自觉完成学习任务.
3.我学数学时注意力高度集中.
4.我学数学时觉得时间过的很快.
5.当我遇到难题时，我喜欢钻研，并享受解题成功带来的快乐.
6.我上课能集中注意力听讲，并带着疑难问题积极思索.
7.在课堂教学中，我喜欢教师先让我自己思考，再引导，探索解答.
8.数学课堂上我从不走神、犯困.
9.我喜欢数学课堂中开展一题多解、一题多变、一题多思的教学方式.
10.课后作业我总是优先完成数学
11.我常会对老师讲解过的例题进行方法上的总结.
12.我常会迁移，整合不同的方法，并采用多种思路解题.
13.做完一道题后，我会继续推敲该题，可否推广变形或得到一般性的结论.
14.课外，我会自己购买辅导书增加自己做题的容量及难度
15.上完一个章节，我会列出知识框架，以便条理清晰的掌握本章内容.
16.考卷评讲过后，我会再把做错的题目整理到专门的错题本上.
17.我会经常根据自己的复习效果去相应的调整复习计划.
18.我对于做错的习题，能够反思解题过程，寻找错误原因.
19.我觉得数学中的东西很神奇，学数学是一件有意义的事情
20.如果可以自由选择，我会选择继续学习数学

我的得分是

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分										
题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
得分										

附录 4：数学课堂满意度调查表

同学们好，请你仔细阅读下列题目，根据题中所叙述的内容与你的相符程度给分，完全符合 9-10 分，基本符合 7-8 分，不确定 5-6 分，不太符合 3-4 分，完全不符 1-2 分. 每个问题只有一个答案，答案之间无对错之分. 本问卷回收只供教学研究参考，真诚的谢谢你的合作.

1..我觉得数学课堂很吸引我，上课时我从不走神、犯困

2.我认为老师上课前备课充分

3.我认为老师上课的深浅程度很适合我

4.我认为老师课堂容量、上课节奏很适合我

5.老师通常将复杂的知识讲的很清晰

6.我认为数学课堂讲练结合时间分配很合理

7.我认为老师在课堂上以专题的形式授课很适合我

8.我很喜欢老师在课堂上开展一题多解、一题多变

9.我喜欢老师在课堂上适当给同学展示的机会

10.我对老师的教学很满意

我的得分是

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得分										

附录5：高三上学期期末成绩与下学期二模测试成绩

实验4班	成绩前测	成绩后测	实验4班	成绩前测	成绩后测
1	89	94	24	98	91
2	89	92	25	90	75
3	89	81	26	96	106
4	50	80	27	94	91
5	76	97	28	63	64
6	102	101	29	74	66
7	75	77	30	95	89
8	81	96	31	86	94
9	70	100	32	109	94
10	97	81	33	70	112
11	88	84	34	74	86
12	72	89	35	91	91
13	84	63	36	108	89
14	82	86	37	75	78
15	93	87	38	88	110
16	102	98	39	74	83
17	101	79	40	101	85
18	88	91	41	81	70
19	104	100	42	68	95
20	85	99	43	76	84
21	76	89	44	63	96
22	100	95	45	95	81
23	113	102	46	72	87

对照 5 班	成绩前测	成绩后测	对照 5 班	成绩前测	成绩后测
1	71	97	25	117	91
2	95	75	26	86	82
3	95	82	27	93	103
4	84	52	28	85	92
5	66	67	29	86	72
6	66	56	30	85	84
7	82	87	31	99	88
8	58	81	32	97	103
9	61	83	33	101	82
10	94	86	34	60	68
11	89	58	35	108	100
12	93	102	36	65	58
13	84	81	37	101	78
14	64	61	38	83	85
15	61	59	39	87	99
16	100	79	40	91	97
17	75	104	41	91	96
18	99	80	42	91	85
19	83	87	43	89	88
20	98	97	44	77	66
21	86	90	45	79	81
22	72	86	46	90	103
23	95	96	47	51	76
24	100	94			

附录 6：学生数学学习兴趣得分表

实验 4 班	兴趣前测	兴趣后测	实验 4 班	兴趣前测	兴趣后测
1	73	85	24	54	68
2	43	75	25	73	68
3	39	73	26	66	64
4	90	100	27	60	63
5	54	62	28	75	81
6	68	83	29	63	64
7	57	77	30	41	75
8	36	40	31	81	82
9	54	51	32	64	66
10	68	54	33	55	63
11	93	94	34	69	80
12	52	57	35	79	80
13	61	74	36	67	82
14	74	80	37	49	66
15	43	63	38	82	82
16	67	71	39	68	69
17	80	86	40	68	69
18	56	58	41	31	86
19	54	62	42	47	73
20	71	72	43	85	86
21	98	99	44	71	80
22	60	81	45	49	54
23	50	80	46	36	61

对照 5 班	兴趣前测	兴趣后测	对照 5 班	兴趣前测	兴趣后测
1	34	84	25	63	71
2	60	75	26	56	67
3	52	54	27	84	79
4	47	46	28	57	56
5	56	63	29	60	65
6	76	59	30	75	68
7	62	80	31	42	59
8	54	59	32	69	61
9	54	58	33	83	61
10	89	86	34	63	56
11	67	62	35	53	50
12	82	74	36	83	80
13	81	86	37	56	56
14	89	70	38	37	55
15	80	71	39	70	67
16	72	77	40	53	64
17	71	77	41	70	68
18	67	78	42	63	64
19	48	56	43	70	63
20	33	50	44	89	94
21	34	24	45	72	83
22	87	74	46	63	63
23	67	65	47	66	78
24	71	68			

附录 7：学生课堂满意度得分表

实验 4 班	满意度前测	满意度后测	实验 4 班	满意度前测	满意度后测
1	76	88	24	80	83
2	50	80	25	92	84
3	62	82	26	82	82
4	90	95	27	86	87
5	75	80	28	94	94
6	91	95	29	89	89
7	56	98	30	60	86
8	82	86	31	94	94
9	85	82	32	90	93
10	88	73	33	62	76
11	94	94	34	86	88
12	68	70	35	50	90
13	80	80	36	92	92
14	98	98	37	66	76
15	73	73	38	92	96
16	83	88	39	87	84
17	86	89	40	76	82
18	80	81	41	94	98
19	87	87	42	60	83
20	81	81	43	92	92
21	100	100	44	78	88
22	90	100	45	90	92
23	54	92	46	57	84

对照5班	满意度前测	满意度后测	对照5班	满意度前测	满意度后测
1	70	97	25	89	85
2	86	75	26	68	84
3	100	77	27	93	88
4	80	79	28	97	94
5	53	80	29	79	86
6	100	71	30	98	80
7	45	47	31	62	77
8	90	81	32	95	90
9	76	96	33	58	80
10	94	89	34	78	74
11	97	84	35	62	78
12	92	89	36	88	74
13	54	97	37	87	79
14	100	100	38	90	81
15	96	87	39	82	92
16	58	91	40	64	73
17	72	89	41	88	79
18	66	80	42	97	85
19	87	77	43	74	95
20	76	88	44	84	91
21	34	31	45	84	97
22	97	92	46	89	84
23	43	34	47	79	81
24	86	79			

致谢

首先我要感谢我的导师刘敏思老师，刘敏思老师给了我精心耐心的帮助，在我写论文的过程中给了很多宝贵的意见，从论文的开题、写作、初审、定稿，每一步都离不开刘敏思老师的积极引导. 刘老师渊博的学识、严谨的态度、负责的态度都让我敬佩不已，在此表达我深深的谢意和敬意.

其次，我也要感谢数学与统计学学院的老师，在他们专业教学的教导下，我学到了丰富的专业知识，严谨的求学态度. 从教学理论到教学实践，解决了我长期以来教学中的困惑，是我获益匪浅.

最后，我还要感谢我工作单位的全体同事以及同学，在问卷调查过程中和论文写作过程中给以我大力的帮助，还要感谢我的家人，在求学的路上一直支持我、鼓励我！