

数学史与初中数学教学的有机融合^{*}

● 济南大学数学科学学院 张颖 李晓娜

摘要:随着数学史育人价值的提出与重视,越来越多的教育研究者逐步开始关注数学史与数学课堂教学的有效结合.数学史与数学教育发展息息相关,因此要深入挖掘并有效发挥数学史的育人价值,让数学史更好地服务数学教育、更有效地促进学生整体素质的提升.本文中分别从教师角度、教学角度、学生角度阐述数学史与数学课堂教学相融合的策略,并在实践中不断修改与完善.

关键词:数学史;中学数学;融合;教学策略

数学学科是历史上最悠久的学科之一,从古代的结绳计数到如今电子计算机的快速运算,从丈量田亩的唯一用途到如今渗透到各学科的广泛理论,大量数学方法、数学思想的出现与发展,构成了绚丽多彩的数学史.只有深入了解数学的发展历史才能更加全面地认识这门学科,才能更加透彻地厘清人类文明的发展史.

融合可以解释为两个不同的系统(群体)在经过一定的摩擦碰撞后融为一体,融合后二者会相互影响、相互促进.数学史与数学教育融合,就是指在一定的教育目标的指引下,将数学史合理地渗透到数学课堂中,更容易帮助学生理解数学概念、掌握数学思想方法等.数学史与数学教育的有机融合要根据数学学科本身的特点进行,融合后会产生数学学科固有的特征.如促进学生理解数学概念、数学命题等,帮助学生掌握数学独有的思想方法,提升学生对数学学习的兴趣.

1 数学史与教学有机融合的意义

陈省身先生曾经说过:“了解历史的变化,是了解这门科学的一个步骤.”数学史为数学研究者、数学教师提供了迈向更高思维层次的阶梯.在数学教学过程中渗透数学史,既能丰富课堂的文化内涵,又能提高学生的历史涵养,因此全面了解数学史融入数学教育的价值是必要的.

作为一名中学数学教师,不仅要掌握详细、全面的学科知识、教育学知识,还要掌握数学知识的发展

背景、历程,数学思想方法的形成、演变、发展过程等.数学涉及到的每一个知识点都是人类数千年思考与积累的结晶,数学中每一条定理、公理的出现一定程度上都与社会生产生活密切相关.教师只有深入了解数学知识的起源、发展,才能将“活”的数学知识呈现给学生,加速学生对数学知识的理解,提高课堂教学效率.

数学史与数学教学融合,不仅能革新教师本身的知识体系、更新知识观和教学观,还能有效指导学生,让学生体会数学知识产生、发展、修正、再发展的文化脉络,体会数学在人类历史发展进程中的重要作用.

2 数学史与数学教育融合的策略

2.1 教师方面

数学史是每一位数学教师的必备知识,因此,如何提高数学史素养是教师值得深入思考的问题.结合文献阅读与思考,笔者认为可采取以下措施:

(1)积极主动学习数学史知识,提升数学史素养

数学史素质的提升离不开数学史知识的学习、数学史教育价值的认识与补充、数学史应用能力的提升.教师在教学外的闲暇时间有意多读一些数学史方面的著作与文章杂志;随着信息时代的发现,无纸化阅读、短视频讲解逐渐成为常态,因此还可以利用微信公众号、视频号等学习一些数学史方面的知识.另外,调整好学习心态,学会利用碎片化时间去吸收一些短小精悍的数学史知识.

(2)总结数学史融入数学课堂的案例,创建教学

^{*} 项目信息:本文系2021年山东省研究生教育质量提升计划项目“基于SPSS的《教育统计学》教学案例库建设”(项目编号:SDYAL21121),2021年济南大学研究生教学改革研究项目“基于案例教学的教育统计学课程改革研究”(项目编号:JDYY2114)的研究成果.

资源库

亲自设计完整的数学史融入教学的案例,能快速提升教师的数学史素养,但现实是残酷的,一些数学教师并没有积累足够多的数学史知识,加上平时教学任务繁重,没有足够多的时间设计并实践一个完整数学史融入教学的案例,因此,教师在教学过程中需多注意收集数学史知识,并总结数学史知识融入数学课堂教学的案例,使之形成一个较为完整且有待补充的教学资源库。若将每个教师总结的数学史教学资源库汇总起来,就会形成一个容量大、内容丰富的数学史教学资源总库。因此,如何迅速设计出融合数学史知识的教学案例,并有意识地总结、归纳使之整理形成一个资源库是各位一线教师以及研究者们值得深入思考的问题。

通过查阅、阅读、分析文献可知,关于案例库建设的研究约五成集中于高等教育,且多应用于医学;仅有4%的研究集中于中学教育,且多用于政治、英语与汉语言。关于数学教学资源库建设的研究较少,关于数学史与数学教育融合案例库建设的研究更需投入大量时间与精力。

数学史与数学教育融合案例库的建设主要采用一个个有教学意义与育人意义的真实教学片段,要求既包含完整的教学对话,又包含案例的思考与补充。案例库素材的来源广泛,包含各级各类一线教师亲身经历的教学案例、重点教育期刊中的案例、网络检索得到的案例。案例入库时,内容要做到完整准确,格式要做到规范统一,并设置一定的编号,便于后续检索与修改^[1]。

例如,初一数学史与数学教育融合案例库的建设可以按照如下方式进行:①按课本知识顺序编号(顺序与课本知识内容顺序一致,便于快速检索),如北师大版七年级下册2.1有理数——汤斯达故事;②按数学史内容编号(该方式以数学史为线索提升教师的发散思维),如割补法——完全平方公式/勾股定理。

(3)积极参与并尝试开展有关数学史知识的培训或者课题研究项目

教师专业素质的提升离不开继续教育和开展课题研究。有一些学校会进行有关数学史知识的培训,要求教师积极参与并整理资料、总结经验。但是,部分学校并没有意识到开展数学史培训的重要性。教师可通过深入了解数学史融入数学教育的价值,勇于提出自己的想法,积极申请有关数学史的课题研究项目。做好该项工作需做到:阅读、整理、提供大量经典的数学史

资料;把握最新发展方向并结合教学实践给出研究主题;制定合理规范的评价标准;撰写完整的项目申请书。

2.2 教学方面

数学史与数学教育融合的最佳途径是课堂教学,具体来说就是将与课堂知识相关的数学史知识融入到课堂中。将数学史融入数学课堂要注意合理利用,不是为了讲历史故事而引入,而是追求历史故事与数学知识的契合。用历史故事解释现实知识,重现历史知识的发展与演变,为数学知识注入生命力,使数学概念、定理等通俗易懂,开发学生数学思维。数学史与数学教育的融合从宏观上可分为直接融合法和间接融合法,下面展开详细介绍。

(1) 直接融合法

直接融合法是指将数学史直接呈现在学生面前,为学生提供生动的数学史材料。如通过以下方式将数学史直接融入课堂:

①介绍定理的发展过程。将多元的数学文化、数学发展史引入数学课堂中,首先引导学生学会欣赏多样的数学文化,其次鼓励学生从多方面考虑问题,最后借助数学史与数学课堂碰撞产生的奇妙火花,促进学生发展多元思维和创造性思维。丰富多彩的数学发展史会让学生认识到,在不同文化的孕育下会产生不同的数学思想方法,进而认识到文化的多元性导致数学发展的多元化。

例如,勾股定理的证明可以追溯到我国数学家赵爽的弦图证明法、古希腊数学家毕达哥拉斯的演绎法。通过历史故事的讲解,一方面加深学生对知识的理解,另一方面向学生展示数学的无穷魅力,增强学生学好数学的信心。

②介绍历史上各种名题、悖论。中学数学课堂中常常会出现类似于题海战术的机械训练,耗尽了学生对数学学习产生的浓烈兴趣,导致部分学生谈数学色变,更不敢尝试学好数学。著名教育心理学家布鲁纳认为对学习内容产生兴趣是引起学生注意的最佳刺激。如果教师在教学中有意引入一些内涵丰富、生动形象的教学材料,如数学史知识,能大大提升数学课堂对学生的吸引力,进而激发学生对数学学习的信心,从根本上改变数学学习的态度。

例如,用尺规法无法完成的三大作图难题、欧拉用一笔画方法解决的哥尼斯堡七桥问题、引发第二次数学危机的贝克莱发难、引发第三次数学危机的罗素悖论等,让学生清楚地认识到:问题是数学发展的心

脏.每一个难题、每一个悖论的提出都是对数学发展的一次挑战,需要数学家在原有的理论上发现或者创造出能解决难题的理论或方法,从而促进数学理论的不完善,推动数学的发展.

(2)间接融合法

间接融合法不明确地讲历史,而是以历史为线索展开教学,用历史上总结出来的思想方法来启示教学.该方法以历史为背景、以数学家的角度、数学史的思想为依托让学生经历整个证明过程,使学生的思维得到质的飞跃.

例如,在研究三角形的内角和定理时,在课堂中首先要求学生在提前准备好的空白纸上用铅笔和直尺画出多个任意形状的三角形,锻炼学生动手能力,鼓励学生用量角器量出已画出三角形所有内角的大小,再自己探索三角形三个内角度数的数量关系并展开小组讨论.学生会陆续得出结论:三角形的三个内角的度数和是 180° .得到此结论后,抛砖引玉,提出问题:任意三角形的内角和都是 180° 吗?大多数学生很快给出他们猜想的答案,并给出肯定的回答.接下来,引导学生验证自己的猜想,在验证的过程中让学生学会推理论证等证明方法.通过教师的引导,学生动手在画出的三角形中作平行线,借助平行线定理并利用等量代换验证先前的猜想是正确的.回顾整个验证的过程,实际上是让学生自己经历归纳结论、猜想结论、演绎结论的完整过程.

数学致力于研究现实世界抽象出的数量关系与空间形式,简言之,数学致力于研究数与形的关系.数形结合思想是数学中常用且重要的一种思想方法,源于数与形之间的密切联系与相互影响.著名数学家华罗庚先生对数形结合思想有着深刻的理解:“数缺形时少直观,形少数时难入微,数形结合百般好,隔离分家万事休.”这首诗将数与形之间的微妙关系展现得淋漓尽致.数形结合思想可以理解为将严谨抽象的数量关系与直观明确的几何图形融为一体,以形助数、以数释形.

例如,在学习“平面直角坐标系”这节课时,设计如下活动:根据给定坐标,绘出适宜的图形;根据给定图形,写出准确的点的坐标.在学习的过程中向学生介绍笛卡儿坐标系以及笛卡儿在数学上做出的贡献,以达到加深学生对数形结合思想理解的目的,同时提高学生数学学习的兴趣,增强学生的共情能力^[2].

间接融合法对教师的要求很高,需要教师了解所学主题背后的历史,理解知识点发展过程中的关键

点、难点,重构知识点的发展环节,使之与课堂教学契合.但是,无论何种引入方式都要注意立足于学生的实际情况^[3].

2.3 学生方面

教育的宗旨是培养人.要更好地实现数学史与课堂教学相融合,必须将落脚点放在学生本身,换句话说,教学要基于学生.但是教学仍需超越学生、读懂学生、尊重学生,数学史的选择与组织要符合学生的身心发展规律、认知水平和已有的知识经验^[4].

教师可从以下三方面定位学生已有的经验:(1)关注学生学习的起点,换言之,关注学生对已学知识的掌握程度及对将要学习知识的了解程度;(2)关注学生学习过程中的困难点,有针对性地设置一堂课的重点教学环节;(3)关注学生的顿悟点,预设合适的教学环节,思考如何才能最大程度地启发学生^[5].

例如,“一次函数”第1课时引入环节中,介绍李善兰(中国数学家)著作的发展历程,了解函数二字的由来、意义,加深学生对函数概念、表示方法的理解.该设计既衔接了学生已掌握的知识、扩展了“函数”的内涵与外延,又契合了本堂课教学的重难点,数学史与教学过程的融合离不开学生本身的体验与思考,如何落实以生为基、以史立人、研史促育,值得各位一线教师深入思考.

3 反思与展望

随着素质教育的提出,数学史与数学教育的融合受到越来越多的关注,国内许多数学教育家发表了许多关于数学史与数学教育融合的论文,但是数学史与数学教学融合的具体教学案例不多,且没有形成系统的案例库.因此,需要教师结合数学史开展具体的教学设计,并在实践中不断修改与完善.

参考文献:

- [1]杨文宁.数学史融入有理数教学的实验研究——以济南市某中学为例[D].天津:天津师范大学,2022.
- [2]张俊忠.数学史融入初中数学教育的研究[D].武汉:华中师范大学,2015.
- [3]卢英微.数学史融入初中一元一次方程教学的研究[D].天津:天津师范大学,2022.
- [4]王艳芝,张春莉,高方方.数学史视角下学科育人的实施路径[J].教育科学研究,2022(7):59-65.
- [5]龙家斌.HPM视角下的初中函数教学行动研究[D].上海:华东师范大学,2022. 