



# 数学实验中思维可视化实践探索

——以“拼图·公式”实验教学为例

江苏江阴市南闸实验学校(214405) 陆程

**[摘要]** 数学实验教学注重学生动手操作和实践。数学实验能有效提升学生的创新素养和实践能力,是助力数学思维可视化的重要载体。文章以“拼图·公式”实验教学为例,阐述如何通过实验教学助力数学思维可视化。

**[关键词]** 数学实验;数学思维;可视化

**[中图分类号]** G633.6 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1674-6058(2023)05-0001-03

数学实验是通过动手动脑“做”数学的一种数学学习活动。数学实验教学强调从做实验中学,力图通过做实验这一过程,培养学生的动手能力、解决问题的能力 and 创新精神,帮助学生积累数学活动经验。数学实验教学可将抽象的数学知识通过具体的实验活动展现出来,使学生的思维过程、思想方法和实验成果都变得可感知、可观察、可操作、可呈现。

本文以“拼图·公式”实验教学为例,将数学中的整式乘法及二次三项式转化为长方形的面积,使抽象的数学公式可视化,通过数学实验拼图展示数与形之间的紧密联系。

## 一、深入研究教材,把握教学起点

“拼图·公式”是苏科版数学教材七年级下册第9章“整式乘法与因式分解”中的内容。从知识结构来看,学生已经能够进行整式的乘法运算,能够用提公因式法和公式法进行因式分解。本节课的教学目标是借助图形面积将整式乘法和因式分解这两种运算变得可视化,加深学生对所学知识的理解。从活动经验迁移来看,学生已经积累了通过拼图探究新知的经验,初步感悟了数形结合思想。从能力素养来看,学生在经历“从具体问题抽象出数学问题—建立模型—综合运用已有知识解决问题”的过程,以及观察、比较、拼图、计算、推理等过程后,其研究过程得以可视化,进一步提升自身的深度学习能力。

## 二、精心设计实验,打造思维课堂

### (一)融“数”于“形”,使抽象思维具体化

**[活动规则]** 学生4人为一组进行小组合作,任意选取一定数量的卡片(如图1,每种卡片至少用一次),尝试拼成一个新的长方形,并通过不同的方

法计算其面积。

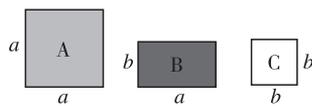


图1

思考:我们可以如何计算长方形的面积?

**[师生活动预设]** 4人小组能通过卡片拼出多种长方形,并求得其面积。其中,小组1拼成的一种长方形如图2所示。



图2

师:你是如何求该长方形的面积的?

生1:该长方形的长为 $(3a + b)$ ,宽为 $(a + b)$ ,因此长方形的面积为 $(3a + b)(a + b)$ 。

生2:它是由3张A型卡片、4张B型卡片和1张C型卡片拼得的,因此面积可表示为 $3a^2 + 4ab + b^2$ 。

师:这两个式子有怎样的大小关系?

生3:这两个式子都表示该长方形的面积,因此它们相等,即 $(3a + b)(a + b) = 3a^2 + 4ab + b^2$ 。

师:非常好!现在请各小组尝试用这两种方法求相应长方形的面积,并将得到的等式写到黑板上。

(各小组写出等式)

师:现在同学们能通过这些等式说出所拼长方形的特征吗?

生4:可以。等式的一边是多项式乘多项式,代表长方形的长和宽,另一边是多项式,可以由多项式每一项的字母确定卡片的类型,由每一项的系数确定相应卡片的数量。

**设计意图:** 由拼图到等式,让学生体会“形”与“数”之间的关系,并能由“形”到“数”地表示面积,

**[基金项目]** 本文系江阴市教育科研专项资金重大项目“走向学科育人的‘数学实验’区域推进实践研究”(JY2021A03)的研究成果。

或者由“数”到“形”找到长方形的长和宽,同时根据多项式确定图形中卡片的类型和数量,赋予抽象的数学公式具体的实际意义,让抽象思维具体化。

## (二)由“数”到“形”,使思维认知结构化

【环节一】请4人小组合作,用以下3种卡片(如图3)拼出长为 $(3a+2b)$ 、宽为 $(2a+b)$ 的长方形。

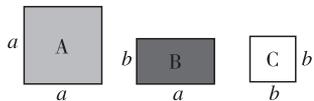


图3

思考:还可以如何计算长方形面积?得到怎样的等式?

[师生活活动预设]一小组成员挑战失败。

师:这位同学,你在解决问题的过程中遇到了什么困难?

生1:我已知长方形的长和宽,但是不知道卡片的类型和数量,也不知道这些卡片该如何摆放。

师:很好,你总结反思得很全面,有哪个同学能帮助她解决困难呢?

生2:我们可以先利用整式乘法,在得到多项式后,再根据多项式确定卡片的类型和数量。

生3:我们可以先尝试用3张A型卡片和2张B型卡片拼出长 $(3a+2b)$ ,再用2张A型卡片和1张B型卡片拼出宽 $(2a+b)$ ,最后用相应卡片将剩下部分填充,如图4所示。

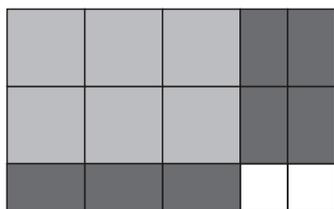


图4

师:可以得到怎样的等式呢?

生4:根据两种计算长方形面积的方法得到如下等式。

$$(3a+2b)(2a+b) = 6a^2 + 7ab + 2b^2$$

【环节二】任意写出一个形如 $(\square a + \square b) \cdot (\square a + \square b)$ 的式子( $\square$ 为正整数),你能否用卡片拼成一个长方形,并借助拼图得到整式乘法的结果?

思考:以上活动说明了什么?

师:根据以上的活动,你有什么收获?

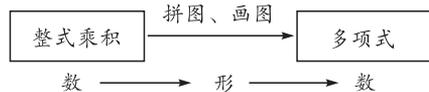
生5:我们可以通过拼图得到等式,计算多项式乘多项式。

师:如果没有卡片拼图,你能想到其他办法吗?

生6:可以画图。

师:非常棒!我们可以通过拼图或画图计算整式的乘法。

整式的乘法:



【环节三】选取适当卡片(如图5),拼成一个面积为 $a^2 + 3ab + 2b^2$ 的长方形。

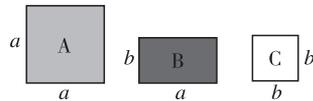


图5

思考:1.我们还可以如何计算长方形的面积?可以得到怎样的等式? 2.以上活动说明了什么?

生6在黑板上完成拼图并写出等式:

$$a^2 + 3ab + 2b^2 = (a+b)(a+2b)$$

师:你是如何完成拼图的?

生6:根据条件可以知道A型卡片有1张,B型卡片有3张,C型卡片有2张,可以先挑出卡片再拼图。

师:非常好!我发现大家的拼图方式有好多种,我们一起来分析以下两种(如图6、图7),你们觉得哪种拼图方式更好?

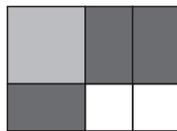


图6



图7

生7:第一种更好,因为卡片摆放更有序。

师:结合黑板上的拼图(如图2、图4、图6),思考A、C两张正方形卡片摆放的位置有什么特点。

生8:都处于对角线的位置。

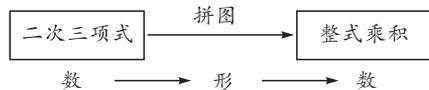
师:为什么要这样摆放呢?

生9:因为A、C这两张正方形卡片的边长不一样,摆放在一起会增加后面拼图的难度,直接摆放在对角线的位置后,只需要用B型卡片填充剩下的位置即可。

师:说得太好了。根据所得的等式,你又能得到什么结论呢?

生10:根据拼图可以将二次三项式进行因式分解。

因式分解:



【环节四】如果任意写一个关于 $a$ 、 $b$ 的二次三项式,形如 $\square a^2 + \square ab + \square b^2$ ( $\square$ 为正整数),你能否用准备好的卡片拼成一个长方形,并使这个长方形的面积可以用这个式子表示?

思考:任意一个关于 $a$ 、 $b$ 的二次三项式,是否都能用拼长方形的方法进行因式分解?



**设计意图:**让学生初步认知通过拼图可以进行整式乘法计算,也能够解决简单的二次三项式的因式分解;通过自由填空,将问题研究引向深入,由特殊到一般,让学生形成思维认知结构,感受利用拼图进行整式乘法的一般性及利用拼图进行二次三项式因式分解的局限性。

### (三)以“形”解“数”,使问题认知多样化

**思考:**根据本节课的学习经验,你能计算 $(a + b + c)^2$ 吗?

[学生活动预设]学生能通过拼图发现没有办法拼出图形,以及卡片类型不够,并由此想到了用画图的方法解决。

师:同学们真的很棒!你们还能提出其他值得研究的问题吗?

生1:刚刚研究的都是二次方的问题,那么能否通过拼图计算三次方的问题,如 $(a + b)^3$ ?

师:这是一个非常有价值的问题,同学们能解决吗?

生2:刚才二次方的问题是看成正方形的面积,这个三次方的问题可以看成是正方体的体积,先通过搭积木的方式搭出一个棱长为 $(a + b)$ 的正方体,然后将其中每一个小长方体的体积相加就能得到所求结果。

**设计意图:**根据之前的活动经验,设计问题串,使学生不仅可以从“数”的角度看待问题,还可以从“形”的角度解决“数”的问题。这既能加深学生对整式乘法与因式分解的认识,又能让学生再次体会以“形”解“数”的直观与巧妙,对代数问题的认知更加多样化。最后一个三次方的问题将本节课的学习推向高潮,促进学生思维的可视化。

### 三、深度反思过程,引领思维可视

思维可视化就是通过直观形象的手段,将抽象的不易直接发现的思维展示在人们面前,就数学学科而言,思维可视化就是将那些隐藏的思维过程通过可见的图示或实物等展现出来的过程。思维可视化主要涉及心理维度、智能维度和效能维度,如表1所示。

表1 思维可视化的三种维度

心理维度	智能维度	效能维度
直观形象,可以将复杂的知识结构具体化,从而使学生产生学习兴趣,形成较为强烈的学习动机。	使学生在梳理数学知识后重构知识体系,并采用结构化的方式将其进行展示。	更有利于学生在理解知识的基础上进行知识体系的建构,促进学生学习效能的提高。

下面就从心理维度、智能维度和效能维度这三个维度来具体阐述如何通过数学实验教学助力思维可视化。

### (一)激趣

从心理维度来看,数学思维可视化需要教师在实验教学过程中创设各种情境,将原本深奥的数学知识转化为可视的实验操作,激发学生的学习动机。在直观形象的数学实验操作中,学生既可获得极为丰富的情感体验,又可轻松习得知识。如在“拼图·公式”这节课中,教师依据学情设计了丰富的实验活动,由简单到复杂,由特殊到一般,让原本枯燥的代数知识与形象的几何图形相关联,将抽象思维具体化,使实验课堂充满活力。

### (二)促解

从智能维度来看,“趣”是一种外在的形式,而“理解”则是智能层面的建构。数学实验教学中可视的操作过程能加深学生对数学知识的理解,通过由浅入深的实验探究促进学生的思维认知结构化。本节课中,教师将拼图这一实验活动与整式乘法及因式分解的知识有机结合,先由“形”到“数”,再由“数”到“形”,既让学生掌握了数学知识,又让学生充分体会了数形结合思想,促进了知识的结构化生成。

### (三)致用

从效能维度来看,数学实验教学中可视的实验成果能提高学生的知识迁移能力,使学生学会将所学的知识与技能运用到新的数学情境之中,用于解决新的问题。本节课的最后笔者将数形结合表示面积应用到新的情境中,并使得内容更复杂,从两项到三项;形式更多样,从拼图到画图;研究更深入,从平面到立体。本节课中的所有代数问题都通过拼图转化为几何问题解决,给学生提供了新的思考路径,促进学生思维认知的多样化。

新课标要求,学生应当有足够的时间和空间经历观察、实验、猜测、计算、推理、验证等活动的过程。进行数学实验是使思维外显的重要手段,已经成为数学课堂教学不可或缺的环节。数学教师应该深入研究教材,结合学生的学习经验,创设数学实验活动,促使学生在实验中理解知识、积累活动经验,并使数学教学具体化、结构化、多样化,以更好地提升学生的深度学习能力。

### [ 参 考 文 献 ]

- [1] 董林伟.“做数学”:中小学生学习适合教育的实践构建[J].教育研究与评论,2021(3):16-21.
- [2] 钱学翠.数学思维可视化:促进深度学习真实发生[J].小学教学设计,2021(29):6-8.
- [3] 高杰.数学实验教学中思维可视化的探索与实践[J].教学与管理,2022(26):33-36.

(责任编辑 黄桂坚)