

返朴抱真 四翼齐飞 稳中求进

——2023 年高考数学新课标 II 卷评析与思考*

马 杰 (安徽省宿州第二中学雪枫中学校区 234000)

摘 要 2023 年高考数学新课标 II 卷注重强基固本, 聚焦素养. 本文从高考试题出发, 分析落实四翼的要求, 从而为优化课堂教学, 提升教学效度, 体现数学本质, 提供备考复习方向, 以此促进教学评有机的统一, 发挥数学学科的育人作用.

关键词 高考数学; 新课标 II 卷; 试卷评析

文章编号 1004-1176(2023)08-0006-05

2023 年教育部考试院命制的高考数学新课标 II 卷供辽宁、海南、重庆、安徽、山西、吉林、黑龙江、云南等地使用, 该套试卷遵循《中国高考评价体系》的要求, 目的在于将育人和育才相统一, 培养拥有“四个自信”的时代新人. 试题具有良好的信度和区分度, 发挥了“价值引领、素养导向, 能力为重、知识为基”的作用, 体现了数学作为基础学科的功能, 对引领数学课堂教学有着重要的意义.

1 试题特点: 返朴抱真, “四翼”齐飞, 稳中求进

1.1 注重基础知识的考查, 突出基础性

高中数学教材中的概念、性质、公式、法则、公理、定理等是构建高中数学基础知识体系的核心, 也是解答数学问题的基石. 概念是思维的细胞, 通过对数学概念的理解, 可以建立起清晰的数学思维框架; 公式、法则、性质、定理等是从数学的角度对现实世界客观存在事物的概括性的表达, 灵活运用这些内容有助于开拓学生的思维, 帮助学生“会用数学的语言表达现实世界”.

典例 1 (新课标 II 卷第 14 题) 底面边长为 4 的正四棱锥被平行于其底面的平面所截, 截去一个底面边长为 2, 高为 3 的正四棱锥, 所得棱台的体积为 _____.

解析 由棱台性质可知, 上下两个底面相似比为 1:2, 设棱台的高为 h , 则 $\frac{3}{3+h} = \frac{1}{2}$, 所以截后棱台高为 3, 故棱台体积 $V = \frac{1}{3}(2^2 + 4^2 + \sqrt{2^2 \times 4^2}) \times 3 = 28$.

评析 本题属于基础题, 重点考查棱台的体积公式(需要记忆)和相似的知识. 当然, 本题还可以利用棱锥的体积公式, 大四棱锥的体积减去小四棱锥的体积, 即得棱台的体积. 本套试卷包含了一定比例的基础性试题, 如第 1~4, 13 题等, 这些试题涉及到集合、复数、抽样方法、组合、函数、向量等知识点. 旨在引导学生注重打牢基础, 掌握进入高校学习的必备知识.

1.2 注重基本技能的运用, 彰显综合性

数学基本技能主要是指能够按照一定的程序与步骤进行熟练操作的数学具体方法^[1], 包括数学运算能力、逻辑推理能力、抽象概括能力等. 数学基础知识是形成数学基本技能的载体, 需要学生在复杂试题情境中综合利用所学的数学知识和方法解决问题.

典例 2 (新课标 II 卷第 11 题(多选)) 已知函数 $f(x) = a \ln x + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2}$ ($a \neq 0$) 既有极大值也有极小值, 则().

- A. $bc > 0$ B. $ab > 0$
C. $b^2 + 8ac > 0$ D. $ac < 0$

解析 由题意知, 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, $f'(x) = \frac{a}{x} - \frac{b}{x^2} - \frac{2c}{x^3} = \frac{ax^2 - bx - 2c}{x^3}$. 因为函数 $f(x)$ 既有极大值又有极小值, 所以方程 $f'(x) = 0$ 在 $(0, +\infty)$ 上有两个不等实根. 令函数 $g(x) = ax^2 - bx - 2c$, 则函数 $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有两个不等实数根 x_1, x_2 且 $x_1 \neq x_2$, 所以有

* 本文系安徽省教育科学基金项目 2023 年度课题“教-学-评一致下的高中数学大单元教学的应用研究”(JK23152)的阶段性成果.

$$\begin{cases} \Delta = b^2 + 8ac > 0, \\ x_1 + x_2 = \frac{b}{a} > 0, \\ x_1 x_2 = -\frac{2c}{a} > 0, \end{cases} \text{即} \begin{cases} b^2 + 8ac > 0, \\ ab > 0, \\ ac < 0, \end{cases} \text{从而可得}$$

$bc < 0$, 故选 BCD.

评析 导数是研究函数性质的基本工具之一, 本题的函数经过求导以后, 根据其既有极大值又有极小值, 转化为相应的一元二次方程有两个正根, 利用韦达定理或一元二次方程根的分布即可得到结果, 综合考查了函数、导数、方程、根的分布等知识, 发展了学生数学运算和逻辑推理能力. 类似地, 试卷的第 7, 16 等题综合考查了对三角函数知识的综合运用能力.

1.3 注重基本活动经验的实践, 加强应用性

“四基”中的基本活动经验是指学生通过亲身经历数学活动过程所获得的具有个性特征的经验, 包括数学建模、命题结论、思想方法、价值精神上积累解决问题的经验. 荷兰数学家弗赖登塔尔强调“数学学习是一种活动”, 这种活动可以帮助学生更好地理解 and 掌握数学知识, 并将所学的数学知识应用于解决实际问题, 提升学生分析问题和解决问题的能力.

典例 3 (新课标 II 卷第 19 题) 某研究小组经过研究发现某种疾病的患病者与未患病者的某项医学指标有明显差异, 经过大量调查, 得到如下所示的患病者和未患病者该指标的频率分布直方图(图 1):

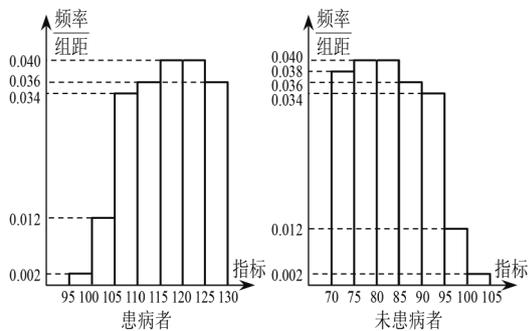


图 1

利用该指标制定一个检测标准, 需要确定临界值 c , 将该指标大于 c 的人判定为阳性, 小于或等于 c 的人判定为阴性, 此检测标准的漏诊率是将患病者判定为阴性的概率, 记为 $p(c)$; 误诊率是将未患病者判定为阳性的概率, 记为 $q(c)$. 假设数据在组内平均分布, 以事件发生的频率作为

相应事件发生的概率.

(1) 当 $p(c) = 0.5\%$ 时, 求临界值 c 和误诊率 $q(c)$;

(2) 设函数 $f(c) = p(c) + q(c)$, 当 $c \in [95, 105]$ 时, 求 $f(c)$ 的解析式, 并求 $f(c)$ 在区间 $[95, 105]$ 上的最小值.

解析 (1) 由患病者的指标频率分布直方图可得, 数据落在区间 $[95, 100]$ 的频率为 $0.002 \times 5 = 0.01$, 当漏诊率 $p(c) = 0.5\%$ 时, 易得临界值 $c = 97.5$. 再根据未患病者的指标频率分布直方图, 数据大于临界值 97.5 时, 对应的频率为 $(100 - 97.5) \times 0.01 + 0.002 \times 5 = 0.035$, 所以 $q(c) = 3.5\%$.

(2) 当 $c \in [95, 100)$ 时, $p(c) = \frac{c-95}{5} \times 0.002$, $q(c) = \frac{105-c}{5} \times 0.01 + 5 \times 0.002$, 所以 $f(c) = p(c) + q(c) = -0.016c + 0.172$. 当 $c \in [100, 105]$ 时, $p(c) = 5 \times 0.002 + \frac{c-100}{5} \times 0.012$, $q(c) = \frac{105-c}{5} \times 0.002$, 所以 $f(c) = p(c) + q(c) = 0.002c - 0.188$. 综上可知 $f(c) = \begin{cases} -0.16c + 0.172, & c \in [95, 100), \\ 0.002c - 0.188, & c \in [100, 105]. \end{cases}$ 因此, 当 $c = 100$ 时, $f(c)_{\min} = f(100) = 0.012$.

评析 本题情境来自于现实生活题, 融合了概率、统计、函数等相关知识, 让学生利用积累的基本活动经验确定临界值, 制定合理的检测标准, 让误诊率和漏诊率得以平衡, 较好地体现了数学学科的应用价值. 类似的, 试卷的第 8, 10, 12 等题根据探究性学习中的实践结论, 可以快速地给出答案, 为一类题的解决思路提供一种策略.

1.4 注重基本思想的引领, 发展创新性

数学思想是对具体事物的理性认识的升华, 是学生在数学学习过程中所形成的基本的思维方式和方法. 数学的基本思想对于提高学生的数学水平具有引领作用, 将对学生未来的学习和工作产生深远的影响. 中学数学中的基本思想主要包括函数与方程、分类讨论、数形结合、转化与化归思想以及概率中的随机思想、统计推断思想等.

典例 4 (新课标 II 卷第 22 题) (1) 证明: 当 $0 < x < 1$ 时, $x - x^2 < \sin x < x$; (2) 已知函数 $f(x) = \cos ax - \ln(1 - x^2)$, 若 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的极大值点, 求 a 的取值范围.

解析 (1) 令 $g(x) = x - \sin x$, 所以 $g'(x) = 1 - \cos x \geq 0$, 得 $g(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递增, 所以 $g(x) > g(0)$, 即 $x - \sin x > 0$, 故 $\sin x < x$.

令 $h(x) = x - x^2 - \sin x$, 则 $h'(x) = 1 - 2x - \cos x$, 再令 $m(x) = 1 - 2x - \cos x$, 则 $m'(x) = -2 + \sin x < 0$, 所以 $m(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减, 所以 $h'(x) = m(x) < m(0) = 0$, 所以 $x - x^2 < \sin x$. 综上, 当 $0 < x < 1$ 时, $x - x^2 < \sin x < x$ 成立.

(2) 由题知, 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-1, 1)$, $f'(x) = -a \sin ax + \frac{2x}{1-x^2}$, 则 $f'(0) = 0$ 且 $f'(x)$ 为奇函数, 所以 $f''(x) = -a^2 \cos ax + \frac{2(1+x^2)}{(1-x^2)^2}$, $f'''(x) = a^3 \sin ax + \frac{2(3+x^2)}{(1-x^2)^3}$. ① 当 $a=0$ 时, 易知 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极小值点, 不符合题意; ② 当 $a > 0$ 时, 令 $\min\left\{\frac{\pi}{2a}, 1\right\} = t$, 则当 $0 < x < t$ 时, $\sin ax > 0$, 从而 $f'''(x) > 0$, 所以 $f''(x)$ 在 $(0, t)$ 上单调递增, 所以 $f''(x) > f''(0) = 2 - a^2$. 若 $2 - a^2 \geq 0$, 即 $0 < a \leq \sqrt{2}$ 时, $f''(x) \geq 0$, 所以 $f'(x)$ 在 $(0, t)$ 上单调递增, 所以 $f'(x) > f'(0) = 0$, 故 $f(x)$ 在 $(0, t)$ 上单调递增. 又 $f'(x)$ 为奇函数, 知 $f(x)$ 在 $(-t, 0)$ 上单调递减, 故 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极小值点, 不符合题意. 若 $2 - a^2 < 0$, 得 $a > \sqrt{2}$ 时 $f''(x) < 0$, 而 $f''\left(\frac{\pi}{2a}\right) > 0$, 故 $f''(x)$ 在 $(0, t)$ 上有唯一零点 x_1 , 于是当 $0 < x < x_1$ 时, $f''(x) < 0$, 当 $x_1 < x < t$ 时, $f''(x) > 0$. 又 $f'(x)$ 为奇函数, 故 $f'(x)$ 在 $(-x_1, 0)$ 上单调递增, $f'(x)$ 在 $(0, x_1)$ 上单调递减, 故 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点, 符合题意. ③ 当 $a < 0$ 时, 令 $-a = m (m > 0)$, 则 $f'(x) = m \sin(-mx) + \frac{2x}{1-x^2} = -m \sin(mx) + \frac{2x}{1-x^2}$, 由前面分析知, $m > \sqrt{2}$, 即 $a < -\sqrt{2}$. 综上, a 的取值范围是 $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$.

评析 本题将导数与三角函数融合, 属于一道创新题, 重点考查了函数的单调性、导数、极值、函数不等式等知识, 在对导函数的深入分析中, 体现了数学中的分类讨论、函数与方程、化归与转化等思想, 凸显数学抽象、逻辑推理、数学运算等素养.

2 教学思考: 以评促教, 上通高考, 下达课堂

2.1 既要设置情境, 也要脱离情境

在教学中, 我们常常会通过设置一个情境来引入相关概念. 然而, 在抽象出概念之后, 我们却经常忽视了脱离情境的过程. 《普通高中数学课程标准(2017年版)》(下称“课标 2017”)中指出, 教学情境的创设要有利于发展数学学科核心素养^[2].

案例 1 (新课标 II 卷第 12 题(多选)) 在信道内传输 0, 1 信号, 信号的传输相互独立. 发送 0 时, 收到 1 的概率为 $\alpha (0 < \alpha < 1)$, 收到 0 的概率为 $1 - \alpha$; 发送 1 时, 收到 0 的概率为 $\beta (0 < \beta < 1)$, 收到 1 的概率为 $1 - \beta$. 考虑两种传输方案: 单次传输和三次传输. 单次传输是指每个信号只发送 1 次, 三次传输是指每个信号重复发送 3 次. 收到的信号需要译码, 译码规则如下: 单次传输时, 收到的信号即为译码; 三次传输时, 收到的信号中出现次数多的即为译码(例如, 若依次收到 1, 0, 1, 则译码为 1)().

A. 采用单次传输方案, 若依次发送 1, 0, 1, 则依次收到 1, 0, 1 的概率为 $(1 - \alpha)(1 - \beta)^2$

B. 采用三次传输方案, 若发送 1, 则依次收到 1, 0, 1 的概率为 $\beta(1 - \beta)^2$

C. 采用三次传输方案, 若发送 1, 则译码为 1 的概率为 $\beta(1 - \beta)^2 + (1 - \beta)^3$

D. 当 $0 < \alpha < 0.5$ 时, 若发送 0, 则采用三次传输方案译码为 0 的概率大于采用单次传输方案译码为 0 的概率

解析 设事件 A_1 表示发送 0 收到 1, 事件 A_2 表示发送 0 收到 0; 设事件 B_1 表示发送 1 收到 0, 事件 B_2 表示发送 1 收到 1. 因为信号的传输是相互独立的, 所以 $P(A_1) = \alpha, P(A_2) = 1 - \alpha, P(B_1) = \beta, P(B_2) = 1 - \beta$.

对于选项 A, 若依次发送 1, 0, 1, 则依次收到 1, 0, 1 的概率 $P_1 = P(B_2 A_2 B_2) = P(B_2)P(A_2)P(B_2) = (1 - \beta)(1 - \alpha)(1 - \beta) = (1 - \alpha)(1 - \beta)^2$, 故 A 正确.

对于选项 B, 采用三次传输方案, 若发送 1, 则依次收到 1, 0, 1 的概率 $P_2 = P(B_2 B_1 B_2) = P(B_2)P(B_1)P(B_2) = (1 - \beta)\beta(1 - \beta) = \beta(1 - \beta)^2$, 故 B 正确.

对于选项 C, 采用三次传输方案, 若发送 1, 则译码为 1, 包含收到的信号为 1, 1, 1 或收到的信号有两次为 1, 一次为 0, 它的概率 $P_3 = (1 - \beta)^3 +$

$C_3^2(1-\beta)^2\beta$,故 C 错误.

对于选项 D,发送 0,则采用三次传输方案译码为 0 的概率 $P_4 = (1-\alpha)^3 + C_3^2(1-\alpha)^2\alpha$,单次传输方案译码为 0 的概率 $P_5 = 1-\alpha$,所以 $P_4 - P_5 = (1-\alpha)^3 + C_3^2(1-\alpha)^2\alpha - (1-\alpha) = \alpha(1-\alpha)(1-2\alpha)$.当 $0 < \alpha < 0.5$ 时,易得 $P_4 - P_5 > 0$,故 D 正确.

所以本题答案为 ABD.

启示 本题设置的是一个信道传输信号的现实情境,旨在考查对新概念、新知识的理解.在脱离这个情境后,单次传输和三次传输对应的是概率和二项分布问题.这种脱离情境的方法是为了解决问题,将问题转化为数学语言,并抽象出数学问题,从而培养数学抽象和数学建模等核心素养.

通过情境设置和脱离情境的两个过程,可以帮助学生更好地理解概念,建立与实际生活的联系.学生能够更加深入地理解数学的本质,从而更好地掌握相关知识和技能,提高数学学习的效果.

2.2 既要课时教学,也要主题教学

《普通高中课程方案(2017年版)》指出,要重视“以学科大概念为核心,使课程内容结构化,以主题为引领,使课程内容情境化,促进学科核心素养的落实”.通过主题式教学,我们可以将各个知识点有机地结合起来,形成一个完整的知识体系,让学生能够更加全面地理解和应用所学知识.

案例 2 (新课标 II 卷第 10 题(多选))设 O 为坐标原点,直线 $y = -\sqrt{3}(x-1)$ 过抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点,且与 C 交于 M, N 两点, l 为 C 的准线,则().

A. $p = 2$

B. $MN = \frac{8}{3}$

C. 以 MN 为直径的圆与 l 相切

D. $\triangle OMN$ 为等腰三角形

解析 由题意知抛物线焦点为 $(1, 0)$, 所以

$$\frac{p}{2} = 1, \text{即 } p = 2, \text{故 A 正确.}$$

$$\text{联立} \begin{cases} y = -\sqrt{3}(x-1), \\ y^2 = 4x, \end{cases} \text{消去 } y, \text{得 } 3x^2 - 10x + 3 = 0, \text{解得 } x = \frac{1}{3} \text{ 或 } 3, \text{所以 } M\left(\frac{1}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right), N(3, -2\sqrt{3}). \text{因此, } MN = \sqrt{\left(\frac{1}{3} - 3\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} + 2\sqrt{3}\right)^2} =$$

$$\frac{16}{3}. \text{也可以利用抛物线中的结论 } MN = \frac{2p}{\sin^2 \theta},$$

$$\theta \text{ 为过焦点的直线的倾斜角,得 } MN = \frac{4}{\sin^2 \frac{2\pi}{3}} = \frac{16}{3},$$

故 B 错误.

$$\text{由 } M\left(\frac{1}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right), N(3, -2\sqrt{3}), \text{ 得以 } MN \text{ 为直径的圆的圆心为 } \left(\frac{5}{3}, -\frac{2\sqrt{3}}{3}\right), \text{ 又半径 } r = \frac{MN}{2} =$$

$$\frac{8}{3}, \text{ 圆心到准线 } l \text{ 的距离 } d = \frac{5}{3} + 1 = \frac{8}{3}. \text{ 因此, 以 } MN \text{ 为直径的圆与 } l \text{ 相切. 也可以利用抛物线的定义、梯形中位线定理以及切线的判定得到, 故 C 正确.}$$

$$\frac{8}{3}, \text{ 圆心到准线 } l \text{ 的距离 } d = \frac{5}{3} + 1 = \frac{8}{3}. \text{ 因此, 以 } MN \text{ 为直径的圆与 } l \text{ 相切. 也可以利用抛物线的定义、梯形中位线定理以及切线的判定得到, 故 C 正确.}$$

也可以利用抛物线的定义、梯形中位线定理以及切线的判定得到,故 C 正确.

$$\text{因为 } MN = \frac{16}{3}, OM = \frac{\sqrt{13}}{3}, ON = \sqrt{21}, \text{ 所以 } \triangle OMN \text{ 不是等腰三角形, 故 D 错误.}$$

$\triangle OMN$ 不是等腰三角形,故 D 错误.

本题正确答案为 AC.

启示 本题旨在考查抛物线的概念以及直线与抛物线的位置关系,通过直线与抛物线方程的联立,要求学生能理解运算对象,探究运算思路,提升学生的运算素养.因此,教学中不仅要注重课时教学,还要采用主题式教学.例如,以本题为中心就可以从“抛物线的焦点弦性质”的视角设计一节主题教学活动,让学生能够从整体上把握所学的知识,构建良好的知识网络,加深对数学知识的理解和运用,提高数学素养和应用能力.

2.3 既要问题引领,也要自主探究

教师在问题导向学习中的角色不仅仅是传授知识,更应该是引导学生探索知识,激发他们的学习兴趣和动力,让学生成为自主学习者和问题解决者^[3].教学中,教师需要引领学生掌握基本的解题思路和方法,同时也要给予学生充分自主探究的空间,让他们在实践中不断尝试、发现和总结.只有这样,学生才能真正理解和掌握知识,培养解决问题的能力 and 创新精神.

案例 3 (新课标 II 卷第 18 题)已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, $b_n = \begin{cases} a_n - 6, & n \text{ 为奇数,} \\ 2a_n, & n \text{ 为偶数.} \end{cases}$ 记 S_n, T_n 分别为 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 n 项和, $S_4 = 32, T_3 = 16$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 证明: 当 $n > 5$ 时, $T_n > S_n$.

解析 (1) 设 $\{a_n\}$ 的首项为 a_1 , 公差为 d .

(2) 证明: 当 $n > 5$ 时, $T_n > S_n$.

解析 (1) 设 $\{a_n\}$ 的首项为 a_1 , 公差为 d .

$$S_4 = 32, \text{得 } 4a_1 + \frac{4 \times 3}{2}d = 32, \text{即 } 2a_1 + 3d = 16 \text{ ①.}$$

由 $T_3 = 16$, 得 $b_1 + b_2 + b_3 = 16$, 所以 $(a_1 - 6) + 2a_2 + (a_3 - 6) = 16$, 即 $a_2 = 7 = a_1 + d$ ②. 联立 ①②, 得 $a_1 = 5, d = 2$, 所以 $a_n = 2n + 3$.

(2) 由(1)知, $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = n^2 + 4n$. 当 n 为奇数时, $T_n = (b_1 + b_3 + \dots + b_n) + (b_2 + b_4 + \dots + b_{n-1}) = (a_1 + a_3 + \dots + a_n) - 6 \times \frac{n+1}{2} + 2(a_2 + a_4 + \dots + a_{n-1}) = 2S_n - (a_1 + a_3 + \dots + a_n) - 3(n+1) = 2S_n - \frac{n+1}{2} \times \frac{a_1 + a_n}{2} - 3(n+1)$, 所以 $T_n - S_n = \frac{n^2 - 3n - 10}{2} = \frac{(n+2)(n-5)}{2}$, 故当 $n > 5$ 时, $T_n - S_n > 0$, 即 $T_n > S_n$ 成立. 当 n 为偶数时, $n-1$ 为奇数, 则 $T_n - S_n = T_{n-1} - S_{n-1} + b_n - a_n = \frac{(n-1)^2 - 3(n-1) - 10}{2} + 2a_n - a_n = \frac{n(n-1)}{2} > 0$, 即 $T_n > S_n$ 成立. 综上可知, 当 $n > 5$ 时, $T_n > S_n$ 成立.

启示 本题融合等差数列中的奇偶项、分组求和、不等式等问题, 考查了学生的分类讨论思想和探究问题的能力. 教师在教学中要有问题意识, 找到学生学习的困难点, 发挥教师的引领作用, 注重启发式教学, 让学生从一道题出发自主探究一类问题的解法.

2.4 既要落实“四能”, 也要优化评价

“课标 2017”指出, “数学教学要培养学生发现问题、提出问题、分析问题和解决问题的能力”. 对于“四能”的落实, 美国实用主义教育家杜威曾说过: “在很大程度上, 教学的艺术在于使新问题的难度大到能激励思考, 小到自然注意到的新奇因素能引起疑惑, 能使学生从熟悉的事物中获得一些启发点, 并从中产生有助于解决问题的建议.”

案例 4 (新课标 II 卷第 15 题) 已知直线 $l: x - my + 1 = 0$ 与 $\odot C: (x - 1)^2 + y^2 = 4$ 交于 A, B 两点, 写出满足“ $\triangle ABC$ 面积为 $\frac{8}{5}$ ”的 m 的一个值 _____.

解析 设点 C 到直线 AB 的距离为 d , 由弦长公式得 $AB = 2\sqrt{4 - d^2}$, 所以 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}d \cdot$

$$2\sqrt{4 - d^2} = \frac{8}{5}, \text{解得 } d = \frac{4\sqrt{5}}{5} \text{ 或 } d = \frac{2\sqrt{5}}{5}. \text{由 } d =$$

$$\frac{|1 + 1|}{\sqrt{1 + m^2}} = \frac{2}{\sqrt{1 + m^2}}, \text{所以 } \frac{2}{\sqrt{1 + m^2}} = \frac{4\sqrt{5}}{5} \text{ 或}$$

$$\frac{2}{\sqrt{1 + m^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \text{解得 } m = \pm 2 \text{ 或 } m = \pm \frac{1}{2}.$$

启示 该题是以直线与圆相交为背景创设的一道开放性问题. 先求出弦长 AB , 再把点 C 到直线 AB 的距离表示出来, 结合面积公式即可求出结果. 如果考虑到直线 AB 过定点 $(-1, 0)$ 恰好在圆 C 上, 会减少一点运算量, 体现了数形结合思想.

教师不但是教与学的组织者、引导者与合作者, 更是扮演着评价者的角色. 在评价学生数学学科核心素养是否达成时, “课标 2017”建议设计一些开放性的题目作为评价工具之一. 这样可以更加全面地考查学生的数学能力和思维水平, 避免过度依赖单一的评价指标. 因此, 我们应该在教学中利用一些开放性试题, 培养学生的创新意识和解决问题的能力, 以更好地提升学生“四能”的发展.

3 结语

高考是国家选拔人才的重要途径, 不仅承载选拔和评价的功能, 而且是实现立德树人的重要载体和素质教育的关键环节^[4]. 作为一名数学教师, 我们必须深入研究高考试题, 不仅是为了让学生能够顺利地应对考试, 更是为了有效地给学生传授知识. 既要上通高考, 也要下达课堂; 既要有理论引领, 也要进行教学实践, 并以“课标 2017”中的教学目标为导向, 实现教、学、评的一致性. 这样才能够真正实现教育目的, 更好地服务于学生的学习需求, 为他们的未来奠定坚实的基础.

参考文献

- [1] 史宁中, 王尚志. 普通高中数学课程标准(2017年版)解读[M]. 北京: 高等教育出版社, 2018: 66.
- [2] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2018: 81.
- [3] 马杰. 基于问题导向互动式的教学实践——以“样本的数字特征”一节为例[J]. 中学教研(数学), 2021(5): 4-8.
- [4] 教育部考试中心. 中国高考评价体系[M]. 北京: 人民教育出版社, 2019: 9.