

2023 年高考数学新高考 2 卷

一、单选题

1. 在复平面内, $(1+3i)(3-i)$ 对应的点位于 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2. 设集合 $A = \{0, -a\}$, $B = \{1, a-2, 2a-2\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 $a =$ ()

A. 2 B. 1 C. $\frac{2}{3}$ D. -1

3. 某学校为了解学生参加体育运动的情况, 用比例分配的分层随机抽样法作抽样调查, 拟从初中部和高中部两层共抽取 60 名学生, 已知该校初中部和高中部分别有 400 和 200 名学生, 则不同抽样结果共有 () .

A. $C_{400}^{45} \cdot C_{200}^{15}$ 种

B. $C_{400}^{20} \cdot C_{200}^{40}$ 种

C. $C_{400}^{30} \cdot C_{200}^{30}$ 种

D. $C_{400}^{40} \cdot C_{200}^{20}$ 种

4. 若 $f(x) = (x+a) \ln \frac{2x-1}{2x+1}$ 为偶函数, 则 $a =$ ()

A. -1 B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. -1

5. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ 的左, 右焦点分别为 F_1, F_2 , 直线 $y = x + m$ 与 C 交于点 A, B 两点,

若 $\triangle F_1AB$ 面积是 $\triangle F_2AB$ 的 2 倍, 则 $m =$ ()

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

6. 已知函数 $f(x) = ae^x - \ln x$ 在区间 $(1, 2)$ 单调递增, 则 a 的最小值为 ()

A. e^2 B. e C. e^{-1} D. e^{-2}

7. 已知 α 为锐角, $\cos \alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$, 则 $\sin \frac{\alpha}{2} =$ ()

A. $\frac{3-\sqrt{5}}{8}$ B. $\frac{-1+\sqrt{5}}{8}$ C. $\frac{3-\sqrt{5}}{4}$ D. $\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$

8. 记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $S_4 = 5, S_6 = 21S_2$, 则 $S_8 =$ ()

- A. 120 B. 85 C. -85 D. -120

二、多选题

9. 已知圆锥的顶点为 P , 底面圆心为 O , A, B 为底面直径, $\angle APB = 120^\circ$, $PA = 2$, 点 C 在底面圆周上, 且二面角 $P-AC-O$ 为 45° , 则 ()

- A. 该圆锥的体积为 $4\sqrt{3}\pi$
B. 该圆锥的侧面积为 $4\sqrt{3}\pi$
C. $AC = 2\sqrt{2}$
D. $\triangle PAC$ 的面积为 $\sqrt{3}$

10. 设 O 为坐标原点, 直线 $y = -\sqrt{3}(x-1)$ 过抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, 且与 C 交于 M, N 两点, l 为 C 的准线, 则 ()

- A. $p = 2$
B. $|MN| = \frac{8}{3}$
C. 以 MN 为直径的圆与 l 相切
D. $\triangle OMN$ 为等腰三角形

11. 若 $f(x) = a \ln x + \frac{b}{x} + \frac{b}{x^2} (a \neq 0)$ 既有极大值也有极小值, 则 ()

- A. $bc > 0$ B. $ab > 0$ C. $b^2 + 8ac > 0$ D. $ac < 0$

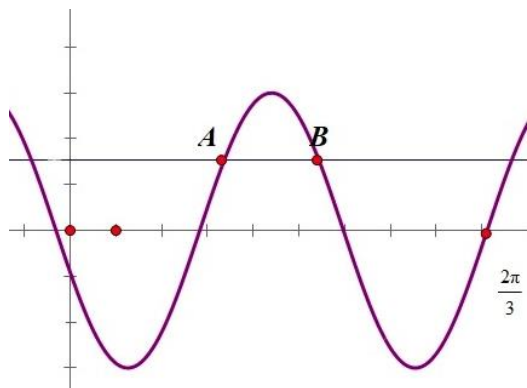
三、填空题

13. 已知向量 a, b 满足 $|a-b| = \sqrt{3}, |a+b| = |2a-b|$, 则 $|b| =$ _____

14. 底面边长为 4 的正四棱锥被平行于其底面的平面所截, 截去一个底面边长为 2, 高为 3 的正四棱锥, 所得棱台的体积为 _____.

15. 已知直线 $x - my + 1 = 0$ 与 $\odot C: (x-1)^2 + y^2 = 4$ 交于 A, B 两点, 写出满足 “ $\triangle ABC$ 面积为 $\frac{8}{5}$ ” 的 m 的一个值 _____

16. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ，如图 A, B 是直线 $y = \frac{1}{2}$ 与曲线 $y = f(x)$ 的两个交点，若 $|AB| = \frac{\pi}{6}$ ，则 $f(x) =$ _____ .



三、解答题

17. $S_{\triangle ABC} = \sqrt{3}$, D 为 BC 的中点, $AD=1$

(1) 若 $\angle ADC = \frac{\pi}{3}$, 求 $\tan B$

(2) 若 $b^2 + c^2 = 8$, 求 b, c

18. $\{a_n\}$ 为等差数列, $b_n = \begin{cases} a_n - 6, n \text{ 为奇数} \\ 2a_n, n \text{ 为偶数} \end{cases}$, 记 S_n, T_n 为 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 n 项和, $S_4 = 32$,

$$T_3 = 16$$

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

(2) 证明: 当 $n > 5$ 时, $T_n > S_n$.

19. 临界值 c , 大于 c 为阳, 小于或等于 c 为阴

$p(c)$: 此检测标准的漏诊率是将患病者判为阴性的概率;

$q(c)$: 误诊率是将未患病者判定为阴性的概率

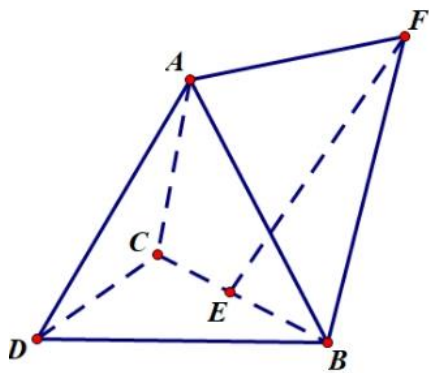
(1) 当 $P(c) = 0.5\%$ 时, 求临界值 C 和误诊率 $q(c)$;

(2) 设函数 $f(c) = p(c) + q(c)$, 当 $c \in [95, 105]$ 时, 求 $f(c)$ 的解析式, 并求 $f(c)$ 在区间 $[95, 105]$ 的最小值.

20. 三棱锥 $A-BCD$ 中, $DA = DB = DC, BD \perp CD, \angle ADB = \angle ADC = 60^\circ$; E 为 BC 中点

(1) 证明 $BC \perp DA$

(2) 点 F 满足 $\overrightarrow{EF} \perp \overrightarrow{DA}$, 求二面角 $D-AB-F$ 的正弦值



21. 双曲线 C 中心为原点, 左焦点为 $(-2\sqrt{5}, 0)$, 离心率为 $\sqrt{5}$

(1) 求 C 的方程;

(2) 记 C 的左, 右顶点分别为 A_1, A_2 , 过点 $(-4, 0)$ 的直线与 C 的左支交于 M, N 两点,

M 在第二象限, 直线 MA_1 与 NA_2 交于 P , 证明 P 在定直线上.

22. (1) 证明：当 $0 < x < 1$ 时， $x - x^2 < \sin x < x$

(2) 已知函数 $f(x) = \cos ax - \ln(1 - x^2)$ ，若 $x = 0$ 为 $f(x)$ 的极大值点，求 a 的取值范围.