



深度学习在数学教学中的生成与进阶^{*}

——以《复数的概念》为例

江苏省苏州市吴江高级中学 215200 张 阳

【摘 要】《中国高考评价体系说明》要求数学考查转向,实现学生在数学教学中的深度学习.学生的深度学习生成与进阶可以从四个方面实施,即明确教学三种逻辑,寻找学生最近发展区;合理设计体验情境,设计数学具身活动;把握学生数学需求,高效进行知识交互;助力学生知识建构,主动回归现实应用.深度学习的实施还需要教师确立学生体验为核心的教学理念,优化教学环节.

【关键词】 复数;深度学习;HPM;具身

2019 年教育部颁布了《中国高考评价体系说明》,搭建“一核四层四翼”评价结构,其中“四翼”提出了考查要求,即“基础性、应用性、综合性、创新性”.2020 年高考数学山东卷以及适应性考试的试题都清晰地体现了考查要求的转向,由考知识转向考应用,由考解题转向考方案,由考问题转向考创新,这种转向要求数学课堂教学能够实现学生的深度学习.

深度学习是指基于人类探究、创新和有目的行为,旨在激发学生与教师的活力与激情,让学生更合乎人类的本性,让学生更直接、深度地投入、参与到学习中,进而实实在在地改变生活,改变世界^[1].主要体现在三方面,一是运用知识解决现实问题;二是反思生活与改变世界;三是促进核心素养的生成.

1 深度学习在复数教学中的生成与进阶

数学教学作为一个系统,包含静态要素:教师、学生、教学内容与教学环境.四个静态要素相互关联、相互影响,以学生深度学习为导向

的数学教学需要四个要素协调运作,教师需要发挥积极作用,为教学系统提供驱动力,将数学教学中的静态要素串联为动态系统,促进深度学习的生成与进阶,图 1 为生成深度学习的四要素关系图.

1.1 明确教学三种逻辑,寻找学生最近发展区

最近发展区是指学生现有发展水平和潜在发展水平之间的距离,教师的教学设计首先要依据所教学生

的学情,寻找学生的最近发展区,确立教学目标,即在教师的帮助下学生可以够得着的潜在发展水平.教师可以从知识逻辑、教学逻辑、认知逻辑三种逻辑角度,分析并寻找学生的最近发展区.

案例 1 复数的概念(2019 年人教 A 版) 教学分析

学生现有水平:能够解决判别式大于或等于 0 的实系数一元二次方程根的问题,理所当然地认为判别式小于 0 时的实系数一元二次方程无实数根;曾经历过一次数系扩充,即方程的根从有理数到无理数的过程,在没有无理数概念时,学生能够解方程 $x^2 - 4 = 0$,但是不能求解方程 $x^2 - 2 = 0$ 的根.

学生的最近发展区:学生学习了了对数的概念,如 $2^x = 3$ 中 x 的对数表达,通过引入新的数学符号对概念进行定义.

三种逻辑:① 知识逻辑,数系的扩充已经完成了自然数、整数、有理数、实数四个过程,每一过程都是在上一数系基础上,重新定义新的数,同时后者的运算规则兼容前者的运算规则;② 教学逻辑,即类比推理的方法可以得出复数概念的新定义与运算法则;③ 认知逻辑,面对方程 $x^2 + 2 = 0$,可以选择方程无解,也可以思考无解的原因是我们关于数的认识局限性,如在整数域内解方程 $x^2 - 2 = 0$,也是无解的,但是如果在实数域内解方程 $x^2 - 2 = 0$,则是有解的,所以是否有解与所处的数域有关,自然得出复数的定义,这是一种基于自身体验产生的需求问题,是一种具身认知.

点评 ① 教师的教学不仅仅是将知识告诉学生,还应在学生已有认知基础上构建新认知,所以教学首先要清楚学生关于所要学习知识的最近发展区,让新知识的构建有锚点,案例一中针对学生已经学过的数

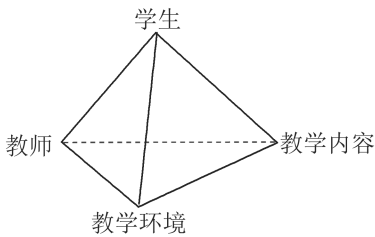
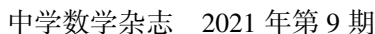


图 1

^{*} 基金项目:本文系江苏省教育科学“十三五”规划重点课题“高中生数学批判质疑能力的实践研究(B-b/2018/02/56)”和江苏省中小学教学研究课题“普通高中数学课程加强数学文化素质培养的实践研究(2015JK11-L141)”阶段性成果.



万方数据



中,有些学生也存在这种认识,如何克服这种心理,是教学的重点.所以本节课依据数学史观(HPM)处理,帮助学生迅速完成数系扩充的合理性建构,教学过程让学生像数学家一样研究扩充过程.

1.4 助力学生知识建构,主动回归现实应用

传统数学教学往往强调数学知识的逻辑性及抽象性,忽视数学知识的实际应用,这既容易造成学生对数学学习产生畏难心理,又容易形成数学只停留在学习场景中的局面,因此高中数学教学迫切需要让数学走进现实生活.

案例4 复数的概念(2019年人教A版)回归体验师:复数在量子力学、系统分析、信号分析中有着广泛地应用,但是在初等数学以及日常生活中很少涉及,在教学中应对学生指出,它现在还处于认识状态,我们生活中的手机信号处理都需要复数知识,它在物理学中有着广泛应用,当前需要从基础学起.

问题6:当 m 为何实数时,复数 $z = m^2 + m - 2 + (m^2 - 1)i$ 分别是_____.

- (1) 实数; (2) 虚数; (3) 纯虚数; (4) 0.

问题7:解方程 $x^3 - 1 = 0$.

生:略.

点评 复数知识的特殊性,使得我们找不到符合学生已有认知的现实世界实例,教师需要指出复数的发展方向,让学生明白学习知识的必要性,此时数学是抽象的、脱离现实生活的.在体验中设计两个问题,分别回顾复数的基础知识与解方程的应用,其中问题7是复数的具身体验.

2 深度学习在数学教学中的思考

数学是一门高度抽象的学科,其发生发展需要依据严谨的逻辑推理,数学也是许多学科的基础,所以数学的教与学需要教师厘清教学内容的知识逻辑,遵循学生的认知逻辑,明晰教学逻辑,促进学生的深度学习.

2.1 改进教学理念,培养学科素养

数学学科素养的形成需要深度学习.由于深度学习需要学生明晰学习内容的生活价值,即清楚为什么学习,理解学习内容的发展方向,即学习后能解决什么问题,因此深度学习可以激发学生学习兴趣,强化学生学习内因.同时深度学习中的教师处于顾问的角色,仅在学生解决问题遇到障碍时,才提供帮助,这种帮助可以是知识的交互活动,也可以学生体验的指导,无论哪一种形式,教师都与学生处于平等状态,学生的学习是一种成功的自我建构过程,在建构过程中自然地实现了数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算、数据分析的学科素养培养.

传统教学过分注重静态知识的传递,忽视数学学

科素养的形成,主要有三个方面原因,一是高中数学内容处于从直观向抽象过渡阶段,高考内容繁杂且变化多样,许多学生对数学有着畏惧心理;二是学生对为何学习这些内容并不清楚,很多时候感觉是教师强加于学生的知识,学生对数学缺乏兴趣,导致许多学生厌学;三是教学质量评价行政化,行政主管部门对教师的考核主要以考试成绩为主,为此教师不仅要在有限的时间内完成课本上内容的教学任务,还要补充大量的课外知识,甚至需要超前教学.三重原因导致数学学科教学打着素质教育的旗帜,走的却是应试教育.以深度学习为目标的数学教学可以促进学生高阶思维的养成,有助于破解传统教学中的困境.

2.2 优化教学环节,实现深度学习

课堂教学中的学生常以两种状态呈现,一是听众的状态;二是基于自身需求的状态.传统教学(甲)中学生处于前一种,深度学习的教学(乙)中学生处于后一种.

教师教学顺序如图3:

图3中,教师甲处于主导地位,教学流程中,教师先将知识传递给学生,并对所传递知识进行总结,再让学生利用知识解决问题.教学系统中的教师与学生各自处于高低不同位置,是一种不平等的教学形式;学生的学习动力并非来源于自身需求,更多地是教师的灌输产生的动力,学生对于知识仍处于自我认知状态.

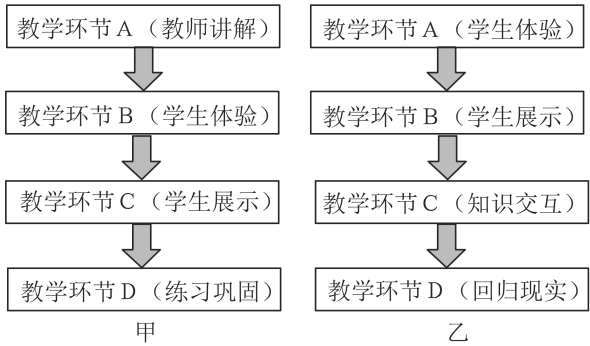


图3

教师乙先让学生体验问题、发现问题,主动提出自己遇到的困难,教师针对学生的解题需求组织教学,具有很强针对性.学生对现象问题的体验形成教学的原动力,学生对知识的困惑与释疑形成教学的表层主线,学生对知识的感悟与生成形成教学的深层线索,最终实现新知与旧知的融合,有效解决真正问题,提出自己的解决问题方案,形成自己的解题特征,即为深度学习.

深度学习下的教学环节需要以学生的具身感知为中心,教师在学生力图扩充自己的内部视域时出现,在学生体验知识与生成知识时及时退出,不越位不缺位.



3 结语

深度学习强调学习要在知识理解的基础上发生,通过对知识的再背景化、再情境化,还原知识的真实面貌,让学习者与知识的原初与本质相遇;强调学习者认知、情感、态度、行为的高投入性和学习过程的沉浸性;强调学习者能够在众多知识与思想间建立关联,把握学科的核心思想、意义与本质^[3].教师、学生作为教学系统的两个核心要素,都需要全新的思想理解深度学习,让自己成为深度学习的动力源,培养学生的高阶思维.

参考文献

- [1] 张良,杨艳辉.核心素养的发展需要怎样的学习方式[J].比较教育研究,2019(10):29-36.
- [2] 孙庆华,包芳勋.复数的历史发展及在中国早期的传播[J].西北大学学报(自然科学版),2006(03):502-506.
- [3] 张晓娟,吕立杰.SPOC 平台下指向深度学习的深度学习模式建构[J].中国电化教育,2018(04):96-101.

作者简介 张阳(1976—),男,江苏苏州人,中学数学高级教师.研究方向:数学现象教学与具身课堂.苏州市学科带头人.

基于过程性教学的“函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象”教学设计

江西师范大学数学与统计学院

330022

董丽平 刘锡光

【摘要】 数学教学不仅要注重知识性目标的达成,更要关注过程性目标的落实,实现过程性目标需要强调学生自主参与学习过程,经历数学知识的发生发展过程,并获得经历与体验,由此提升数学核心素养.本文以“函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象”教学设计为例,分析课堂教学环节如何实现过程性目标,体会数学教学中的过程性意义.

【关键词】 过程性教学;三角函数;教学设计

《普通高中数学课程标准(2017年版)》指出“高中数学教学以发展学生数学学科核心素养为导向,创设合适的教学情境,启发学生思考,引导学生把握数学内容的本质”.数学教学不仅要让学生掌握知识,还要经历知识的形成过程,理解知识的本质,提高发现问题、研究问题的能力,这就需要开展“过程性教学”,本文以“函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象”教学设计为例,旨在研究其教学中的过程性意义.

1 过程性教学的要义

过程性教学是指在数学课堂中落实过程性目标的教学.过程学鼻祖怀特海在《过程与实在》中提出:“实体如何形成的方式构成了实体是什么内容……它的‘存在’由它的‘形成性’所组成,这就是过程的原则”^[1].并且进一步指出:“教学设计的学习目标必须源于对生命价值和意义提升的冲动,其目的是引起和指导思维和思想自由的展开,而具体目标是不可知的,只有这个思维和思想的展开过程是实在的”^[2].这种过程性教育思想为教学设计展示了不同的视角.当今的学习心理学也认为,学生的数学学习是基于学生已有认知结构基础之上的主动建构过程,并且这一过程是一个动态的再创造学习过程.所以,过程性教学揭示了数学发生发展的过程,揭示了人类思维发展的过程,其教学反映学生数学学习的心理过程和认知规律,真正体现了学生数学知识的建构过程.

2 教学设计要素分析

2.1 内容及教学重点

“函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象”选自北师大版高中数学必修四第一章第八节的内容.是在研究了正、余弦函数的图象和性质基础之上,进一步研究生活中常见的函数类型,本节课将学习函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象及参数 A, ω, φ 对函数图象的影响,进一步理解函数图象变换的本质,是后续学习“三角函数的应用”和“三角恒等变换”的重要基础与铺垫.基于以上分析,确立本节课的教学重点为:函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象以及参数 A, ω, φ 对图象变换的影响.

2.2 学情及教学难点

学生在之前学习中已掌握“五点作图法”,了解借助单位圆用正弦线作图的原理,教师也使用过几何画板直接作图.但高一学生抽象概括能力较低,需借助具体事物帮助理解建立模型,抽象概括出图象变换的规律.学生虽对“左加右减”“上加下减”有粗略的浅显认识,但要理解函数图象变换的本质及三个参数对函数图象的影响且图象变换方法不唯一,这对学生来说理解掌握起来难度较大.

2.3 教学目标及教学方法

(1) 教学目标:

①通过具体匀速圆周运动实例,抽象并建立函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的数学模型;