

“以生为本”的“学问思辨行”高效课堂教学

——“立体几何中的最值问题”教学案例及反思*

王小青 (江苏省如皋中学 266500)

摘要:以“立体几何中的最值问题”为例,给出了基于“以生为本”的“学问思辨行”教学的实施过程及教学反思.

关键词:以生为本;学问思辨行;立体几何;最值问题

文章编号:1004-1176(2022)06-0033-03

1 问题的提出——“学问思辨行”高效课堂的解读

“学问思辨行”,其名称出处于《礼记·中庸》(第20章):“博学之,审问之,慎思之,明辨之,笃行之……果能此道矣,虽愚必明,虽柔必强.”其含义是说:广泛地学习,详细地询问,谨慎地思考,明白地分辨,坚定地践行……果真能够按照此法而行,即使愚笨也一定能够变得聪明,即使柔弱也一定能够变得强大.

课堂教学应经历学、问、思、辨、行五个环节,组织教学突出“以生为本”,使五环中的每一环都既有传承,更有创新;五个环节既互相独立,又互相联系,且环环相扣,逐环深入;先知后行,知行合一,循环递升.

2 问题的解决——教学案例解读

2.1 “立体几何中的最值问题”的背景

学情分析 这是一节高三微专题复习课,上课对象是江苏省四星级高中选修物理、化学、生物的学生,学生基础较好,思维活跃,有较强的表达能力.

教学内容分析 课程标准指出,立体几何的教学要遵循从整体到局部,从具体到抽象的原则,帮助学生认识空间几何体的结构特征,进一步掌握在平面上表示空间图形的方法和技能,能用向量方法解决空间距离问题和夹角问题,并能描述解决这一类问题的程序.

2.2 “立体几何中的最值问题”教学设计简案

学习目标 会用长度、角度、坐标等数量刻画运动的点、线、面,会用运动的观点解决立体几何中的角、距离、体积等的最值问题;通过对动点、动直线、动平面的探究,体会数形结合、函数与方程等思想方法在立体几何中的应用,提升观察、发现、提出、

分析和解决问题的能力.

学习过程

学 自主研学,横向发展

如图1,正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1,点 O 为线段 BD 的中点,设点 P 在线段 CC_1 上.

(1)求异面直线 OP 与 BB_1 所成角的正切值的最小值;

(2)求直线 OP 与平面 A_1BD 所成角的正弦值的最小值和最大值.

问 质疑问难,合作探究

问1:你是如何解决上述问题的?你有什么收获与困惑?

问2:上述问题中为什么会有最值?如何求最值?

问3:你还能提出新问题并解决它吗?

思 深思熟虑,纵向开掘

思1:把自己提出的问题写下来并解决它,再解决小组内其他同学提出的问题.

辨 穷理明辨,点拨启悟

辨1:如何解决动点影响下的最值问题?

辨2:还有哪些因素可以影响目标的最值?

行 学以致用,迁移生成

行1:课堂总结.

通过本节课的学习你会解决哪些问题?有哪些收获体会?

行2:链接高考.

如图2,四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为正方形, $PD \perp$ 底面 $ABCD$. 设平面 PAD 与平面 PBC 的交

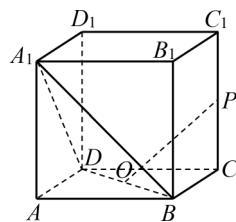


图1

* 本文为江苏省教育科学“十四五”规划2021年度普教重点课题“高中动感课堂教学的理念与实践研究”(编号:B/2021/02/205)的阶段性研究成果.

线为1.

(1) 证明: $l \perp$ 平面 PDC ;

(2) 已知 $PD = AD = 1$, Q 为 l 上的点, 求 PB 与平面 QCD 所成角的正弦值的最大值.

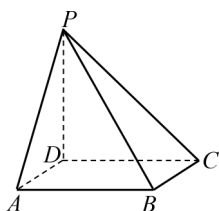


图2

2.3 “立体几何中的最值问题”教学过程分析

2.3.1 学: 自主研学, 横向发展

教学过程 投影学生例1的解答. 请同学们自主阅读投影上的解答, 对比分析, 再次完善自己的解答, 并思考“问”中的问1和问2.

设计说明 (1) 提前发给学生课前自学. (2) 教师批阅时发现大多数学生完成得较好, 有传统方法和空间向量法. 求解空间异面直线所成的角和直线与平面所成的角, 学生已经掌握了求解角的基本方法, 基本了解刻画动点的方法, 从线段长度和点的坐标入手, 表示目标角的最值, 但是不少学生在求最值时遇到了困难. 另外, 大多数学生选择的是空间向量法, 对传统方法有一种抗拒感. (3) 学生自主订正完善, 找出存在的问题, 独立思考, 小组讨论, 进入第二个环节“问”.

2.3.2 问: 质疑问难, 合作探究

教学过程 (1) 学生独立思考5分钟. (2) 学生点评投影仪展示的解答, 总结解题思路及其书写的细节, 然后介绍自己用传统法求解的思路. (3) 教师追问: 上述问题中为什么会有最值? 如何求最值? 其他同学有没有需要补充的? 有没有困惑需要解答? (4) 生生互问: 总结得出动点影响了目标的最值, 可以转化为一元函数求最值, 或者利用图形的几何性质求最值. (5) 师生一起总结: 运动的元素——动点; 刻画的方式——动点的坐标; 影响的目标——空间角; 目标的最值——一元函数求最值/数形结合求最值.

设计说明 (1) 对于例1的求解方法, 学生存在两类困惑——传统方法与空间向量法的选择和最值问题的处理. 教师不是把批阅试卷中发现的问题抛给学生, 而是让学生通过独立思考, 小组合作探究, 自己发现问题, 提出问题的解决方案, 通过生生互问, 教师追问等方式让学生自主建构解决此类问题的基本方法. (2) 学生掌握了基本方法后, 特别期待这些基本方法能否用于解决其他问题, 在此基础上, 教师引导学生自己提出新问题并解决, 此时学生探究欲望强烈, 积极深入地思考, 进入第三个环节“思”.

2.3.3 思: 深思熟虑, 纵向开掘

教学过程 (1) 在学生独立思考的基础上, 小

组讨论, 合作学习, 并将小组中研究的问题展示到黑板上. (2) 学生针对图1展示的问题有: 二面角 D_1-OP-D 的余弦值; 二面角 D_1-PB-C 的余弦值; $OP + PD_1$ 的最小值; A_1 到 OP 距离的最小值; P 到面 ABD 距离的最小值; BD_1 和 OP 距离的最小值; 三棱锥 $P-A_1BD$ 体积的最大值; 三棱锥 $P-A_1BD$ 外接球半径的取值范围和内切球半径的取值范围; 若点 P 在 B_1C_1 上运动, 求 OP 与面 A_1BD 所成角的余弦值. (3) 教师追问: 同学们是怎么想到提出这些问题的? (4) 生生互动, 分享思考问题的角度, 从空间角, 空间距离, 几何体的体积、表面积、侧面积, 几何体的外接球和内切球的半径等度量关系探究最值问题, 也可以变化动点的位置来影响目标最值, 比如将点 P 改为在线段 B_1C_1 上运动; 追问是怎么想到将点 P 移到线段 B_1C_1 上运动? 小组代表分享思考的角度, 点 P 在线段 CC_1 上运动时, 由正方体的对称性, 用图形研究比较简单, 当点 P 变换到线段 B_1C_1 上运动时, 就不可以利用图形对称性求最值, 这时候作图又有难度, 应该优先用建立坐标系的方法求解, 要探究四面体内切球的半径的最值, 某个小组不会解, 就让他们小组分享解决问题的方法, 利用内切球的性质, 用等体积法, 球心与四面体的每个面构成四个小三棱锥, 这四个小三棱锥的体积之和等于原来四面体的体积.

设计说明 (1) 通过学生自主探究, 小组合作, 学生经历了发现问题、提出问题、分析并解决问题的过程, 可以解决空间角, 空间距离, 空间几何体的表面积、体积, 内切球与外接球等相关问题, 会将目标最值问题转化为求函数最值, 利用图形的几何性质求解.

在教学过程中教师再点拨, 提出两个问题.

思2: 若动点 P 在正方形 BCC_1B_1 内(包括边界)运动, 且 $D_1P \parallel$ 平面 A_1BD , 则 BP 的最小值为_____.

思3: 若动点 P 在正方形 BCC_1B_1 内(包括边界)运动, 且 $D_1P = \sqrt{2}$, 则 BP 的最小值为_____.

学生独立思考后可以发现, 动点 P 是用线面平行的位置关系和距离的度量关系来刻画的.

设计说明 通过这两道思考题的解决, 学生解决最值问题的面更宽了, 影响最值问题的动点不仅可以用度量关系(长度、角度、距离等)刻画, 还可以从位置关系探寻动点的轨迹进而求目标的最值. 学生经历了发现、探索、追问、完善等过程, 进一步厘清了基本概念和基本方法, 积累了基本活动经验, 提升了数学思维能力. 此时, 让学生再静下心来回顾刚才解决

问题的过程,反思感悟,进入下一个环节“辨”.

2.3.4 辨:穷理明辨,点拨启悟

教学过程 (1)学生感悟提升,影响立体几何中目标最值的因素可以有很多,我们可以利用动点的坐标、线段的长度、动点的轨迹等求目标的最值.(2)师生共同进行课堂总结:运动的元素——动点、动直线、动平面;刻画的方式——动点的坐标、线段的长度、动点的轨迹;影响的目标——空间角、空间距离、表面积、体积;目标的最值——一元函数求最值/数形结合求最值.(3)教师追问:那你觉得空间内,除了动点可以影响目标的最值,还有其他的元素影响目标的最值吗?学生完善:还可以是运动的直线、运动的平面等等.(4)进一步提出问题:类比今天课上研究的动点影响下的最值问题去探究动直线、动平面影响下的最值问题.

设计说明 通过静心独立思考、辨析、分析、研读等,学生总结解决问题的基本方法,进一步提出问题,为课后进一步学习思考和下节课的学习指明方向.

2.3.5 行:学以致用,迁移生成

课堂检测,及时反馈.

3 问题的思考——教学反思

3.1 “以生为本”高效课堂的起点是“学”

学即是博学,博学是在科学的教学目标指引下的自主研学与独自学习.课堂教学操作上,教师提前制定计划和学习目标,准备学习的文本材料或问题.新授课教学中,学是在课堂上进行,约5~10分钟,对于基础年级的复习课或习题课、高三的复习课,都是将学习内容提前给学生,课堂上再给学生2~3分钟的时间熟悉完善,准备交流.学习方式由勤学、学会到善学,再到在教师目标和计划引领下的会学.“学”的目的是掌握必备知识,体现基础性,力求50%的学生通过自学掌握50%的知识.学生通过“学”的解决,体会立体几何中最值问题的常见求解策略.

3.2 “以生为本”高效课堂的呈现是“问”

问即是审问,是在充分博学基础上的高质量的自问、互问与合作探究.课堂教学操作方面,教师要提前将学生分为4人一组,为每个小组选好组长.课堂教学中,首先全体学生在各自的小组内审问或善问.此环节的操作方式为自问、互问、小组合作.常见的问题有:我解决了哪些问题?真正解决了吗?有没有更简便的解法?我还有哪些问题没有解决?小组合作探究后,还有什么问题没有解决?“问”的目的是落实关键能力,体现基础性,力求70%的学生

解决70%的问题.通过学生自问、生生互问、师生互问、教师追问等方式,让学生掌握立体几何中最值问题的求解策略.

3.3 “以生为本”高效课堂的深入是“思”

思即是慎思,是在质疑、合作前提下的多维思考与深度领悟.课堂操作上,一是教师让组长将各小组的问题进行汇总,二是教师要根据课堂教学内容提前预设.课堂教学中,让各小组展示问题,然后让学生慎思、深思、参悟.此环节的操作方式为学生独立思考,深思已解决的问题、慎思未解决的以及新产生的有价值的问题.“思”的目的是提升关键能力,体现综合性,力求80%的学生解决80%的问题.学生在上述问题解决的基础上,结合已经学过的立体几何中的度量关系,提出新问题,思考并解决问题,将知识和方法在宽度和广度上延伸.

3.4 “以生为本”高效课堂的关键是“辨”

辨即是明辨,是立足于展示与点评基础上的思维碰撞与争鸣.明辨、辨明,疑惑越辨越清,思想越辨越深,真理越辨越明.课堂操作中,教师要选择部分学生的成果进行投影,让学生展示成果,总结提炼方法,其他小组学生提问、质疑,全体学生在课堂上争辩、分辨、再存疑.此环节的操作方式为小组内生辩,或者班级内部生辩或师辩.让真知获得认同,将课堂推向深入,让思维引入活水,使素养得到提升.“辨”的目的是落实学科素养,体现创新性,力求90%的学生解决90%的问题.学生展示后,通过追问学生为什么想到提出这些问题?提出这些问题时的思考角度有哪些?又是如何解决这些问题的?在学生与学生、教师与学生的互辩中,引领学生拓展思维.

3.5 “以生为本”的高效课堂的指向是“行”

行即是笃行,是立足于检测反馈基础上核心价值的落实与践行.课堂操作中,教师提前根据教学内容设计检测问题.课堂教学中,总结和当堂检测.此环节的操作方式为学生独立总结或解决问题.问题一是来自教师课前预设;二是课堂上学生在“问”的环节未解决的1~2个问题.在时间上做到课上与课后融为一体.“行”的目的是落实核心价值,体现应用性,力求95%的学生掌握95%的问题.在上述问题解决的基础上,学生再反思立体几何中的最值问题,掌握基本方法,进一步有更深层次的认识.

“学问思辨行”高效课堂模型是传承和发展传统教学思想、回归教学本真的一种教学模式,坚持以学生为中心、教师为主导、问题串为载体,充分体现了新课标的教育思想与新高考评价的核心理念,是一种科学高效的课堂教学模型.