**华中师大一附中2022年高考数学考前测试卷**

**总分：150分 考试时间：120分钟**

**出题人：蔡卉 张巧巧 审题人：钟涛 张丹**

**注意事项：**

**1．本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.**

**2．回答第Ⅰ卷时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.写在本试卷上无效.**

**3．回答第Ⅱ卷时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.**

**4．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.**

**一、单选题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的．**

1. 若集合，则对于集合的关系，则下列关系中一定正确的是（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据交集和并集的性质，结合子集的性质进行判断即可.

【详解】由于，同理知，故，

故选：A

2. 已知向量，，若与反向共线，则的值为（ ）

A. 0 B. 48 C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】由向量反向共线求得，再应用向量线性运算及模长的表示求.

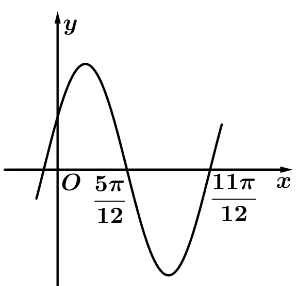
【详解】由题意，得，

又与反向共线，故，此时，

故.

故选：C.

3. 已知函数的部分图象如图所示，则的值为（ ）



A. 0 B. 1 C.  D. 2

【答案】D

【解析】

【分析】根据函数图象，求得其解析式后求解.

【详解】解：由图可知，则，

所以，

则，

因为函数图象过点，

所以，

则，

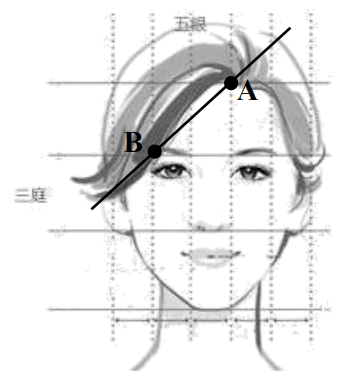
取，

所以，

所以，

故选：D.

4. 美术绘图中常采用“三庭五眼”作图法.三庭：将整个脸部按照发际线至眉骨，眉骨至鼻底，鼻底至下颏的范围分为上庭、中庭、下庭，各占脸长的，五眼：指脸的宽度比例，以眼形长度为单位，把脸的宽度自左至右分成第一眼、第二眼、第三眼、第四眼、第五眼五等份.如图，假设三庭中一庭的高度为2cm，五眼中一眼的宽度为1cm，若图中提供的直线*AB*近似记为该人像的刘海边缘，且该人像的鼻尖位于中庭下边界和第三眼的中点，则该人像鼻尖到刘海边缘的距离约为（ ）



A.  B. 

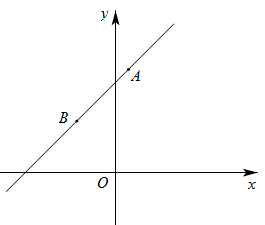
C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】建立平面直角坐标系，求出直线*AB*的方程，利用点到直线距离公式进行求解.

【详解】如图，以鼻尖所在位置为原点*O*，中庭下边界为*x*轴，垂直中庭下边界为*y*轴，建立平面直角坐标系，则，



直线，整理为，

原点*O*到直线距离为，

故选：B

5. “”是“”的（ ）

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】根据充分条件、必要条件的定义判断即可；

【详解】解：因为在定义域上单调递增，所以由可得，

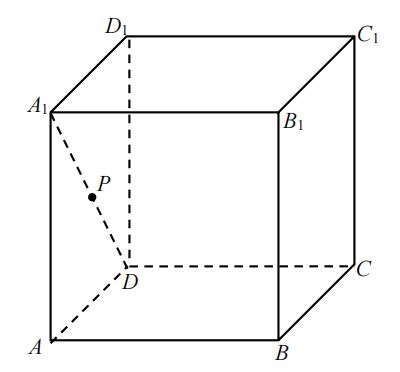
所以由可得，即充分性成立，

由推不出，如、满足，但是，即必要性不成立，

故“”是“”的充分不必要条件；

故选：A

6. 如图，正方体中，是的中点，则下列说法正确的是（ ）



A. 直线与直线垂直，直线平面

B. 直线与直线平行，直线平面

C. 直线与直线异面，直线平面

D. 直线与直线相交，直线平面

【答案】A

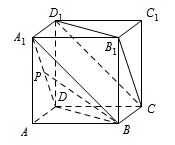
【解析】

【分析】根据空间的平行和垂直关系进行判定.

【详解】连接；由正方体的性质可知，是的中点，所以直线与直线垂直；

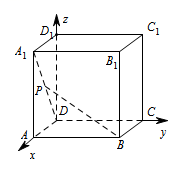
由正方体的性质可知，所以平面平面，

又平面，所以直线平面，故A正确；



以为原点，建立如图坐标系，设正方体棱长为1，

显然直线与直线不平行，故B不正确；



直线与直线异面正确，，，所以直线与平面不垂直，故C不正确；

直线与直线异面，不相交，故D不正确；

故选：A.

7. 某地区安排*A*，*B*，*C*，*D*，*E，F*六名党员志愿者同志到三个基层社区开展防诈骗宣传活动，每个地区至少安排一人，至多安排三人，且*A*，*B*两人安排在同一个社区，*C*，*D*两人不安排在同一个社区，则不同的分配方法总数为（ ）

A. 72 B. 84 C. 90 D. 96

【答案】B

【解析】

【分析】分为每个社区各两人和一个社区1人，一个社区2人，一个社区3人两种分配方式，第二种分配方式再分*AB*两人一组去一个社区，*AB*加上另一人三人去一个社区，进行求解，最后相加即为结果.

【详解】第一种分配方式为每个社区各两人，则*CE*一组，*DF*一组，或*CF*一组，*DE*一组，由2种分组方式，再三组人，三个社区进行排列，则分配方式共有种；

第二种分配方式为一个社区1人，一个社区2人，一个社区3人，

当*AB*两人一组去一个社区，则剩下的4人，1人为一组，3人为一组，则必有*C*或*D*为一组，有种分配方法，再三个社区，三组人，进行排列，有种分配方法；

当*AB*加上另一人三人去一个社区，若选择的是*C*或*D*，则有种选择，再将剩余3人分为两组，有种分配方法，将将三个社区，三组人，进行排列，有种分配方法；

若选择的不是*C*或*D*，即从*E*或*F*中选择1人和*AB*一起，有种分配方法，再将*CD*和剩余的1人共3人分为两组，有2种分配方法，将三个社区，三组人，进行排列，有种分配方法，

综上共有12+12+36+24=84种不同的分配方式

故选：B

8. 已知定义在*D*的上函数满足下列条件：①函数为偶函数，②存在，在上为单调函数. 则函数可以是（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】分析函数的奇偶性判断A；求出函数的零点判断B；分析函数的奇偶性，借助导数求出单调区间判断C；求出函数的定义域判断D作答.

【详解】对于A，定义域为，，即为奇函数，A不是；

对于B，定义域为**R**，由得，即对任意的正整数*k*，都是的零点，显然不能满足条件②，B不是；

对于C，，必有，则且，即定义域为且，

，则函数为偶函数，满足条件①，

设，其导数，由得，

令，当时，，即在上为增函数，

而，在上为减函数，因此在上为减函数，

即存在，在上为减函数，满足条件②，C是；

对于D，定义域为，不能满足条件②，D不是.

故选：C

**二、选择题：本大题共4小题，每小题5分， 共计20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求的.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.**

9. 袋中有10个大小相同的球，其中6个黑球，4个白球，现从中任取4个球，记随机变量*X*为其中白球的个数，随机变量*Y*为其中黑球的个数，若取出一个白球得2分，取出一个黑球得1分，随机变量*Z*为取出4个球的总得分，则下列结论中正确的是（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】ACD

【解析】

【分析】利用超几何分布的性质，及超几何分布的期望求解公式逐项验证.

【详解】由题意知*X*，*Y*均服从于超几何分布，且，，

故；

从而，故选项A正确；

，，，故选项B错误，C正确；

，故选项D正确；

故选：ACD

10. 记数列是等差数列，下列结论中不恒成立的是（ ）

A. 若，则

B. 若，则

C. 若，则

D. 若，则

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据等差数列通项公式及等差中项，结合基本不等式即可求解.

【详解】设等差数列的首项为，公差为，则

对于A，由数列是等差数列及，所以可取，所以不成立，故A正确；

对于B，由数列是等差数列，所以，所以恒成立，故B不正确；

对于C, 由数列是等差数列，可取，所以不成立，故C正确；

对于D，由数列是等差数列，得，无论为何值，均有所以若，则恒不成立，故D正确.

故选：ACD.

11. 已知函数恰有三个零点，则下列结论中正确的是（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】BCD

【解析】

【分析】令转化为为（\*）在上有两不等实根从而得出参数的范围，设函数在处的切线，记切线与的交点的横坐标分别为，又由可得，从而可判断选项C;由对数均值不等式可判断选项D.

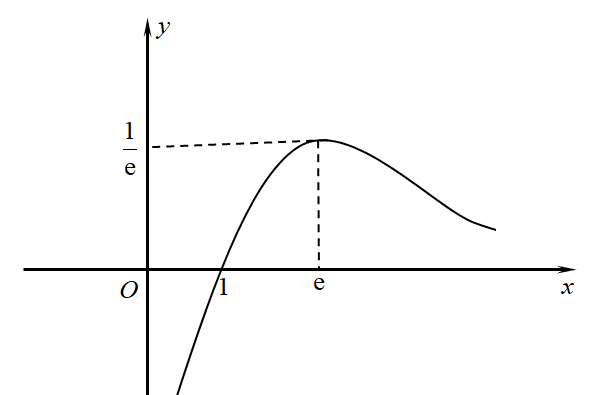
【详解】由，则

可得时，，当时，

所以在上单调递减，在上单调递增. 所以

令，则，当时，；当时，

则在上单调递增，在上单调递减. 所以



由题意即方程有三个实数根, 即有三个实数根

所以有两个实数根，即转化（\*）必有一个实根

判别式，有或，两根情况讨论如下：

①当时，从而将代入（\*）式，得，又，有不符合题意，故舍去

②当，时，令

i) 当时，有，得，此时（\*）式为，不符合题意

ii) 当时，则有 ，解得

综上知的取值范围为，故A错误，B正确.

由上知

考虑函数在处的切线，易证：

记切线与的交点的横坐标分别为，则，

又，则

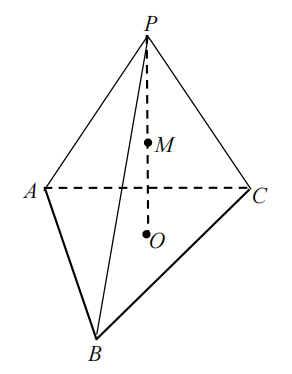
同理，故，故选项C正确

对于选项D，，则有，即，故选项D正确

故选：BCD

【点睛】关键点睛：本题考查利用导数研究函数零点问题，考查复合方程的根的问题. 解得本题的关键是先令，先研究出其性质大致图像，然后将问题转化为（\*）在和上各有一个实根，从而使得问题得以解决，属于难题.

12. 在三棱锥中，顶点*P*在底面的射影为的垂心*O*（*O*在内部），且*PO*中点为*M*，过*AM*作平行于*BC*的截面，过*BM*作平行于*AC*的截面，记，与底面*ABC*所成的锐二面角分别为，，若，则下列说法正确的是（ ）



A. 若，则三棱锥的外接球的表面积为

B. 若，则

C. 若，则

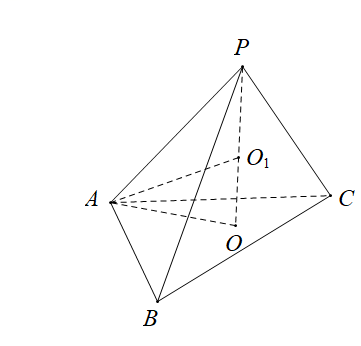
D. 的值可能为

【答案】ABC

【解析】

【分析】根据三角形外心、垂心的性质，结合球的性质、二面角的定义逐一判断即可.

【详解】对选项A，当，*P*在底面的射影为三角形ABC的外心，又由已知顶点*P*在底面的射影为的垂心，故三棱锥为正三棱锥，又，则三棱锥为棱长为1的正四面体，如下图所示：



设三棱锥的外接球的球心为， 半径为，

由正弦定理可知：，，

所以，表面积为，故A正确.

连接延长交与，连接延长交与，设平面平面

顶点*P*在底面的射影为的垂心，平面，平面平面，

则有：直线与平行，

又，则，平面，则 ，

又， 则平面

从而，故为与平面的二面角，即 ，

同理可得：，

对选项B，，又，则有：

可得：与全等，则，

又根据是的垂心，则，，

综上可得：直线垂直并平分线段，

可得：，故选项B正确；

对选项C，易知有如下角关系： ，，

又，则有：，

，，可得： ，

解得： ，则，故选项C正确；

对选项D，若，则有：，则有：

化简后可得：，令，则有：

则有：，此时方程无解，故选项D错误；

故选：ABC

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13. 著名数学家棣莫佛（*De moivre*，1667~1754）出生于法国香槟，他在概率论和三角学方面，发表了许多重要论文.1707年棣莫佛提出了公式：，其中，.已知，根据这个公式可知\_\_\_\_\_\_.

【答案】2

【解析】

【分析】根据题中所给公式进行求解即可.

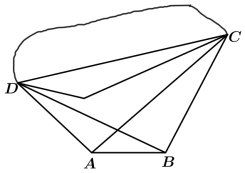
【详解】根据棣莫佛公式，

由，

因为，所以，

故答案为：

14. 为了测量一个不规则公园两点之间的距离，如图，在东西方向上选取相距的两点，点在点*A*的正东方向上，且四点在同一水平面上．从点*A*处观测得点在它的东北方向上，点在它的西北方向上；从点处观测得点在它的北偏东方向上，点在它的北偏西方向上，则之间的距离为\_\_\_\_\_\_km.



【答案】2

【解析】

【分析】由题意确定相应的各角的度数，在中，由正弦定理求得*BC*,同理再求出*DB*，解，求得答案.

【详解】由题意可知，, ,

故在中，，

故 ，，

在中，，

故 ，，

所以在中，，则 ,

故答案为：2

15. 已知等比数列{*an*}各项均为正数，，若存在正整数，使得，请写出一个满足题意的*k*的值\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ .

【答案】9 (9~12的正整数均可)

【解析】

【分析】根据等比数列的通项公式，结合等比数列的前项和公式进行求解即可.

【详解】在等比数列{*an*}中，设公比为，数列各项均为正数，所以

由，则，解得或（舍），

又，解得.

则







即，即



当，即，也即 时，有成立.

又正整数，且

又当时，，显然有成立.

当时，也有成立.

所以9～12的正整数均可满足条件.

故答案为：9

【点睛】关键点睛：运用分类讨论法是解题的关键.

16. 已知曲线与曲线恰好有三个不同的公共点，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】先分析得出曲线，的图像关于轴对称，则在其中一个交点在轴上，在轴上方恰好有一个交点，当时，曲线的方程，则在上恰好有一个实数根，从而得出答案.

【详解】曲线，用代替可得，可得曲线的图像关于轴对称.

曲线用代替可得，从而曲线的图像关于轴对称.

曲线与曲线恰好有三个不同的公共点，则在其中一个交点在轴上，在轴上方恰好有一个交点.

曲线的方程为，所以曲线的图像与曲线的图像必相交于点，

当时，曲线的方程，则，即在上恰好有一个实数根.

,解得 或

所以，解得

故答案为：

**四、解答题：本题共6小题，满分70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17. （1）若点关于轴的对称点为，求所有满足条件的取值的集合；

（2）在中，角所对的边分别为，当角为集合中的最小正数时，， ，求边长的值.

【答案】（1）；（2）或.

【解析】

【分析】（1）根据点与关于轴对称，得出横纵坐标的关系，利用同角三角函数的商数关系，得出，解三角方程即可求解；

（2）根据（1）及已知条件，得出角，利用余弦定理及一元二次方程的解法即可求解.

【详解】解析：（1）由题意知，即，从而

故.

（2）由（1）知，因为角为集合中的最小正数，

当时，，即

由余弦定理及知，即，化简整理，得

化简整理，得，解得或.

所以边长的值为或.

18. 在数列中，已知，，.

（1）若，求数列的通项公式；

（2）记，若在数列中，，求实数的取值范围.

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）将递推关系进行转化，求出 的通项公式；

（2）依题意， 是数列 的最大项，列不等式，分 和 讨论即可.

【小问1详解】

由题意， ，得： ，运用累加法：

 ，

 ，

 ，

 ，*n*=1时，也成立，∴ ；

【小问2详解】

由（1） ， ，

由题意 ，即 ，

化简得： ，

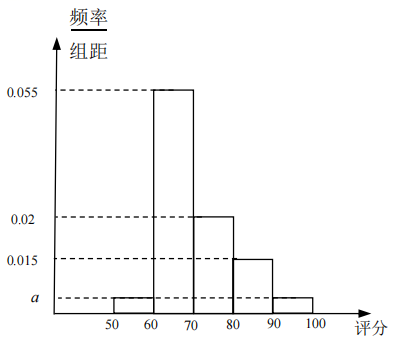
当 时， ，即 ，

当 时， ，即 ，

即 ；

综上，，.

19. 某学校为进一步规范校园管理，强化饮食安全，提出了“远离外卖，健康饮食”的口号．当然，也需要学校食堂能提供安全丰富的菜品来满足同学们的需求．在某学期期末，校学生会为了调研学生对本校食堂的用餐满意度，从用餐的学生中随机抽取了100人，每人分别对其评分，满分为100分．随后整理评分数据，将得分分成5组：第1组，第2组，第3组，第4组，第5组，得到频率分布直方图如图．



（1）求图中的值；若要在平均数和众数中选用一个量代表学生对本校食堂的评分情况，哪一个量比较合适，并简述理由；

（2）以频率估计概率， 现从学校所有学生中中随机抽取18名，调查其对本校食堂的用餐满意度，记随机变量为这18名学生中评分在的人数，请估计这18名学生的评分在最有可能为多少人？

【答案】（1），答案见解析

（2）11人

【解析】

【分析】（1）根据在频率直方图中所有小矩形面积之和为1，结合平均数和众数性质进行求解即可；

（2）根据二项分布的性质进行求解即可.

【小问1详解】

由图知：

，故，

①选用平均数比较合适，因为一方面平均数反映了评分平均水平，另一方面由频率分布直方图估计时评分的极端值所占比例较少，故选用平均数较合理.

②选用众数比较合适，因为一方面众数反映了出现频率最多的那个值的信息， 反映了普遍性的倾向，另一方面由频率分步直方图估计其中评分在的人数超过了一半，从而选用众数也比较合理；

【小问2详解】

记18名学生中*k*名学生的成绩在的概率为，，…，18.

由已知得*X* ~ *B*(18，0.6)，

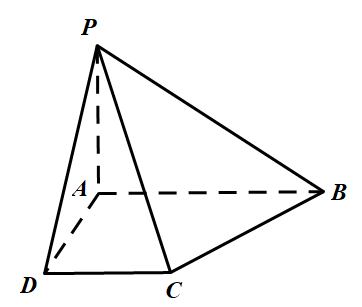
，

令，即，

即，解得，由，.

所以估计这18名学生中评分在最有可能为11人.

20. 已知四棱锥的底面为直角梯形，平面，.



（1）若点是棱上的动点请判断下列条件：①直线*AM*与平面*ABCD*所成角的正切值为；②中哪一个条件可以推断出平面（无需说明理由），并用你的选择证明该结论；

（2）若点为棱上的一点（不含端点），试探究上是否存在一点*N，*使得平面*ADN*平面*BDN*？若存在，请求出的值，若不存在，请说明理由.

【答案】（1）②，证明见解析

（2）存在，

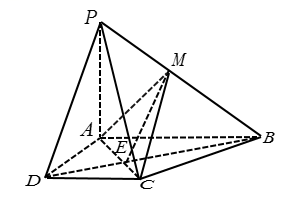
【解析】

【分析】（1）先连接、交于，确定是的几等分点，再确定是的几等分点．

（2）建立空间直角坐标系，平面垂直，对应法向量垂直，数量积为，列出方程求解．

【小问1详解】

条件②可以推断平面.



如图，连接，相交于点，连*EM*.

在梯形中，有，，.

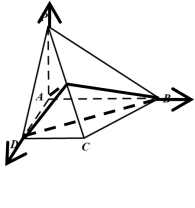
又因为，所以，故，又平面，

平面，所以平面.

故当时，平面.

【小问2详解】

以*A*为原点，*AD*，*AB*，*AP*分别为*x*轴，*y*轴，*z*轴建立如图所示坐标系，



则*A*(0，0，0)，*D*(1，0，0)，*P*(0，0，1)，*C*(1，1，0)，*B*(0，2，0)，

设，则

对于平面*ADN*，设其法向量，

满足，即，故取

对于平面*BDN*，设其法向量，

满足，即，故取，

若平面*ADN*平面*BDN*，则，即，

解得，此时*N*为*PC*的中点，.

21. 已知，为椭圆的左、右焦点，且*A*为椭圆上的一点.

（1）求椭圆*E*的方程；

（2）设直线与抛物线相交于两点，射线，与椭圆*E*分别相交于*M*､*N*.试探究：是否存在数集*D*，对于任意时，总存在实数*t*，使得点在以线段为直径的圆内？若存在，求出数集*D*并证明你的结论；若不存在，请说明理由.

【答案】（1）

（2）存在，，证明见解析

【解析】

【分析】（1）求出点*A*到两焦点的距离，再用椭圆的定义可得，结合可得，从而可得椭圆的方程；

（2）直线与抛物线联立，结合判别式有，要使得点在以线段为直径的圆内，根据题意，有，结合韦达定理可得，从而可证明问题.

【小问1详解】

由题意知，为椭圆上的一点，且垂直于*x*轴，

则，，所以，

即，所以，

故椭圆的方程为；

【小问2详解】

方程为，联立抛物线方程，

得，整理得，

则，则①，

设，，，，则，，

则 ，

由的坐标为，则，，，，

由与同向，与同向，

则点在以线段为直径的圆内，则，则，

则，即，

则，即②，

当且仅当，即，

总存在使得②成立，

且当时，由韦达定理可知的两个根为正数，

故使②成立的，从而满足①，

故存在数集，对任意时，总存在，使点在线段为直径的圆内．

22. 已知函数在处的切线方程为.

（1）求实数的值；

（2）（i）证明：函数有且仅有一个极小值点，且；

（ii）证明：.

参考数据：，，，.

【答案】（1）

（2）（i）证明见解析；（ii）证明见解析

【解析】

【分析】（1）直接利用导数的意义列方程组，即可解得；

（2）（i）求出导函数.利用导数和零点存在对立即可证明；

（ii）求出，令，利用导数判断出在上单调递减，

即可证明；要证，即证.令，利用导数证明出；令，利用导数证明出，得到，即可证明.

【小问1详解】

定义域为，

由题意知，解得.

【小问2详解】

（i）由（1）知，

令，则，从而即单调递增

又，故存在唯一的使得

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  | 0 |  |
|  |  | 极小值 |  |

从而有且仅有一个极小值点，且

（ii），的极小值

令，则，从而在上单调递减，，故

下证，即证

一方面令，则，则在上单调递增，从而

另一方面，令，

令有

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  | 0 |  |
|  |  | 极大值 |  |

从而

从而即成立，故.

【点睛】导数应用主要有：

（1）利用导函数几何意义求切线方程；

（2）利用导数研究原函数的单调性，求极值（最值）；

（3）利用导数求参数的取值范围；

（4）利用导数证明不等式.