

在数学教学中融入数学文化:时机与方式*

温建红 王培培 焦菊红 (西北师范大学教育学院 730070)

摘要:数学是人类文化的重要组成部分,数学教学中可以在创设情境、命题探究、处理习题、拓展阅读材料等时机融入数学文化,以讲数学故事、插入微视频、信息技术模拟、编写试题等方式融入数学文化.

关键词:数学教学;数学文化;时机与方式

文章编号:1004-1176(2022)04-0061-05

1 问题提出

数学不仅是思维的科学、科学语言与工具,还是人类文化的重要组成部分.数学教学除了要让学生感悟数学的科学价值、应用价值,还要让学生体会数学的文化价值.数学文化是数学的思想、精神、语言、方法、观点,以及它们的形成和发展;还包括数学在人类生活、科学技术、社会发展中的贡献和意义,以及与数学相关的人文活动.^[1]教师在数学教学中融入数学文化,不仅能激发学生学习数学的兴趣,还能陶冶学生的情操、启迪学生的智慧;使学生在感受数学发生发展的过程中,坚定数学信念,形成理性思维和科学精神.随着我国数学课程改革的深入,数学课程已经加入了很多数学文化的内容,如何将其有效落实在教学中,就成为教师需要思考的课题.数学教学中教师可以利用哪些时机?以什么样的方式融入数学文化?本文将结合案例对这两个问题做一些讨论.

2 数学教学中融入数学文化的时机

2.1 在创设情境中融入数学文化

在数学教学的开始,很多教师都会通过创设情境导入新课,这不仅能激发学生的学习动机,也有助于问题的提出.数学教学中的情境与其他学科不同,从类型来看有现实情境、数学情境以及科学情境等;从学生的熟悉程度来看,有熟悉的情境、关联的情境和综合性情境.在教学设计过程中,当教师发现教学内容的背景或知识本身包含一些数学史或数学文化的内容时,就可以考虑以数学文化为素材来创设关联的情境,以达到融入数学文化的目的.以数学文化为背景的情境既具有现实情境的生动与鲜活,又兼有数学情境所包含的前后知识之间的衔接与延伸,如果使用恰当,

能极大地调动学生的积极性,促进学生对数学知识的理解.

在高中“基本不等式”的教学中,有的教师会创设数学情境,即从初中学习过的完全平方公式出发,由

$(a-b)^2 \geq 0$,通过变形得到 $a^2 + b^2 \geq 2ab$.也有教师会从数学文化出发来创设情境,相比较起来,后者更加生动有趣.在教学开始,教师先向学生展示2002年在我国北京召开的第24届国际数学家大会的会标(图1),并介绍会标设计的出处和内涵.它是依据我国古代著名数学家赵爽在研究勾股定理时所用的弦图(图2)为原型而设计的,其颜色的明暗使它看上去有较强的立体感,像一个风车在欢迎来自世界各地的与会代表,同时也向世界展示了我国古代数学家取得的伟大成就^[2].

在学生了解这一文化背景后,教师再向学生呈现图2,正方形ABCD内有4个全等的直角三角形,如果设直角三角形的两条直角边的长为 a , $b(a \neq b)$,那么正方形的边长为 $\sqrt{a^2 + b^2}$,4个直角三角形的面积和为 $2ab$,正方形的面积为 $a^2 + b^2$.由图形容易发现,正方形ABCD的面积大于4个直角三角形的面积之和,于是有不等式 $a^2 + b^2 > 2ab$.如果运用几何画板演示,可以直观看到,当四个直角三角形变为等腰直角三角形,即 $a = b$ 时,正方形缩为一个点,此时图中心的空白消失,这时就有 $a^2 + b^2 = 2ab$.从此情境出发,提出本节课要研究的问题:一般地,对于任意实数



图1

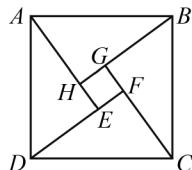


图2

* 本文系国家社会科学基金“十三五”规划2018年度教育学西部项目“西北民族地区高中生理科学科核心素养培育路径研究”(编号: XHA180288)的研究成果之一.

a, b , 我们有 $a^2 + b^2 \geq 2ab$, 当且仅当 $a=b$ 时, 等号成立. 这里以赵爽的弦图为情境提出问题, 生动自然, 既向学生介绍了我国古代优秀的数学研究成果, 又渗透了数形结合思想, 使学生对基本不等式的内容有了更为深入的理解.

数学教学中, 很多数学知识都有其产生的历史与文化背景, 教师只要用心挖掘, 并将其运用到情境创设中, 就会收到意想不到的教学效果.

2.2 在命题探究中融入数学文化

在数学教学中, 除了数学概念外, 有关数学公式、定理等命题教学占有很大的比重. 命题表达的是一种数学规律, 它是很多数学家经过艰苦努力、不断探索才获得的. 即使是对同一问题的探索, 不同的数学家也有不同的探索轨迹与研究思路, 因此很多数学命题中也包含丰富的数学文化. 但在一般的中学数学教材中, 往往只介绍某一种探索命题的思路与方法, 命题背后更多的数学文化以及探究思路还需要教师挖掘和学生课外自己去学习. 在数学教学中, 教师可以根据命题内容及特点积极开发与之相关的课程资源, 并将数学文化与数学知识教学有机融为一体. 一方面, 通过数学文化向学生展示数学命题产生的背景、发生与发展过程, 使学生能从历史的视角认识数学命题; 另一方面, 让学生从多元文化视角思考问题, 了解不同方法探究命题的特点, 从不同视角理解数学命题^[3].

以球的体积公式探索为例, 人教版教材采用类比求圆面积的方法给出了球的体积公式的推导过程^[4]: 把球的表面分为 n 个小网格, 连结球心 O 和每个小网格的顶点, 整个球体就被分成 n 个“小锥体”. 当 n 越大时, 每个“小锥体”的底面就越平, “小锥体”就越近似于棱锥, 其高越近似于球半径 R , 体积 $V \approx \frac{1}{3}SR$. 由于球的体积就是 n 个“小锥体”的体积之和, 而 n 个“小锥体”的底面积之和就是球的表面积, 所以球体积 $V_{\text{球}} = \frac{1}{3}S_{\text{球}}R = \frac{1}{3} \times 4\pi R^2 \cdot R = \frac{4}{3}\pi R^3$, 所以得到球的体积公式为 $V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi R^3$.

在数学教学中, 很多教师基本上是按这样的思路推导球的体积公式. 如果深入考察, 会发现在推导球的体积公式方面, 我国数学家也有杰出的贡献, 教学中教师可以将这些内容适时融入教学,

使学生对我国古代数学家的智慧也有所了解. 刘徽是我国魏晋时期伟大的数学家, 他在《九章算术·开立圆术》注中指出了原有球体积公式的不精确性, 并着手探索球的体积公式.

在此过程中, 他引入了“牟合方盖”这一著名的几何模型(如图3, 是指正方体的两个轴互相垂直的内切圆柱体的贯交部分), 并得到了球体积与牟合方盖体积之比为 $\pi:4$, 如果求出牟合方盖的体积, 球的体积即可攻破^[5]. 尽管刘徽最终没有得到球的体积公式, 但却为后人进一步探索打下了基础.

祖暅继承了刘徽对球体积的推导工作, 从计算牟合方盖的体积来寻求突破. 但他没有把精力放在计算牟合方盖体积本身, 转而计算牟合方盖与正方体之间的“外棋”的体积. 正方体除去牟合方盖之外的部分恰好为8个完全相同的几何体. 祖暅在继续刘徽研究工作的基础上, 进一步发展了截面面积原理: “缘幂势既同, 则积不容异.” 此截面面积原理被称之为祖暅原理^[6].

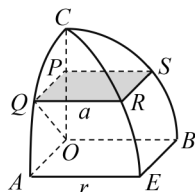


图4

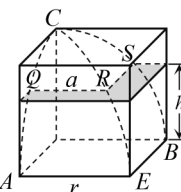


图5

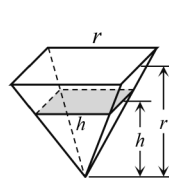


图6

具体步骤为: 在图4中, $OP = \sqrt{r^2 - a^2}$, $S_{PQRS} = a^2$. 在图5中, $S_{\text{阴}} = r^2 - S_{PQRS} = r^2 - a^2 = r^2 - (r^2 - h^2) = h^2$. 这时构建一个倒放的四棱锥, 使其与“小方盖剩余”符合“祖暅原理”(图6). 在图6中 $S_{\text{阴}} = h^2$, 即图6的四棱锥的体积与“小方盖剩余”的体积相等, 得 $V = \frac{1}{3}r^3$, $V_{\text{小方盖剩余}} = \frac{1}{3}r^3$, $V_{\text{小方盖}} = r^3 - \frac{1}{3}r^3 = \frac{2}{3}r^3$, $V_{\text{牟合方盖}} = \frac{2}{3}r^3 \times 8 = \frac{16}{3}r^3$. 得到牟合方盖的体积后, 再根据刘徽所得比例关系, 即可得到球的体积公式为 $\frac{4}{3}\pi r^3$.

在数学命题教学中融入数学文化, 使得命题教学不再只是抽象的逻辑推理, 教师通过对数学家事迹的介绍, 剖析不同的求解思路, 可以开阔学生视野, 使学生在获得数学知识的同时, 切身感受到我国古代数学家前赴后继、孜孜以求的探索精

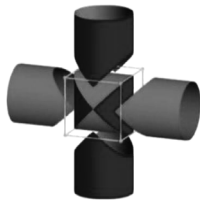


图3

神,从而增强民族自豪感.

2.3 在处理习题中融入数学文化

在数学教学中,习题有多方面的作用:对学生而言,可以通过完成习题作业巩固知识、提高技能;对教师而言,可以检查和诊断学生的学习情况,为后续教学决策提供参考.随着我国数学课程改革的深入,数学教材中很多习题的面貌有了很大的变化,有的习题就是以数学文化为背景而提出问题的.对于这类习题的教学,教师除了关注问题的解决,还要对习题中包含的数学文化进行拓展解析,让学生在解决问题的同时,数学文化素养也能有所提升.

在2013年人教版《义务教育教科书·数学》(八年级下册)中有一个关于漏壶的习题,题目为一道选择题,要求选出漏壶的壶底到水面的高度与漏水时间对应关系的图象,其中涉及到有关古代计时器的内容,是一道典型的有着数学文化背景的题目.在这道题的教学中,若忽略与漏壶有关的数学文化,由于问题本身的求解并不是很难,学生可以通过排除法很快得到正确答案.如果这道题的教学到此结束,那么它的教育价值并没有完全发挥出来.如果教师能够注意到本题中与漏壶有关的数学文化背景,并将其融入到这道习题的教学中,那么教师就要在备课时围绕古代计时器查阅有关文献,将漏壶计时器所包含的数学知识与数学原理弄清楚,以便在解题教学中向学生介绍漏壶计时器的发展变化和包含的数学原理^[7].从漏壶计时器到今天各种计时工具的产生,无一不凝聚着人类的智慧与科技的进步.通过数学文化的融入,这道习题的学习不仅让学生增长了知识,提高了能力,还在情感、态度与价值观等各方面都有了发展.

数学教育承载着落实立德树人根本任务、发展素质教育的功能.对教材编写者而言,将一些数学文化作为习题的背景,凸显其良苦用心,但能否在教学中将其教育作用得以有效发挥,还需要教师下一番功夫.在数学习题教学中,当出现有数学文化的内容时,教师要适时将数学文化融入其中,使学生在知道问题背景和渊源的基础上,再投入到解题活动中去.

2.4 在拓展阅读材料中融入数学文化

数学教材浓缩了历史上创造的数学文化的精华,最大限度地数学知识按学生的认知结构和身心发展规律进行逻辑化、系统化的处理,是学生

学习、分析探索、发展数学素养的基本素材.^[8]在目前各类版本的数学教材中,除了有系统的数学知识,还通过“阅读与思考”“数学史料”等专题栏目插入了很多数学文化的内容.在数学教学中,这些内容是融入数学文化较为直观和具体的素材,但由于篇幅所限,教材中数学文化的内容都比较短小精练,还需要在教师的引导下,对其做进一步的挖掘和扩充,以这些阅读材料为依托向学生渗透数学文化.

在人教版高中教材函数概念学习中,教材在“阅读与思考”中简单介绍了函数概念发展历程^[9].教学中教师可以围绕这一阅读材料,让学生利用图书馆或网络查阅更多与函数概念有关的资料,使学生能更加深入地了解函数概念发展过程,特别是对于函数概念的七次扩张,有一个更为详细的了解.最初的“函数”与“幂”同义,1692年莱布尼茨在论文中用函数表示随曲线变化而改变的几何量.约翰·伯努利对函数概念进行了第一次扩张,他提出:由一个变量 x 与常数构成的任意表达式,称为 x 的函数.后来,欧拉把按照这种定义的函数称为“解析函数”,并进一步区分为“代数函数”和“超越函数”.在“解析函数”的基础上,由于对连续函数积分的讨论,使得函数的范畴扩大到几何学,并依据曲线是否能用一个表达式表示来区分“真函数”和“伪函数”,傅里叶纠正了这种对函数的认识,使人们放弃“真函数”和“伪函数”的概念,此为函数概念的第二次扩张.第三次扩张由柯西提出,他认为:对于 x 的每个值,都有完全确定的 y 值与之对应,则称 y 是 x 的函数.这时的函数不再受限于用一个表达式表达,这比“真函数”的概念更为广泛.在此基础上,黎曼、狄利克雷取消 x 和 y 的关系能否用解析式表示出来的限制,给出了更广泛的函数定义:若对 x 的每个值,有完全确定的 y 值与之对应,不管建立起这种对应的方式如何,都称 y 是 x 的函数,此为第四次扩张.第五次扩张取消了自变量变域的限制,使其与集合论相结合,扩大了近代函数的研究领域.接下来,维布伦和伦内突破了函数自变量及函数的范围仅限于数的局限,使函数概念进一步扩张.函数概念的第七次扩张是给出了一种更为广泛的函数定义:集合函数.它不仅把维布伦的函数定义作为一种特殊情形包含在内,还包括了现代数学以及其他学科中所使用的所有函数概念^[10].通过对教材中“阅读与思考”的拓展学习,学生对函数概念

一般化的过程有了更加直观的认识,在加深对函数概念理解的同时,使学生对数学的精神、思想与方法有了更加深切的感悟.

数学教材中的阅读材料包含丰富的数学文化,有对某个数学概念发展历程的介绍,也有对著名数学家、数学名著以及数学名题的介绍等.教学中如果教师能加以重视,并精心设计,是融入数学文化非常好的时机.

3 数学教学中融入数学文化的方式

3.1 讲数学故事

数学教学中融入数学文化,要根据数学文化和数学内容的特点,采取恰当的方式.因为数学具有抽象性与严密逻辑性的特点,以致与其他学科相比,数学教学总给人一种刻板 and 枯燥的印象.随着数学文化融入数学教学,数学课堂的生态有了显著的变化.有的数学文化内容生动有趣,有很强的故事性,教师完全可以通过较为轻松的讲故事的形式展现出来.

如等比数列前 n 项和的学习,其中包含大量的运算,如果直接提出问题,很难提起学生兴趣.教师通过挖掘与其有关的数学文化,可以从一个有趣的故事讲起.国际象棋起源于古代印度,相传国王要奖赏国际象棋的发明者,问他需要什么.发明者说:“请在棋盘的第1格子里放上1颗麦粒,第2格子里放上2颗麦粒,第3格子里放上4颗麦粒.以此类推,每个格子里放的麦粒数都是前一个格子里的2倍,直到第64个格子.”国王觉得这个要求不难完成,便答应了他.假定千粒麦子的质量为40 g,据查,目前世界小麦年产量约6亿吨,根据以上数据,请判断国王是否能实现他的诺言?”^[1]教师在讲数学故事的同时提出了问题,学生列出了算式 $S_{64} = 1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{63}$,但这个式子的值如何求呢?你觉得国王能否实现他的诺言?在好奇心的驱使下,学生积极投入到对等比数列求和的探究中.

数学教学中以讲故事的方式融入数学文化,一方面要注意故事的趣味性,另一方面不能哗众取宠,为讲故事而讲故事.只有数学文化中包含的故事内容与所学数学知识有密切联系,这样的数学故事才能激发学生的好奇心,让学生产生认知冲突或得到启发,帮助学生更好地学习数学知识.

3.2 插入微视频

微视频是媒体的一种,它具有短小精悍、直观生动、可重复播放、交互性强等特点.随着互联网

技术的快速发展,网络上有很多数学爱好者开发的数学文化类微视频,教师在教学中要善于挖掘和收集网上的教学内容,将它用在自己的教学中.如果条件允许,教师自己也可以查阅有关资料,录制一些与课程内容有关的微视频,在教学中以微课的形式插入其中,提高数学教学效率.

如在初中与高中数学教材的几何内容中,一般都会加入对数学史上的名著《几何原本》和公理化方法的介绍.教学中有的教师会让学生自己阅读学习,有的教师会自己讲授,由于受课堂时间的限制,致使学生对这本名著的了解非常有限,对公理化方法理解也不是很深入.如果教师能在网上找到与《几何原本》有关的微视频,并选择内容贴切、时间长度合适的微视频在课堂上播放,精美的画面、丰富的内容会立刻吸引学生,这种直观立体式的融入,要比学生自学或教师讲解更加深入有效.

教师在以插入微视频的方式融入数学文化时,要注意视频内容一定要紧扣学习主题,而且适合学生的年龄特点.视频的时长要适当,画面和音质要清晰,确保科学性和教育意义的达成.

3.3 信息技术模拟

随着时代的发展,信息技术正在对数学教育产生深刻影响,在数学教学中,信息技术已成为学生学习和教师教学的重要辅助手段.教师应重视信息技术的运用,优化课堂教学,转变教学方式和学习方式^[1].在数学教学融入数学文化的过程中,对于一些有较强操作性、但学生较难理解的内容,教师可以通过信息技术模拟的方法,让学生在观察和体验中学习数学文化,从中感悟数学的应用价值和文化价值.

如在高中椭圆标准方程的学习中,旦德林双球模型是一个经典案例,它不仅巧妙而且有趣,是一个很好的数学文化素材.如图7,圆锥里有两个大小不同的球,它们分别与圆锥的侧面、截面相切,与截面相切于点 E, F .在截口曲线上任取一点 A ,过点 A 作圆锥的母线,分别与两个球相切于点 C, B .可以知道 $AE = AC, AF = AB$,于是 $AE + AF = AB + AC = BC$.

由于切点之间的距离 BC 是定值,所以截口曲线上任意一点 A 到两个定点 E, F 的距离之和

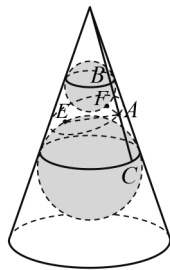


图7

为常数.由椭圆的定义可知,截口曲线是椭圆^[12].对于空间想象能力弱的学生而言,这个模型理解起来有些困难,因此也有教师在教学中不向学生介绍这一内容.为了有效化解学生认识上的困难,教师可以通过 GeoGebra 或其他软件对这一模型进行模拟,让学生在动态中去观察、理解且德林双球模型.

数学教学中融入数学文化,有的内容只需要学生简单了解,而有的内容则需要学生达到理解,才能发挥其作用,也才能使数学文化与数学知识真正融为一体.因此,当教学中让学生自己阅读但无法达到教学目的时,教师要发挥信息技术的优势,通过制作一些动态课件,模拟生成过程,帮助

学生更好地理解数学文化中包含的数学知识.

3.4 编写试题

在对学数学学习进行评价中,考试是最为常见、也是运用较多的一种评价方式.由于评价对教师的教和学生的学有很大的导向作用,因此考试题的类型、难度等因素对教学就有着很大的影响.为了使教师和学生重视数学文化,并在教学中融入数学文化,可以通过编写包含数学文化背景的试题,以这种方式融入数学文化.

近年来,在数学高考题中已经有了很多以数学文化为背景的题目,有研究者对我国 2020 年部分高考卷中有关数学文化的试题从不同视角做了梳理(表 1)^[13].

表 1 2020 年高考数学文化试题统计

卷别与题号	题型	类别	出处	知识点分布
全国卷 I 文理 3	选择题	数学与建筑学、美学	古埃及胡夫金字塔	正四棱锥的计算问题
全国卷 II 理 4	选择题	数学与建筑学	北京天坛的圜丘坛	等差数列
全国卷 II 文 3	选择题	数学与音乐	钢琴的键	数列
山东卷 4	选择题	数学史料	中国古代测时仪器日晷	立体几何
北京卷 10	选择题	数学精神	割圆术、阿尔·卡西	正六边形性质、解三角形
浙江卷 11	填空题	数学史料	杨辉和朱世杰研究高阶等差数列	数列求和

从表 1 可以看出,以数学文化为背景的试题从题型来看主要以选择题和填空题居多,知识点涵盖立体几何、数列以及解三角形等,其中很多素材出自我国古代数学文化,内容涉及建筑、音乐、计时器等诸多领域.在日常教学中,教师也可以利用编制各类试题的机会,设计类似有数学文化背景的考试题,将数学知识与数学文化相结合,在考查学生数学知识与能力的同时,让学生对世界各国的数学文化也能有所了解.

4 结语

数学文化作为人类文化的重要组成部分,它有着丰富而且深刻的文化底蕴与内涵,传播数学文化是提高公民数学素养的有效途径^[14].数学教学除了要重视数学知识与技能的教学,教师还要寻找恰当的时机,并运用适当的方式融入数学文化,使学生在数学学习中获得理性精神的同时,人文素养也得到培养,数学学科核心素养得到发展.教师可以根据数学教学内容的特点选择合适的时机和方式融入数学文化.对教师而言,要在数学教学中很好地融入数学文化,必须加强自身数学文化修养,学习更多数学史、数学哲学以及数学文化等多方面的知识,积极开发各类数学文化课程资

源,这样才能在时机出现时,以恰当的方式将其融入,提高数学教学的效率.

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准(2017 年版)[M].北京:人民教育出版社,2018:10,83.
- [2] 唐建.数学文化的滋润,促进不等式的构建——从《基本不等式》教学谈起[J].数学教学研究,2011,30(4):19-21.
- [3] 严春容.HPM 视角下高中数学命题教学的案例研究[D].桂林:广西师范大学,2021.
- [4] 人民教育出版社课程教材研究所.普通高中教科书数学(必修 2)[M].北京:人民教育出版社,2019:118.
- [5] 李文林.学一点数学史(续)——谈谈中学数学教师的数学史素养[J].数学通报,2011,50(5):1-7,20.
- [6] 齐丹丹.HPM 视角下球体积公式的教学[D].上海:华东师范大学,2018.
- [7] 温建红,王列.从不同视角解析数学教科书中的习题——以“漏壶”问题为例[J].数学通报,2016,55(4):33-36.
- [8] 吕世虎,贾随军,温建红,等.中学数学课程标准与教材研究[M].北京:高等教育出版社,2015:6.

(下转第 67 页)

轴上方且 $r_A = 8$, 所以圆 $A: x^2 + (y-8)^2 = 64$, 而 A, B, C 三点共线且其斜率为 -1 , 故 $l_{AB}: y = -x + 8$. 又因为圆 B 与 y 轴相切且 $r_B = 8$, 圆心 B 在 y 轴右侧, 所以圆心 B 应在 $x = 8$ 上, 故 $\begin{cases} y = -x + 8, \\ x = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8, \\ y = 0, \end{cases}$ 从而圆 $B: (x-8)^2 + y^2 = 64$. 将两圆方程作差得 $16x - 16y = 0$, 即圆 A 与圆 B 的公共弦所在直线方程为 $y = x$.

(2) 圆 $C: [x - (8 + 8\sqrt{2})]^2 + (y + 8\sqrt{2})^2 = 64$.

命题背景 苹果 logo 标志的寓意是一个被上帝咬了一口的苹果, 以此凸显苹果公司的理念是只有不完美才能促使进步并去追求完美. 可见, 数学文化与艺术形式美的完美契合, 使得标志艺术获得了形式上永恒的生命.

3 DS 标志

例 3 图 5 是法国品牌轿车 DS 的标志, 此标志中左右对称的两条黑色曲线可以近似地看成双曲线的部分图形. 若左边等腰三角形的两腰所在直线是双曲线的渐近线, 且等腰三角形的底约为 4 个单位, 高约为 3 个单位, 则双曲线的离心率为 ().



图 5

- A. $\frac{\sqrt{13}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{13}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\sqrt{2}$

解析 由于双曲线的渐近线斜率为 $\pm \frac{b}{a}$, 且等腰三角形的底约为 4 个单位, 高约为 3 个单位, 则 $\frac{b}{a} = \frac{2}{3}$, 即 $b = \frac{2}{3}a$, 离心率 $e = \sqrt{\frac{c^2}{a^2}} =$

$$\sqrt{\frac{a^2 + \left(\frac{2}{3}a\right)^2}{a^2}} = \frac{\sqrt{13}}{3}, \text{ 故选 A.}$$

命题背景 标志设计发展到今天, 其内在艺术已经远远超越了诞生之日的范围, 尤其是将标

志造型商业化, 给各个企业带来了巨大的利润. 在本题中 DS 是法国汽车工业顶级设计豪华品牌, 在法语中乃“女神”之意. 此标志左右两侧形似字母 D, S, 尤其是左右两侧双曲线的运用, 使得标志呈现出无法超越的和谐之美.

4 绿叶标志

例 4 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的面积

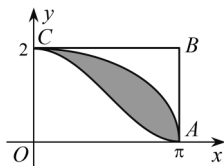


图 6

为 πab . 某数学爱好者设计了一个标志, 如图 6, 在矩形

$OABC$ 中有一片绿叶图案标志, 该叶片由函数 $y = \cos x + 1 (x \in [0, \pi])$ 的图象及函数 $y = \frac{2}{\pi} \sqrt{\pi^2 - x^2} (x \in [0, \pi])$ 的图象围成. 今向该矩形内任投一点, 则该点落在叶片图内的概率为 ().

- A. $\frac{\pi-2}{4}$ B. $\frac{\pi-1}{2}$ C. $\frac{\pi-1}{4}$ D. $\frac{\pi-2}{2}$

解析 由题意矩形面积为 2π , 函数 $y = \frac{2}{\pi} \sqrt{\pi^2 - x^2} (x \in [0, \pi])$ 的图象为椭圆 $\frac{x^2}{\pi^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的 $\frac{1}{4}$, 该椭圆面积为 $2\pi^2$. 由余弦函数的对称性可知, 函数 $y = \cos x + 1 (x \in [0, \pi])$ 的图象与矩形围成的面积为矩形面积的一半, 即为 π , 则 $S_{\text{叶片}} =$

$$\frac{1}{4} \times 2\pi^2 - \pi = \frac{\pi^2}{2} - \pi, \text{ 故所求概率为 } p = \frac{\frac{\pi^2}{2} - \pi}{2\pi} = \frac{\pi-2}{4}. \text{ 选 A.}$$

命题背景 本题以数学文化为支撑点, 在形的高度和概括的基础上, 打破了流于简单的正方形设计, 突出了标志的简洁美. 以清新简洁、明晰易记的数学设计, 使绿叶标志作品富于了变化, 丰富了内涵, 拥有一种令人赏心悦目的美感, 实现了超越时空的传播.

(上接第 65 页)

[9] 人民教育出版社课程教材研究所. 普通高中教科书 数学(必修1)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2019: 75.

[10] 米山国藏. 数学的精神、思想和方法[M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2019: 16-24.

[11] 人民教育出版社课程教材研究所. 普通高中课程标准实验教科书(数学5)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2007: 55.

[12] 人民教育出版社课程教材研究所. 普通高中课程标准实验教科书(选修数学2-1)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2007: 42-43.

[13] 罗文军, 刘娟娟. 2020 年高考中数学文化的考查研究[J]. 数学教学研究, 2021(2): 60-63.

[14] 郭民, 白钢. 数学文化与数学文化价值的思考[J]. 东北师大学报(哲学社会科学版), 2019(3): 194-199.