高考数学考前应记应会

临门一脚，助力高考，向非智力因素要20分

一、数列板块

1. 等差等比数列(小题)

(1) 基本量法

等差 $a_n=a_1+(n-1)d=a_m+(n-m)d$

$S_n=\frac{(a_1+a_n)n}{2}=na_1+\frac{n(n-1)d}{2}$... 二次函数有最值

等比 $a_n=a_1q^{n-1}=a_mq^{n-m}$ $S_n==\begin{cases} na_1, q=1 \\ \frac{a_1}{1-q}(1-q^n) \end{cases}$

(2)性质法

等差①若 $m,n,p,q\in N^*$，且 $m+n=p+q$，则 $a_m+a_n=a_p+a_q$；

②$a_n=a_m+(n-m)d$；

③$S_m, S_{2m}-S_m, S_{3m}-S_{2m},\cdots$ 成等差数列.

等比①若 $m,n,p,q\in N^*$，且 $m+n=p+q$，则 $a_m\cdot a_n=a_p\cdot a_q$；

②$a_n=a_m\cdot q^{n-m}$；

③$S_m, S_{2m}-S_m, S_{3m}-S_{2m},\cdots(S_m\neq 0)$ 成等比数列.

④$\{a_n\},\{b_n\}$ 成等比数列，则 $\{\lambda a_n\},\left\{\frac{1}{a_n}\right\},\{a_nb_n\},\left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}$ 成等比数列 $(\lambda\neq 0, n\in N^*)$

2. 等差等比数列的构造与证明(大题)

(1)证明：①认②选③作④代⑤化

(2)构造：

整体法：$\{\frac{1}{S_n}\},\{\sqrt{S_n}\},\{a_n+\lambda\}$ 等

一阶线性 $a_{n+1}=pa_n+q$ 可化 $a_{n+1}+\lambda=p(a_n+\lambda)$

一阶非线性 $a_{n+1}=pa_n+q\cdot r^n$ 可化 $\frac{a_{n+1}}{p^{n+1}}=\frac{a_n}{p^n}+\frac{q}{p}\cdot(\frac{r}{p})^n$

二阶 $a_{n+1}=pa_n+qa_{n-1}$ 可化为 $a_{n+1}+ka_n=\lambda(a_n+ka_{n-1})$

倒数 $a_n=\frac{ma_{n-1}}{k(a_{n-1}+b)}$ 可化 $\frac{1}{a_n}=\frac{kb}{m}\cdot\frac{1}{a_{n-1}}+\frac{k}{m}$

累加 $a_n=(a_n-a_{n-1})+(a_{n-1}-a_{n-2})+\cdots+(a_2-a_1)+a_1$

累乘 $a_n=\frac{a_n}{a_{n-1}}\cdot\frac{a_{n-1}}{a_{n-2}}\cdot\cdots\cdot\frac{a_2}{a_1}\cdot a_1$

3. 明确等差等比求通项(大题)

(1)基本量法和性质法

(2)等差等比之间的转化 $\{2^{a_n}\},\{log_2b_n\}$

注：既是等差数列又是等比数列则为常数列

4. 给和(积)式求通项(大题)

(1)若求 a_n 则需 S_n 转 a_n 结合 $a_n=\begin{cases} S_1(n=1), \\ S_n-S_{n-1}(n\geqslant 2). \end{cases}$

(2) 若求 S_n 则需 a_n 转 S_n 结合 $a_n=S_n-S_{n-1}$

(3) 给积式求通项 $a_1\cdot a_2\cdot\cdots\cdot a_n=f(n)$，$a_n\neq 0$，求 a_n，用作商法：

$a_n=\begin{cases} f(1)(n=1), \\ \frac{f(n)}{f(n-1)}(n\geqslant 2). \end{cases}$

5. 裂项相消法求和(大题)

(1)等差数列背景

①$\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{1}{d}(\frac{1}{a_n}-\frac{1}{a_{n+1}})$

②$\frac{1}{S_n}=\frac{1}{An^2+Bn}=\frac{1}{A}\cdot\frac{1}{n(n+\frac{B}{A})}=\frac{1}{B}(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+\frac{B}{A}})$

(2)等比数列背景

$\frac{2^n}{(2^n-1)(2^{n+1}-1)}=\frac{1}{2^n-1}-\frac{1}{2^{n+1}-1}$

$\frac{3^n}{(3^n-1)(3^{n+1}-1)}=\frac{1}{2}[\frac{1}{3^n-1}-\frac{1}{3^{n+1}-1}]$

(3)其它常见裂项

$\frac{4n}{(2n-1)^2(2n+1)^2}=\frac{1}{2}[\frac{1}{(2n-1)^2}-\frac{1}{(2n+1)^2}]$

$\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=-\sqrt{n}+\sqrt{n+1}$

6. 错位相减法求和(大题)

(1) 直接法：加乘减除化

(2)待定系数法：$T_n=(An+B)q^n-B$

(3)万能公式法：$T_n=$

注意公式中的 q 是新数列的，与原数列的不一定一致

7. 多规律分组求和(大题)

(1)奇偶规律：$(-1)^n, a_n+a_{n+1}=An+B, b_nb_{n+1}=q^n, a_n+(-1)^na_{n+1}=An+B$，分段数列 $a_n=\begin{cases} f(n) \\ g(n) \end{cases}$，三角数列 $a_n=sin(f(n))$

(2)其他规律：合并 a_n+a_{n+1}，$(-1)^na_n$，$(-1)^nS_n$，公共项，剔除项，取大取小等——先列举，再假设，后验证

(3)没有规律：列举

$1+2+3+\cdots+n=\frac{1}{2}n(n+1)$，

$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$，

$1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2, n\in N^*$.

8. 数列的和与不等式(大题)

(1)单调性：函数法，作差法，列举法

(2)极限：类比函数求极限

(3)放缩：正数前提下，分母变大或者分子变小，分式变小

二、三角函数板块

9. 三角函数求值(角)(小题)

(1)角的形式：换元改造再套用公式

定义：设 α 是一个任意角，它的终边的点 $P(x,y)$，则 $\sin\alpha=\frac{y}{r}$，$\cos\alpha=\frac{x}{r}$，$\tan\alpha=\frac{y}{x}$. 逆向旋转问题：$P(rcos\alpha,rsin\alpha)$

同角关系：$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$

诱导公式：在 $\frac{k\pi}{2}+\alpha, k\in Z$ 的诱导公式中“符号看象限，纵变横不变

两角和与差的正弦、余弦、正切公式

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$.

$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$.

$\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$.

二倍角公式

$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$.

$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$.

$\tan2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$.

降幂扩角公式

$\cos^2\alpha=\frac{1+\cos2\alpha}{2}$，$\sin^2\alpha=\frac{1-\cos2\alpha}{2}$.$sin\alpha cos\alpha=\frac{sin2\alpha}{2}$

半角公式：$sin\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-cos\alpha}{2}}$,$cos\alpha=\pm\sqrt{\frac{1+cos\alpha}{2}}$

$tan\frac{\alpha}{2}=\frac{sin\alpha}{1+cos\alpha}=\frac{1-cos\alpha}{sin\alpha}$

弦化切公式：$\frac{psin^n\theta+qcos^n\theta}{\lambda sin^n\theta+\mu cos^n\theta}=\frac{ptan^n\theta+q}{\lambda tan^n\theta+\mu}$

辅助角公式：$a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\varphi)$，

(2)压缩角的范围：已知范围，正负，特殊角夹逼

10. 三角函数的图象与性质(小题)

“五点法”作图

设 $z=\omega x+\varphi$，令 $z=0,\frac{\pi}{2},\pi,\frac{3\pi}{2},2\pi$，求出 x 的值与相应的 y 的值，描点、连线可得.

图象变换

$y=\sin x$ 向左 $(\varphi>0)$ 或向右 $(\varphi<0)$，平移 $|\varphi|$ 个单位 $y=\sin(x+\varphi)$

横坐标变为原来的 $\frac{1}{\omega}(\omega>0)$ 倍，纵坐标不变 $y=\sin(\omega x+\varphi)$

纵坐标变为原来的 $A(A>0)$ 倍，横坐标不变 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$.

注意：不同函数名间平移变换要先利用诱导公式变同名

三角函数的单调区间

$y=\sin x$ 的单调递增区间是 $\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},\ 2k\pi+\frac{\pi}{2}\right](k\in Z)$，单调递减区间是 $\left[2k\pi+\frac{\pi}{2},\ 2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right](k\in Z)$；

$y=\cos x$ 的单调递增区间是 $[2k\pi-\pi, 2k\pi](k\in Z)$，单调递减区间是 $[2k\pi, 2k\pi+\pi](k\in Z)$；

$y=\tan x$ 的递增区间是 $\left(k\pi-\frac{\pi}{2},\ k\pi+\frac{\pi}{2}\right)(k\in Z)$.

三角函数的奇偶性

$y=A\sin(\omega x+\varphi)$，当 $\varphi=k\pi(k\in Z)$ 时为奇函数；

当 $\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in Z)$ 时为偶函数；

对称轴方程可由 $\omega x+\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in Z)$ 求得.

$y=A\cos(\omega x+\varphi)$，当 $\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in Z)$ 时为奇函数；

当 $\varphi=k\pi(k\in Z)$ 时为偶函数；

对称中心方程可由 $\omega x+\varphi=k\pi(k\in Z)$ 求得.

$y=A\tan(\omega x+\varphi)$，当 $\varphi=k\pi(k\in Z)$ 时为奇函数.

三角函数的周期

$y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 和 $y=A\cos(\omega x+\varphi)$ 的最小正周期为 $\frac{2\pi}{|\omega|}$，$y=A\tan(\omega x+\varphi)$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{|\omega|}$.

正弦曲线、余弦曲线相邻两对称中心、相邻两对称轴之间的距离是 $\frac{1}{2}$ 个最小正周期，相邻的对称中心与对称轴之间的距离是 $\frac{1}{4}$ 个最小正周期；正切曲线相邻两对称中心之间的距离是 $\frac{1}{2}$ 个最小正周期.

注意：三角函数的对称性与函数的极值的关系

三角函数的对称中心和函数的零点的关系

11. 三角恒等变换（大题）

（1）结构的化简：三个一即一次，一角，一名

（2）性质的处理：单调性、值域可结合复合函数观点，奇偶性就是特殊的对称性，对称性就是解相应方程也可用求导来处理

横向伸缩和平移时请注意对象

12. 三角函数与导数（大题）

有界性 分区间讨论，分而治之

三、解三角形板块

13. 边角互化（大题）

（1）边化角：一次用弦 $a=2R\sin A, b=2RsinB, c=2RsinC$

二次用余弦：$a^2+b^2-c^2=mab$ 可化为 $cosC=\frac{m}{2}$

（2）角化边：正弦用正弦定理 $\sin A=\frac{a}{2R}$，余弦用余弦定理 $cosA=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

（3）射影定理与正弦定理

$a=bcosC+ccosB, b=acosC+ccosA, c=acosB+bcosA$

$asinB=bsinA, asinC=csinA, bsinC=csinA$

14. 知三解三角形（大题）

$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2r$

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A \qquad \cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$；

$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B \qquad \cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ac}$；

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C \qquad \cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

面积公式：$S=\frac{1}{2}absinC=\frac{abc}{4r}$，

注意：三角形的存在和多解问题及形状问题（钝角三角形则最大角的余弦值为负的）

15. 先主后次处理爪型三角形（大题）

主三角形有三个条件可以先处理与次三角形有关联的边角

16. 面积法处理爪型三角形（大题）

常见于角平分线的条件下，可以通过面积和和面积比来构建关系角平分线的性质为 $\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{BC}$ 也可以向量法

17. 向量法处理爪型三角形（大题）

常见于中线、等分点条件下，通过基底快速分解

$\overrightarrow{AD}=\frac{n}{m+n}\overrightarrow{AB}+\frac{m}{m+n}\overrightarrow{AC}$ 也可作辅助线构造平行四边形

特别地 AD 为中线时，$\overrightarrow{AD}=\frac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}{2}$，$AB^2+AC^2=2(AD^2+BD^2)$，极化恒等式 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=AD^2-\frac{BC^2}{4}$

18. 先主后次处理多边多角（大题）

常见于多边形中，主三角形有三个条件可以处理与次三角形关联的边和角，常见套路：公共边，两个角互补互余或者其他特定关系，平行结合同位角、内错角相等、同旁内角互补、四点共圆对角互补等

19. 构建方程处理多边多角（大题）

两个三角形都是两个条件，但又有关联的边和角，这时可通过设边或者设角先待定构建方程组求解

20. 构造不等式处理解三角形的最值问题（大题）

给一边和一对角可以设计周长、面积、中线、角平分线、以及结构工整的目标式子的最值问题，此时可以结合基本不等式的五种形式 $a^2+b^2\geqslant 2ab \qquad (a+b)^2\geqslant 4ab$

$2(a^2+b^2)\geqslant(a+b)^2 \qquad a+b\geqslant 2\sqrt{ab}$

$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant 2$

21. 构造函数处理解三角形的值域问题（大题）

（1）角度限制或者目标式子不工整

（2）多边形最值问题

四、立体几何板块

22. 点线面的位置关系（小题）

(1) 线线平行：$\left.\begin{matrix}a\subset\beta\\ a/\!/\alpha\\ \alpha\cap\beta=b\end{matrix}\right\}\Rightarrow a/\!/b$，$\left.\begin{matrix}a\perp\alpha\\ b\perp\alpha\end{matrix}\right\}\Rightarrow a/\!/b$，

$\left.\begin{matrix}\alpha/\!/\beta\\ \alpha\cap\gamma=a\\ \beta\cap\gamma=b\end{matrix}\right\}\Rightarrow a/\!/b$，$\left.\begin{matrix}a/\!/b\\ a/\!/c\end{matrix}\right\}\Rightarrow c/\!/b$.

(2) 线面平行：$\left.\begin{matrix}a/\!/b\\ b\subset\alpha\\ a\not\subset\alpha\end{matrix}\right\}\Rightarrow a/\!/\alpha$，$\left.\begin{matrix}\alpha/\!/\beta\\ a\subset\beta\end{matrix}\right\}\Rightarrow a/\!/\alpha$，$\left.\begin{matrix}\alpha\perp\beta\\ a\perp\beta\\ a\not\subset\alpha\end{matrix}\right\}\Rightarrow a/\!/\alpha$.

(3) 面面平行：$\left.\begin{matrix}a\subset\alpha,\ b\subset\alpha\\ a\cap b=O\\ a/\!/\beta,\ b/\!/\beta\end{matrix}\right\}\Rightarrow\alpha/\!/\beta$，$\left.\begin{matrix}a\perp\alpha\\ a\perp\beta\end{matrix}\right\}\Rightarrow\alpha/\!/\beta$，$\left.\begin{matrix}\alpha/\!/\beta\\ \gamma/\!/\beta\end{matrix}\right\}\Rightarrow\alpha/\!/\gamma$.

(4) 线线垂直：$\left.\begin{matrix}a\perp\alpha\\ b\subset\alpha\end{matrix}\right\}\Rightarrow a\perp b$.

(5) 线面垂直：$\left.\begin{matrix}a\subset\alpha,\ b\subset\alpha\\ a\cap b=O\\ l\perp a,\ l\perp b\end{matrix}\right\}\Rightarrow l\perp\alpha$，$\left.\begin{matrix}\alpha\perp\beta\\ \alpha\cap\beta=l\\ a\subset\alpha,\ a\perp l\end{matrix}\right\}\Rightarrow a\perp\beta$，

$\left.\begin{matrix}\alpha/\!/\beta\\ a\perp\alpha\end{matrix}\right\}\Rightarrow a\perp\beta$，$\left.\begin{matrix}a/\!/b\\ a\perp\alpha\end{matrix}\right\}\Rightarrow b\perp\alpha$.

(6) 面面垂直：$\left.\begin{matrix}a\subset\beta\\ a\perp\alpha\end{matrix}\right\}\Rightarrow\alpha\perp\beta$，$\left.\begin{matrix}a/\!/\beta\\ a\perp\alpha\end{matrix}\right\}\Rightarrow\alpha\perp\beta$.

注意：作图的顺序，由大到小，由特殊到一般，由确定性到其他

（7）截面问题 正方体的截面形状可以是三边形、四边形、五边形及六边形，常用手法：过一点作平行线，过两点作延长线，也可借助投影点找原来的点

23. 空间几何体及其表面积和体积（小题）

（1）圆柱 $S_{侧}=2\pi rl \quad V=S_{底}h=\pi r^2h$

（2）圆锥：$S_{侧}=\pi rl \quad V=\frac{1}{3}S_{底}h=\frac{1}{3}\pi r^2h$

（3）圆台 $S_{侧}=\pi(r+r')l \quad V=\frac{1}{3}(S_{上}+S_{下}+\sqrt{S_{上}S_{下}})h$

（4）球 $S=4\pi R^2 \quad V=\frac{4}{3}\pi R^3$

（5）三棱锥 找面的垂线或者找面的平行线也可以使用向量法

注意棱锥棱台的高与斜高，各棱长相等则顶点的投影为底面多边形的外心。

24. 球的接、切、截问题（小题）

(1) 截面问题：一个截面时 R 满足 $R^2=r^2+d^2,r$

两个截面问题时 R 满足方程组 $\begin{cases}R^2=r_1^2+d_1^2\\R^2=r_2^2+d_2^2\end{cases}$

(2) 外接球问题：

两两垂直时 R 满足 $2R=\sqrt{3}a$ 或 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

棱垂直面时 R 满足圆柱公式 $R^2=r^2+(\frac{h}{2})^2$

顶点到底面各点距离相等时 R 满足圆锥公式 $R^2=(h-R)^2+r^2$

面面垂直时 R 满足 $R^2=r_1^2+r_2^2-(\frac{l}{2})^2$

三对对棱对应相等可套用长正方体，一对对棱加公垂线可套用圆柱或圆台

两个直角三角形有公共斜边时，斜边就是球的直径

上次的 r 为外接圆半径满足 $2r=\frac{a}{sinA}$，特别地等边三角形 $r=a*\frac{\sqrt{3}}{2}*\frac{2}{3}$，直角三角形时 $r=\frac{斜边}{2}$、

(3) 内切球：

旋转体时利用轴截面转为内切圆此时 $R=r=\frac{2S}{周长}$

多面体时直接万能公式 $R=\frac{3V}{表面积}$

25. 立体几何中的动态问题（小题）

（1）动中有静：点在线上动，线都在某个面上，则要留意这个面的垂线和平行面

（2）动态：特殊位置或者向量法计算（

注意：正方体体对角线的垂面

26. 共线共面问题（大题）

（1）三点共线问题 几何法：两点所在的直线是两个面的交线，第三个点是两个面的公共点；向量法：$\overrightarrow{AB}//\overrightarrow{AC}$

(2) 四点共面问题 几何法 两条直线平行确定一个平行；

向量法：$\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{AC}+\mu\overrightarrow{AD}$

27. 线线平行、线面平行的证明（大题）

（1）线线平行

几何转化法：转证都与第三条直线平行，或者线面平行的性质

空间向量法：$\vec{a}//\vec{b}\Rightarrow\vec{a}=\lambda\vec{b}$

(2) 线面平行

几何转化法：过所要证的线作一个平面（三角形或平行四边形）确定一条交线就是我们所要找的线（3 个条件），或者转证面面平行（4 个条件）或空间向量法：$\begin{cases}\vec{a}\cdot\vec{n}=0\\a\not\subset\alpha\end{cases}\Rightarrow a//\alpha$

28. 铅垂线、水平线、斜线相关的线线垂直（大题）

①几何转化法：谁特殊谁先找到垂面就是证谁

②空间向量法：$\vec{a}\cdot\vec{b}=0\Rightarrow\vec{a}\perp\vec{b}\Rightarrow a\perp b$

注意：底面多边形的图形秘密，比如等腰等边三角形，直角三形，等腰梯形，直角梯形

29. 铅垂面、水平面相关的面面垂直（大题）

几何转化法：谁特殊谁先找到垂线就证明

空间向量法：$\vec{m}\cdot\vec{n}=0\Rightarrow\vec{m}\perp\vec{n}=\alpha\perp\beta$

30. 斜面与斜面垂直的证明（大题）

几何转化法：直二面角问题，找交线的垂面

空间向量法：$\vec{m}\cdot\vec{n}=0\Rightarrow\vec{m}\perp\vec{n}=\alpha\perp\beta$

31. 先作图后证明（大题）

（1）过一点作已知平面的平行线

（2）过一点作已知直线的垂面

（3）过一点作已经平面的垂线

（4）确定两个平面的交线（两种类型）

32. 斜柱体背景下的立体几何问题（大题）

（1）坐标系的建立，先找铅垂线，铅垂面中必有铅垂线

个别点倾斜到外面去，可借助向量来求坐标

33. 度量角度（大题）

（1）线线角

几何转化法：平移相交解三角形 ，

空间向量法

$$cos\theta=|cos<\vec{a},\vec{b}>|=\frac{|x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2|}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\times\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$

（2）线面角：几何转化法 找面的垂线，找线的投影

空间向量法：

$$sin\theta=|cos<\vec{m},\vec{n}>|=\frac{|x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2|}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\times\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$

（3）面面角

几何转化法：先确定面面交线，再找交线的垂面，后确定角的两边

空间向量法：

$$cos\theta=|cos<\vec{a},\vec{b}>|=\frac{|x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2|}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\times\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$

注意：法向量的求法和书写

34. 交线为水平线的面面角问题（大题）

由于水平线很容易找到垂面因而可以考虑几何法：①作图②证明③解三角形

35. 度量体积和距离（大题）

（1）点 P 到线 AB 的距离 $d=\sqrt{PA^2-(\frac{|\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AB}|})^2}$

（2）点 P 到面 α 的距离，线到面的距离 $d=\frac{|\overrightarrow{PA}\cdot\vec{n}|}{|\vec{n}|}$ 即 $\overrightarrow{PA}$ 在 $\vec{n}$ 上的投影长度

注意三棱锥的体积找面的垂线或者找面的平行线

36. 探索点的位置及边长的大小（大题）

(1) 探索点的位置：通过三点共线设点构建方程

（2）探索边长：设边构建方程

（3）约束条件可以几何转化法也可以代数向量法，要根据条件特点进行合理选择

五、统计与概率板块

37. 排列组合（分配排队分组）（小题）

（1）n 个不同元素 n 个位置的排队问题：

直接法（两种）：特殊元素优先考虑，特殊位置优先考虑，结合相邻相问题捆绑法，不相邻问题插空法，定序问题预留法，全错位排列等

间接法（2 种）：$n(A)=n(\Omega)-n(\overline{A}),n(AB)=n(A)-n(A\overline{B})$

（2）n 个不同元素 m 个位置的分配问题：先分类后分步

（3）n 个相同元素 m 个位置的分配问题：挡板法

38. 二项式定理（小题）

(1)通项公式法 $T_{r+1}=C_n^r a^{n-r} b^r, r=0,1,2,3\ldots,n$
(2)组合数原理
(3)二项式系数性质：单调性：$C_n^m=C_n^{n-m}$ 左增右减中间对称对称轴 $x=\dfrac{n}{2}$；和 $C_n^0+C_n^1+\ldots+C_n^n=2^n$
(4)$a_0+a_1+a_2+\ldots+a_n, |a_0|+|a_1|+|a_2|+\ldots+|a_n|, 1a_1+2a_2+3a_3+\ldots+na_n$,
注意连续多项系数问题以赋值法为主也可以按特定项处理
单项系数问题按特定项处理为主也可以赋值法

39. 互斥、对立、独立的辨别(小题)
(1)A 与 B 互斥则 $A\cap B=\varnothing$，另外满足 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$
(2)A 与 B 对立则 $A\cap B=\varnothing$ 且 $A\cup B=\Omega$, 另外满足 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)=1$
(3)A 与 B 独立则 $P(B|A)=P(B)$，另外满足 $P(AB)=P(A)P(B)$

40. 古典概型(先计数后概率)(小题)

41. 条件概率与独立事件(小题)
(1)A 发生的条件下 B 发生的概率 $P(B|A)$：
① $P(B|A)=\dfrac{n(AB)}{n(A)}$，列举前要留意是一维的还是二维的
② $P(B|A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}$ 适用于给概率求概率
(2)依次进行逐步缩样时
$P(AB)=P(A)\times P(B|A)$

42. 图表分析问题(小题)
(1) 常用图表：频率分布直方图，茎叶图，折线图，饼图，条形图
(2) 数字特征：
①中位数：原始数据中就是由小到大排序，处在正中间或者中间两个数的平均数，在直方图下就是从左到右面积 0.5 的界线
②众数：原始数据中就是出现次数最多的，在直方图下就是最高小矩形的中点
③平均数：在原始数据中 $\bar{x}=\dfrac{x_1+x_2+\ldots+x_n}{n}$；在直方图中就是小矩形面积乘以中点的和
④标准差 s 方差 s^2 满足：$s^2=f\dfrac{(x_1-\bar{x})^2+\ldots+(x_1-\bar{x})^2}{n}$
均值与期望都满足 $E(aX+b)=aE(X)+b$
方差满足：$D(aX+b)=a^2D(X)$
⑤残差：真实 − 估计
⑥极差：最大值 − 最小值

43. 可线性化回归分析(大题)
(1)线性类：$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$
(2)非线性：① $\hat{y}=\hat{b}\sqrt{x}+\hat{a}\Rightarrow\hat{y}=\hat{b}w+\hat{a}$(令 $w=\sqrt{x}$)
② $y=ax^b\Rightarrow lny=lna+blnx\Rightarrow u=lna+bv$(令 $u=lny, v=lnx$, 先求 b 后求 lna 再回代)
③ $y=c\cdot d^x\Rightarrow lny=lnc+(lnd)x$(令 $u=lny$ 再回代)
④ $y=a+b\cdot 2^x\Rightarrow y=a+bw$(令 $w=2^x$)
⑤ $y=a+\dfrac{b}{x}\Rightarrow y=a+bw$(令 $w=\dfrac{1}{x}$)
⑥ $y=c\cdot e^{dx}\Rightarrow lny=lnc+dx$(令 $u=lny$)

44. 独立性检验(大题)

45. 超几何分布与二项分布、比赛型规则型分布列(大题)
(1) 一次就行 —— 元素搭配 ——— 超几何
(2) 依次进行 —— 概率不变，次数固定，独立重复 —— 二项分布 $X\backsim B(n,p)$
(3) 依次进行 —— 概率会变 ——— 条件概率
(4) 依次进行 —— 概率不变，次数不定，—— 条件概率
注意：流水线，频率视为概率，概率视为频率
超几何分布公式 $P(X=k)=\dfrac{C_M^k C_{n-M}^{m-k}}{C_n^m}, E(X)=n\times\dfrac{M}{M+N}$
二项分布公式 $P(X=k)=, E(X)=np, D(X)=np(1-p)$
正态分布 $E(X)=\mu, D(X)=\sigma^2$

46. 统计概率中的决策问题(大题)

六、解析几何板块

47. 直线与明圆问题(小题)
(1)两条直线的位置关系
①确定斜率都存在时用斜截式
$l_1/\!/l_2\Leftrightarrow k_1=k_2$. $l_1\perp l_2\Leftrightarrow k_1\cdot k_2=-1$.
②不确定斜率是否存在用一般式
$l_1/\!/l_2\Leftrightarrow A_1B_2-A_2B_1=0$ 还得验证重合
$l_1\perp l_2\Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2=0$
③距离公式：
两点 $AB=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$
点到线 $d=\dfrac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$
平行线 $d=\dfrac{|C_1-C_2|}{\sqrt{A^2-B^2}}$
④直线的特殊形态：转动与平移
(2)明圆问题
①位置问题 $d<r$ 相交 $d=r$ 相切 $d>r$ 相离
②弦长 $|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}$ 求值和最值问题
③切线长求值和最值问题
④切点弦及切点弦四边形相关问题
⑤两圆问题(公切线条数)
⑥最值问题：
斜率范围 $k=\dfrac{y-y_0}{x-x_0}$ 转化为 $d\leqslant r$,
截距范围 $ax+by$ 转化为直线与圆有公共点 $d\leqslant r$,
距离范围 $(x-a)^2+(y-b)^2$ 转化为距离的平方

48. 隐圆问题(小题)
隐圆问题的代数本质就是圆的方程，几何本质就是圆的定义和性质，尤其是与两个定点相关的隐圆更为隐蔽：
(1) 到两定点距离之比为定值：$\dfrac{|PA|}{|PB|}=\lambda(\lambda>0$, 且 $\lambda\neq 1)$
①代数解释：建设限代化可得到方程 $\dfrac{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}}{\sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2}}=\lambda$，可化为圆的标准方程
②几何解释：三角形内外角平分线的互相垂直，圆心为内角分点和外角分点的中点
(2) 到两定点距离的平方和为定值：$PA^2+PB^2=\lambda$
①代数解释：建设限代化可得到方程 $(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(x-x_2)^2+(y-y_2)^2=\lambda$，可化为圆的标准方程，
②几何解释：三角形中线定理 $PA^2+PB^2=2(PM^2+AM^2)$，圆心为中点 M
(3) 到两定点的张角为定值：$\angle APB=\theta, \theta\in(0,\pi)$，
① 代数解释：建设限代化可得到方程 $cos\theta=\dfrac{(x_1-x)(x_2-x)+(y_1-y)(y_2-y)}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}\cdot\sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2}}$，可化为圆的标准方程，
②几何解释：圆的性质即同一条弦所对的圆周角相等，即三角形的外接圆
(4) 两定点向量的数量积为定值：$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=\lambda(\lambda>-\dfrac{1}{4}AB^2)$
①代数解释：建设限代化得到方程 $(x_1-x)(x_2-x)+(y_1-y)(y_2-y)=\lambda$，可化为圆的标准方程，
②几何解释：极化恒等式 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=PM^2-\dfrac{AB^2}{4}$，圆心为 AB 的中点 M

49. 二级结论处理解析几何问题(小题)

(1)直线与圆

①转动直线 $Ax+By+C=0$ 与 $P(x_1,y_1)$,$Q(x_2,y_2)$ 连线有公共点，则直线 $Ax+By+C=0$ 的斜率范围由不等式 $(Ax_1+By_1+C)(Ax_2+By_2+C)\leqslant 0$ 决定

②若 $P(a,b)$ 不在坐标轴上，则过 P 且在坐标轴上的截距相等的直线有两条分别为 $y=\frac{b}{a}x$ 和 $x+y-a-b=0$

③直线 l 与圆相离时，圆上的点 P 到直线的距离的范围为 $[d-r,d+r]$，圆上的 P 到直线上的点 Q 距离的范围为 $[d-r,d+r]$，直线上的点 Q 的切线长 QT 的最小值为 $\sqrt{d^2-r^2}$(T 为切点)

④半代得到切线切点弦 $(x_0-a)(x-a)+(y_0-b)(y-b)=r^2$

⑤圆上的点可采用单变量设法 $\begin{cases}x=a+rcos\theta\\y=b+rsin\theta\end{cases}$

(2)椭圆

①焦点三角形面积 $S_{\triangle PF_1F_2}=b^2tan\frac{\theta}{2}=c|y_o|$, ②椭圆面积 $S=\pi ab$, ③中点弦 $k_{AB}\cdot k_{OM}=e^2-1$(焦点在 x 轴), ④焦点弦长 $|AB|=\frac{H}{|1-e^2cos^2\theta|}$ ⑤焦点弦比 $|ecos\theta|=\frac{|\lambda-1|}{|\lambda+1|}$(焦点在内部)⑥焦点弦 $\frac{1}{|AF|}+\frac{1}{|BF|}=\frac{4}{H}$ ⑦通径 $H=\frac{2b^2}{a}$ ⑧切点 $T(x_0,y_0)$ 切线半代为 $\frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_oy}{b^2}=1$ 满足 $k_{OT}\cdot k_{切线}=e^2-1$ ⑨焦点弦的中垂线与 x 轴交于 N 点则 $\frac{|FN|}{|AB|}=\frac{e}{2}$

(3)双曲线

①焦点三角形面积 $S_{\triangle PF_1F_2}=b^2cot\frac{\theta}{2}=c|y_o|$, ②椭圆面积 $S=\pi ab$, ③中点弦 $k_{AB}\cdot k_{OM}=e^2-1$(焦点在 x 轴), ④焦点弦长 $|AB|=\frac{H}{|1-e^2cos^2\theta|}$ ⑤焦点弦比 $|ecos\theta|=\frac{|\lambda-1|}{|\lambda+1|}$(焦点在内部)⑥焦点弦 $\frac{1}{|AF|}+\frac{1}{|BF|}=\frac{4}{H}$ ⑦通径 $H=\frac{2b^2}{a}$ ⑧切点 $T(x_0,y_0)$ 切线半代为 $\frac{x_0x}{a^2}-\frac{y_oy}{b^2}=1$ 满足 $k_{OT}\cdot k_{切线}=e^2-1$ ⑨焦点弦的中垂线与 x 轴交于 N 点则 $\frac{|FN|}{|AB|}=\frac{e}{2}$

(4)抛物线

①焦半径公式: $|AF|=x_1+\frac{p}{2}$,$|BF|=x_2+\frac{p}{2}$

②焦点弦公式 $|AB|=|x_1+x_2|+p=\frac{H}{|1-e^2cos^2\theta|}$, $S_{\triangle AOB}=\frac{p^2}{2sin\theta}$, 以 AB 为直径的圆会与准线 $x=-\frac{p}{2}$ 相切, $\frac{1}{|AF|}+\frac{1}{|BF|}=\frac{4}{H}$, 焦点弦比 $|ecos\theta|=\frac{|\lambda-1|}{|\lambda+1|}$, 点弦的中垂线与 x 轴交于 N 点则 $\frac{|FN|}{|AB|}=\frac{e}{2}$

③中点弦点差法或者韦达定理

(5)通用结论

①老祖宗公式 $|AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)}$

②先设后求弦长公式 $|AB|=\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|=\sqrt{1+m^2}|y_1-y_2|$

③设而不求弦长公式 $|AB|=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{1+m^2}\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}$

50. 离心率的值与范围(小题)

(1) 直接计算法: a,b,c 均可求

(2) 几何结论法: 特殊图形可用结合快速处理，垂径定理，焦点三角形，直角等

(3) 代数运算法: 常用图形，逐句解读条件构造 a,b,c 方程，如果是边长中含 a,b,c 结合解三角形来处理，如果是点的坐标含 a,b,c 则代入直线或曲线来处理

51. 圆锥曲线的方程与性质(小题)

(1)图形的秘密

(2)特殊结论

(3)计算优化

注意: 方程的类型是否标准，焦点位置，渐近线方程

52. 求圆锥曲线的标准方程(大题)

先设标准方程，再列方程组求解，注意比值的处理

53. 定义法求轨迹方程(大题)

(1) 椭圆的第一定义

(2)双曲线的第一定义

(3)抛物线的定义

注意: 椭圆、双曲线的第二、第三定义只能用直接法

54. 直接法和相关点法求轨迹方程(大题)

(1)直接法: 也称直译法，建设限代化

(2)相关点法: 坐标转移法

55. 设而不求法处理圆锥曲线问题(大题)

①约束条件或者目标式子含有以下条件:

(1)中点弦: 点差法或者韦达定理或者结论法

(2)斜率类: 斜率和 $k_{PA}+k_{PB}$, 斜率积 $k_{PA}\cdot k_{PB}$

(3) 直径圆: $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$

(4) 角平分线与坐标轴平行: $k_{PA}+k_{PB}=0$

(5) 位置类: 垂直 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$, 三点共线 $\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{AC}$ 向量法或者弦长公式法

(6) 形状类: 平行四边形 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ 或 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$

矩形 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ 且 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=0$

菱形 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ 且 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=0$

四点共圆: 对角互补或者圆幂定理

(7)数量积类: $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$

(8) 面积类: 以 CD 为水平公共边 $S=\frac{1}{2}|CD||y_1-y_2|$

对角线互相垂直: $S=\frac{|AB|\cdot|CD|}{2}$

(9) 角度类: $\alpha=2\beta$ 则 $tan\alpha=\frac{2tan\beta}{1-tan^2\beta}$ 转斜率

(10)弦长类: 同向 $|AB|\cdot|CD|=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$

共线 $|AB|\cdot|CD|=\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|\cdot\sqrt{1+k^2}|x_3-x_4|$

②计算方向: 静态用方程，动态函数或者不等式，动中有静用化归，其中找一点促定值，$\forall\ k\in R$, $\frac{dm^2+em+f}{am^2+bm+c}$ 为常数则 $\begin{cases}d=0\\e=0\\f=0\end{cases}$ 或 $\frac{d}{a}=\frac{e}{b}=\frac{f}{c}$ 解出所涉及的参数

56. 先设后求处理圆锥曲线问题(大题)

过原点或者顶点或得某个已知点的直线与曲线有两个不同的交点

57. 圆锥曲线的内接三角形相关问题(大题)

(1)两边斜率和斜率积为定值求第三边过定点

(2)两边斜率和斜率积为定值求第三边斜率为定值

(3)第三边过定点求另两边的斜率和斜率积为定值

58. 圆锥曲线中的圆过定点(大题)

(1)先引入参数设定点 $M(m,n)$ 代入目标式子 $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$ 一路化简，最后让变量的系数都为 0，解方程组得到参数的值确定定点。注意预判定点的位置优化定点的坐标

(2)先设后求用直径圆公式: $(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$ 然后对变量进行赋值得到两个圆联立求解

59. 圆锥曲线中的静态求值问题(大题)

中点弦问题 一般点差法，特殊就是结论法

三点共线 $\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{AC}$ 向量法或者弦长公式法

平行四边形 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ 或 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$

矩形 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ 且 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=0$

菱形 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ 且 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=0$

60. 圆锥曲线中的定直线与非对称韦达问题(大题)

和积比 $\dfrac{\text{两根之和 } x_1+x_2}{\text{两根之积 } x_1\cdot x_2}$

61. 圆锥曲线中的动态最值问题(大题)

(1) 根源是点动则控点,根源是直线则控线

(2)面积类:两个三角形有水平公共边,对角线互相垂直的四边形

62. 圆锥曲线与圆幂定理(大题)

(1)切线定理 $|PS|^2=|PT|^2$

(2)切割线定理 $|PA|\times|PB|=|PT|^2$

(3)割线定理 $|PA|\times|PB|=|PC|\times|PD|$

(4)相交弦定理 $|PA|\times|PB|=|PC|\times|PD|$

七、函数与导数板块

63. 数学建模与指对运算(小题)

(1)参考数据几位就代几位,不能四舍五入

64. 函数图像与性质(小题)

认清函数的结构:简单函数,复杂函数(分段函数,复合函数,变换函数,四则函数)

(1)奇偶性:定义 $f(-x)=\pm f(x)$ 图像关于原点/y 轴对称

(2)周期性:定义 $f(x+T)=f(x)$ 口诀:同号周期作差(负号加倍)

(3)对称性:定义:对称轴 $x=a$ 满足 $f(x)=f(2a-x)$ 或 $f(a-x)=f(a+x)$

对称中心 (a,b) 满足 $f(x)+f(2a-x)=2b$ 或 $f(a-x)+f(a+x)=2b$ 口诀:异号对称取中(负号中心)

(4)奇偶性与对称性的关系:奇偶性是特殊的对称性,若 $f(x+a)$ 为奇函数则 $f(x)$ 关于 $(a,0)$ 对称,若 $f(x+a)$ 是偶函数,则 $f(x)$ 关于 $x=a$ 对称

(5)奇偶性,对称性,周期性知道两个可以推第三个

(6)极限性:简单的直接看极限,复杂的可用洛必达法则

注意:数形结合或者特殊函数来处理,

65. 性质处理不等关系(小题)

(1)几个常见具备单调奇偶的函数:① x^3 ② $sinx-x$, ③ 2^x-2^{-x}, ④ $lg\dfrac{1+x}{1-x}$ ⑤ $lg(\sqrt{1+x^2}-x)$ ⑥ 2^x+2^{-x} ⑦ $x-\dfrac{1}{x}$

(2) 用 $a^p<a^t<a^q$ 夹逼估算 a^t, 用 $log_a a^p<log_a t<log_a a^q$ 夹逼估算 $log_a t$

(3) 函数值相等比自变量大小

$f(a)=f(b)=t$ 或 $f(a)=g(b)=t$

(4)特殊函数法,构造函数法处理 $g(x_1)<g(x_2)$

66. 分段函数的相关问题(小题)

局部绝对值、两个绝对值号

67. 导数研究函数的性质(小题)

(1) 单调/极值/最值/极限/图像

(2) 过一点 (m,n) 的切线的问题:设切点 $(x_0,f(x_0))$,构建方程 $\dfrac{f(x_0)-n}{x_0-m}=f'(x_0)$ 求 x_0 回代得到切线方程。也可以通过分离参数解决切线的条数问题

68. 确定函数处理切线单调极值最值图像证明(大题)

(1) 切线问题:导数的几何意义,注意过与在的区别,

(2)极值问题:先求单调性确定极值

(3)最值问题:先单调再极值后对比端点得到最值

(4)证明问题:构造新函数

69. 多次求导处理确定函数问题(大题)

正负取决于某个复杂的式子,需要重新标记新函数进行处理

70. 已知单调性求参数范围(大题)

(1)已知区间 D 上递增则 $\forall x\in D$, 都有 $f'(x)\geqslant 0$ 恒成立,

(2)已知区间 D 上存在增区间则 $\exists x\in D$, 使得 $f'(x)>0$ 有解

71. 单调性由一个因式决定的讨论(大题)

孤立参数转为水平线与曲线的边界位置问题

常见因式:$x+\dfrac{1}{x}-a, 2x^2+x-a, e^x-a, x^2-a, lnx-a, \dfrac{1}{a}-x$

注意只有一种情况下用到了判别式 Δ

72. 单调性由两个因式决定的讨论(大题)

先孤立参数转为水平线与曲线的边界位置问题,再讨论两根的大小

73. 分类讨论处理零点极值点个数问题(大题)、

(1)零点个数问题:先讨论单调性,再确定端点,后讨论极值的正负进而得到图像

(2)极值点个数问题:只需讨论函数的单调性

74. 分离构造处理零点极值点个数问题(大题)

(1)零点个数问题:分离构造处理方程 $f(x)=0$ 的根的个数既水平线与曲线的交点个数

(2)极值点个数问题:分享构造处理方程 $f'(x)=0$ 的变号根个数既水平线与曲线的割点个数

75. 分离构造处理不等式恒成立问题(大题)

参数一处且参数易分离的一般选择分离构造来处理不等式恒成立,转为新函数的最值问题

76. 分类讨论处理不等式恒成立问题(大题)

即讨论带参函数的最值问题,先讨论单调性,再确定端点,后讨论极值,确定最值

77. 特殊点效应与必要性探路(大题)处理恒成立问题

参数有两处或分离后新函数比较复杂的要考虑这个方法

先联立公切线方程组 $\begin{cases}f'(x_0)=g'(x_0)\\ f(x_0)=g(x_0)\end{cases}$ 试探端点或特殊点如 0,1, 2, e,π, 等,如果是左端点取得最小值则用 $h'(x)\geqslant 0$ 来解,如果是特殊点则直接代入原不等式来解

注意:小题中恒成立也可结合必要性探路来排除

78. 指对与隐零点问题(大题)

含有指对函数的式子中,在探讨单调性时经常会碰到超越方程,若超越方程有解时,需要先虚设零点符合超越方程,确定零点的一个小范围,再将超越方程代入目标式子进行化简,比如超越方程 $x_0^2e^{x_0}=-lnx_0$ 代入目标式子 $e^{x_0}-\dfrac{lnx_0+1}{x_0}=\dfrac{x_0e^{x_0}-lnx_0-1}{x_0}=\dfrac{1+x_0-1}{x_0}=1$

注:此类问题也经常使用指对同构来进行转化

79. 极值点偏移问题(大题)

(1)对称法

(2)比值代换或者差值代换构造新函数,其中经常出现对数均值不等式

(3)对数均值不等式与指数均值不等式:

① $\dfrac{x_1-x_2}{lnx_1-lnx_2}<\dfrac{x_1+x_2}{2}$ 比值代换

② $\dfrac{e^{x_1}-e^{x_2}}{x_1-x_2}<\dfrac{e^{x_1}+e^{x_2}}{2}$ 差值代换

80. 双变量问题(大题)

(1)双变量有等量约束关系的处理双变量的式子或参数范围

①比值或者差值代换构造新函数研究最值例如:

$\begin{cases}lnx_1=mx_1\\ lnx_2=mx_2\end{cases}$ 作差得 $lnx_1-lnx_2=m(x_1-x_2)$,从而 $m=\dfrac{lnx_1-lnx_2}{x_1-x_2}$ 代入目标式子 $lnx_1+lnx_2=m(x_1+x_2)=\dfrac{lnx_1-lnx_2}{x_1-x_2}\times(x_1+x_2)=ln\dfrac{x_1}{x_2}\times\dfrac{x_1+x_2}{x_1-x_2}=lnt\cdot\dfrac{t+1}{t-1}$

类似于韦达定理代入目标式子

②两个变量之间有关系，消元构造新函数

(2)双变量有不等量约束关系的求参数范围

①左右结构工整构造新函数研究单调性例如 $f(x_1)-f(x_2)<x_1-x_2$ 转化为 $f(x_1)-x_1<f(x_2)-x_2$

②双变量任意性与存在性

$\forall x_1\in A,\exists x_2\in B$，使得 $f(x_1)=g(x_2)$ 等价于 $f\subseteq g$

$\exists x_1\in A,\exists x_2\in B$，使得 $f(x_1)=g(x_2)$ 等价于 $f\cap g\neq\varnothing$

$\forall x_1\in A,\forall x_2\in B$ 使得 $f(x_1)<g(x_2)$ 等价于 $f_{max}<g_{\min}$

$\exists x_1\in A,\exists x_2\in B$ 使得 $f(x_1)<g(x_2)$ 等价于 $f_{min}<g_{max}$

81. 指对同构（大题）

同时含有指对的恒成立问题：由 $x=e^{lnx},x=lne^x$，得 $x\cdot e^x=e^{x+lnx},\frac{e^x}{x}=e^{x-lnx},x-lnx=ln\frac{e^x}{x},x+lnx=lnxe^x$

八、其它板块

82. 集合（小题）

(1)常用① $A\cap B\subseteq A$，$A\cap B\subseteq B$；$A\subseteq(A\cup B)$；$B\subseteq(A\cup B)$，$A\cup A=A$，$A\cup\varnothing=A$，$A\cup B=B\cup A$；$A\cap A=A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$，$A\cap B=B\cap A$.

②若 $A\subseteq B$，则 $A\cap B=A$；反之，若 $A\cap B=A$，则 $A\subseteq B$.

若 $A\subseteq B$，则 $A\cup B=B$；反之，若 $A\cup B=B$，则 $A\subseteq B$.

③ $A\cap(\complement_U A)=\varnothing$，$A\cup(\complement_U A)=U$，$\complement_U(\complement_U A)=A$.

④ $\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$，$\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$.

(2) 抽象集合问题注意结合图形：$venn$ 图和数轴

(3)常见易错：忽视集合中元素的互异性，未弄清集合的代表元素，遗忘空集，忽视不等式解集的端点值

83. 常用逻辑用语（小题）

(1)一元二次不等式的恒成立问题

(1)$ax^2+bx+c>0(a\neq0)$ 恒成立的条件是 $\begin{cases}a>0,\\ \Delta<0.\end{cases}$

(2)$ax^2+bx+c<0(a\neq0)$ 恒成立的条件是 $\begin{cases}a<0,\\ \Delta<0.\end{cases}$

(2)充分必要

①定义法：正、反方向推理，若 $p\Rightarrow q$，则 p 是 q 的充分条件（或 q 是 p 的必要条件）；若 $p\Rightarrow q$，且 $q\not\Rightarrow p$，则 p 是 q 的充分不必要条件（或 q 是 p 的必要不充分条件）.

②集合法：利用集合间的包含关系．例如，若 $A\subseteq B$，则 A 是 B 的充分条件（B 是 A 的必要条件）；若 $A=B$，则 A 是 B 的充要条件.

(3) 对含有量词的命题的否定，只对量词进行否定

84. 复数（小题）

(1) 虚数 i 的意义，i 的周期，i 与方程的根的关系

(2) 复数的四则运算

(3) 复数的几何意义 $|z-z_0|$ 表示两点之间的距离结合隐圆来处理

注意：$z^2\neq|z|^2$，因为 $z^2=(a+bi)^2$ 是一个复数

$|z|^2=(\sqrt{a^2+b^2})^2=a^2+b^2$

85. 双变量求最值（小题）

(1) 结合不等式来处理

$a^2+b^2\geqslant 2ab$　　$(a+b)^2\geqslant 4ab$

$2(a^2+b^2)\geqslant(a+b)^2$　$a+b\geqslant 2\sqrt{ab}$

$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant 2$

(2) 消元转一元函数来处理

86. 无图背景下的向量计算（小题）

(1)公式法

(2)构图法用几何意义 $|\vec{a}+\vec{b}|,|\vec{a}-\vec{b}|,|\vec{a}-t\vec{b}|,\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|}$,

(3)构图法用坐标来处理

87. 有图背景下的向量计算（小题）

(1)直接法

(2)坐标法

(3)分解法

(4)投影法：一条不动，一条在动，

(5)极化恒等式：共起点的两条向量都在动，$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=PM^2-\frac{AB^2}{4}$

注：隐圆问题以及各种心心：①外心：外接圆圆心为中垂线的交点满足 $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OC}|$

②重心：中线的交点满足 $\overrightarrow{AO}=2\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0},O$ 的坐标为 $(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3})$

③垂心：垂线的交点

④内心：内切圆圆心为角平分线的交点

88. 空间向量（小题）

(1)空间向量坐标法

(2)空间向量基底法

89. 数学文化与人文价值（小题）

九、应试技巧

90. (1)小题策略：直接法，构造法，估算法，数形结合找特殊，验证排除，特殊赋值法，极限思想

(2) 大题策略：静态用方程，动中有静用化归，动态用函数

(3)做题顺序

(4)书写