**鄂南高中黄冈高中黄石二中荆州中学龙泉中学**

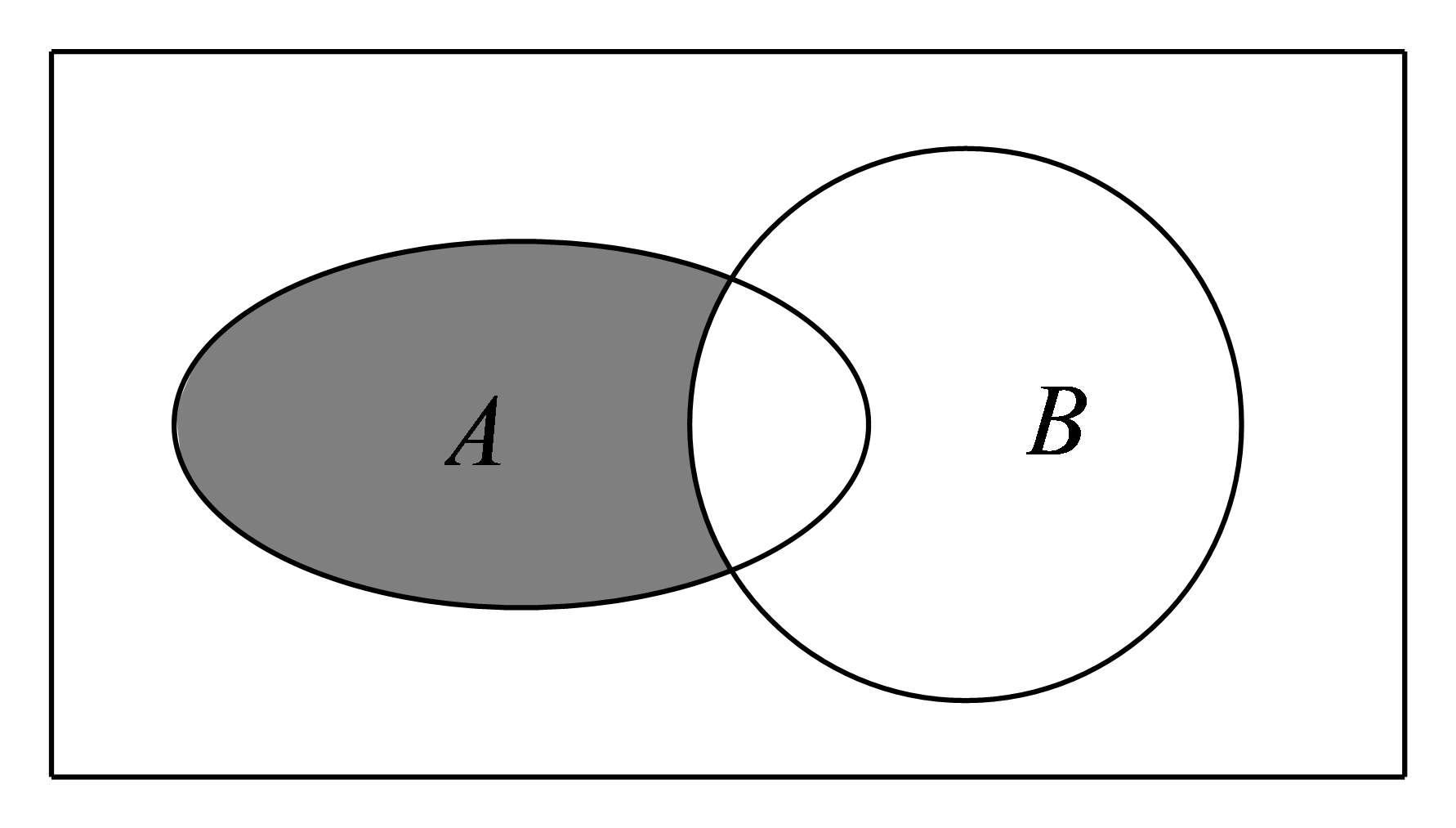
**武汉二中孝感高中襄阳四中襄阳五中宜昌一中夷陵中学**

**2022届高三湖北十一校第二次联考**

**数学试题**

**一、单选题：本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 若全集，集合，，则图中阴影部分表示的集合为（ ）



A.  B.  C.  D. 

【1题答案】

【答案】A

【解析】

【分析】根据图象判断出阴影部分为，由此求得正确答案.

【详解】，

由图象可知，阴影部分表示.

故选：A

2. 直线与圆的位置关系是（ ）

A. 相离 B. 相切 C. 相交 D. 相交或相切

【2题答案】

【答案】C

【解析】

【分析】先求出直线所过的定点，根据圆的方程判断得到此定点在圆内，即可得到直线与圆的位置关系.

【详解】直线即，过定点，

因为圆的方程为，

则，

所以点在圆内，则直线与圆相交.

故选：C

3. 祖暅原理：“幂势既同，则积不容异”.它是中国古代一个涉及几何体体积的问题，意思是两个同高的几何体，如在等高处的截面面积恒相等，则体积相等.设*A*，*B*为两个同高的几何体，*p*：*A*，*B*的体积相等，*q*：*A*，*B*在等高处的截面面积恒相等，根据祖暅原理可知，*p*是*q*的（ ）

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【3题答案】

【答案】B

【解析】

【分析】根据充分条件、必要条件的定义判断可得；

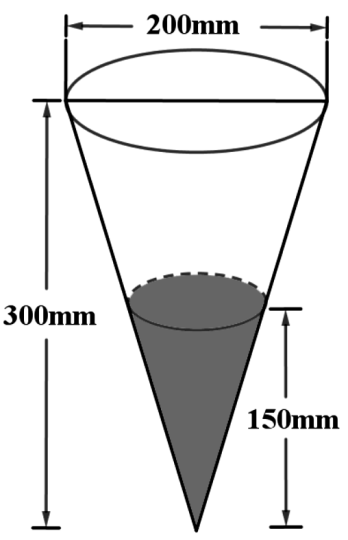
【详解】解：由，反之不成立．

是的必要不充分条件．

故选：*B*.

【点睛】本题考查了祖暅原理、简易逻辑的判定方法，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

4. 定义：24小时内降水在平地上积水厚度（）来判断降雨程度.其中小雨（），中雨（），大雨（），暴雨（），小明用一个圆锥形容器接了24小时的雨水，如图，则这天降雨属于哪个等级（ ）



A. 小雨 B. 中雨 C. 大雨 D. 暴雨

【4题答案】

【答案】B

【解析】

【分析】计算出圆锥体积，除以圆面的面积即可得降雨量，即可得解.

【详解】由题意，一个半径为圆面内的降雨充满一个底面半径为，高为的圆锥，

所以积水厚度，属于中雨.

故选：B.

5. 已知，为正实数，直线与曲线相切，则的最小值是（ ）

A. 6 B.  C. 8 D. 

【5题答案】

【答案】C

【解析】

【分析】设切点为（*m*，*n*），求出曲线对应函数的导数，可得切线的斜率，代入切点坐标，解方程可得*n*＝0，进而得到2*a*+*b*＝1，再由乘1法和基本不等式，即可得到所求最小值．

【详解】设切点为（*m*，*n*），

*y*＝*ln*（*x*+*b*）的导数为，

由题意可得=1，

又*n*＝*m*﹣2*a*，*n*＝*ln*（*m*+*b*），

解得*n*＝0，*m*＝2*a*，

即有2*a*+*b*＝1，因为*a*、*b*为正实数，

所以，

当且仅当时取等号，

故的最小值为8．

故选：*C*．

6. 如图为宜昌市至喜长江大桥，其缆索两端固定在两侧索塔顶部，中间形成的平面曲线称为悬链线．当微积分尚未出现时，伽利略猜测这种形状是抛物线，直到1691年莱布尼兹和伯努利借助微积分推导出悬链线的方程，其中为参数．当时，函数称为双曲余弦函数，与之对应的函数称为双曲正弦函数．关于双曲函数，下列结论正确的是（ ）



A.  B. 

C.  D. 

【6题答案】

【答案】D

【解析】

【分析】根据双曲函数的解析式对选项进行分析，从而确定正确选项.

【详解】A选项，

，A选项错误.

B选项， ，B选项错误.

C选项，，C选项错误.

D选项，，D选项正确.

故选：D

7. 已知双曲线：（，）的左、右焦点分别为，，过的直线与的左支交于、两点，且，，则的渐近线方程为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【7题答案】

【答案】C

【解析】

【分析】设，，根据双曲线的定义，可得，，在直角三角形中利用勾股定理可得，再在直角三角形中使用勾股定理可得，再结合，即可求出结果.

【详解】由题意，得，；

根据双曲线的定义，,

所以，．

在直角三角形中，，即，

解得；

在直角三角形中，，即，

即，解得，所以的渐近线方程为.

故选:C．

【点睛】关键点点睛：本题在解答过程中使用双曲线的定义得到，，在直角三角形中利用勾股定理可得，是解决本题的关键和突破点.

8. 已知、、、为锐角，在，，，四个值中，大于的个数的最大值记为，小于的个数的最大值记为，则等于（ ）

A. 8 B. 7 C. 6 D. 5

【8题答案】

【答案】B

【解析】

【分析】由题意可得，，从而可求的*m*、*n*的值，即可得出答案.

【详解】解：因为、、、为锐角，

则，当且仅当时取等号，

同理，

，

故不可能有4个数都大于，所以最多三个数大于，所以，例如，

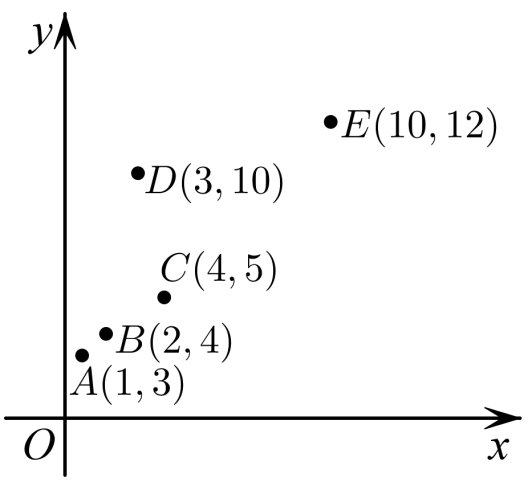
故最多有4个数均小于，所以，例如，

所以.

故选：B.

**二、多选题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题列出的四个选项中，有多个选项是符合题目要求的，全部选对得5分，部分选对得2分，有选错的得0分.**

9. 如图，5个数据，去掉点后，下列说法正确的是（ ）



A. 相关系数*r*变大

B. 残差平方和变大

C. 变量*x*与变量*y*呈正相关

D. 变量*x*与变量*y*的相关性变强

【9题答案】

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据图中的点，计算去掉前后的相关系数、残差平方和、，即可判断各选项的正误.

【详解】由图，，，则，，，

∴相关系数.

令回归方程，则，

∴，即回归方程为，可得为，，，，，

∴残差平方和，故，

去掉后，

，，则，，，

∴相关系数.

∴，A、D正确；

令回归方程，则，

∴，即回归方程为，可得为，，，，

∴残差平方和，故，

∴，B错误，C正确；

故选：ACD

10. 平行四边形中，，将三角形沿着翻折至三角形，则下列直线中有可能与直线垂直的是（ ）

A. 直线 B. 直线 C. 直线 D. 直线

【10题答案】

【答案】AB

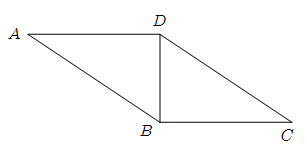
【解析】

【分析】结合特殊的平行四边形对选项进行分析，从而确定正确选项.

【详解】A选项，若，如下图所示，

当平面与平面垂直时，两个平面的交线为，且，

则平面，所以，A选项正确.



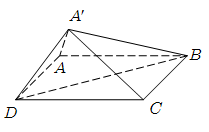
B选项，当时，在翻折过程中，可以取从到的范围，

而，即直线与直线所成角为，所以存在，B选项正确.

C选项，由于，所以为锐角，为锐角，所以C选项错误.

D选项，由于，则，所以锐角，所以D选项错误.

故选：AB



11. 数列的前项为，已知，下列说法中正确的是（ ）

A. 为等差数列 B. 可能为等比数列

C. 为等差数列或等比数列 D. 可能既不是等差数列也不是等比数列

【11题答案】

【答案】BC

【解析】

【分析】利用来对进行判断，从而确定正确答案.

【详解】依题意，，

当时，，

当时，，，

两式相减得，

，

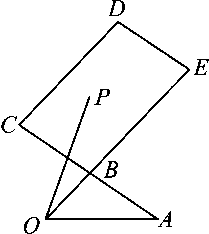
，

当时，，则数列是首项为，公比为的等比数列.

当时，，则数列是首项为，公差为的等差数列.

故选：BC

12. 如下图所示，*B*是*AC*的中点，，*P*是平行四边形*BCDE*内含边界的一点，且，以下结论中正确的是（ ）



A. 当*P*是线段*CE*的中点时，，

B. 当时，

C. 若为定值时，则在平面直角坐标系中，点*P*的轨迹是一条线段

D. 的最大值为

【12题答案】

【答案】CD

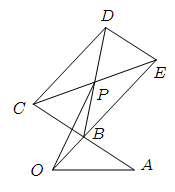
【解析】

【分析】结合平面向量的线性运算、三点共线等知识对选项进行分析，从而确定正确选项.

【详解】依题意，，

A选项，当是线段的中点时，

，A选项错误.



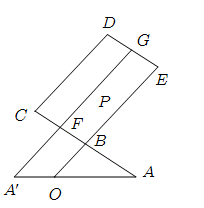
B选项，若

设分别是的中点，连接并延长，交的延长线于，

则，且，所以，

则点的轨迹是，，

所以，B选项错误.



C选项，，，

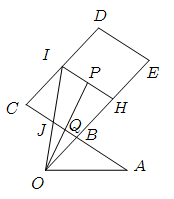
令、的中点为，

由于，即，

所以三点共线.

设分别是的中点，连接，交于，则，

是的中点，是的中点，则点的轨迹是，点的轨迹是，所以C选项正确.



D选项，，

由于平行四边形在的左上方，三点共线，所以，，

故当取得最大值，取得最小值时，取得最大值，D选项正确.

故选：CD

**三、填空题:本大题共4小题，每小题5分，共20分.**

13. 设复数*z*满足（其中是虚数单位），则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【13题答案】

【答案】

【解析】

【分析】利用复数的运算法则及其模的定义即可求解.

【详解】由已知条件得

，

则.

故答案为：.

14. 除以的余数是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【14题答案】

【答案】8

【解析】

【分析】结合二项式展开式的通项公式求得正确答案.

【详解】，展开式的通项公式为，

当时，为.

所以除以的余数是.

故答案为：

15. 已知函数，有三个不同的零点，且，则的范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【15题答案】

【答案】

【解析】

【分析】由分离常数，通过构造函数法，结合三角函数的图象与性质来求得的范围.

【详解】依题意函数，有三个不同的零点，，且，

令，得，

令，

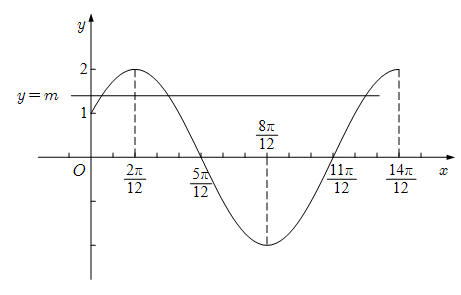
画出的图象如下图所示，

由图可知关于直线对称，关于直线对称，

而，

所以.

故答案：



16. 若指数函数（且）与三次函数的图象恰好有两个不同的交点，则实数的取值范围是\_\_\_\_\_\_.

【16题答案】

【答案】

【解析】

【分析】

根据题意可得：由两个函数（且）与图像的交点转化为方程的解，再由方程转化为两函数与图像的交点，再利用导数求出函数的单调性及最大值，从而可得到的取值范围即可求出实数的取值范围.

【详解】由题意可得：

指数函数（且）与三次函数图象

恰好有两个不同的交点，

等价于方程有两个不同的解，

对方程两边同时取对数得：，

即，

，

，

从而可转化为：与在图像上有两个不同的交点，



当时，，

当时，，

所以函数在上单调递增，在上单调递减，

所以函数在处取到极大值，也是最大值，最大值为，

又因为当时，，

当时，，

所以，

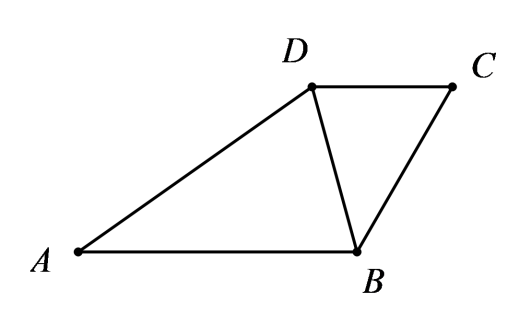
解得

故答案为：

【点睛】本题考查了函数与方程以及利用导数求函数的最大值，考查了学生的计算能力，属于一般题.

**四、解答题:本大题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 如图，在四边形中，，，，，.



（1）求；

（2）求的长.

【17题答案】

【答案】（1）；（2）.

【解析】

【分析】（1）计算出、，利用两角和的余弦公式可求得的值；

（2）在中，利用正弦定理可求出的长，然后在中利用余弦定理可求得的长.

【详解】（1）因为，，则、均为锐角，

所以，，，



，

，则，因此，；

（2）在中，由正弦定理可得，

可得，

在中，由余弦定理可得，

因此，.

【点睛】方法点睛：在解三角形的问题中，若已知条件同时含有边和角，但不能直接使用正弦定理或余弦定理得到答案，要选择“边化角”或“角化边”，变换原则如下：

（1）若式子中含有正弦的齐次式，优先考虑正弦定理“角化边”；

（2）若式子中含有、、的齐次式，优先考虑正弦定理“边化角”；

（3）若式子中含有余弦的齐次式，优先考虑余弦定理“角化边”；

（4）代数式变形或者三角恒等变换前置；

（5）含有面积公式的问题，要考虑结合余弦定理求解；

（6）同时出现两个自由角（或三个自由角）时，要用到三角形的内角和定理.

18. 已知等差数列满足，.

（1）求的通项公式；

（2）设等比数列满足，设，数列的前*n*项和为，求的最大值.

【18~19题答案】

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）根据已知条件求得的首项和公差，由此求得.

（2）利用分组求和法求得，结合导数求得的最大值.

【小问1详解】

设等差数列公差为*d*，则，

又，得，解得，所以.

【小问2详解】

设等比数列的公比为*q*，则，，所以，，

所以，，则，

所以，

令，则，

由于，当时，，函数单调递增；

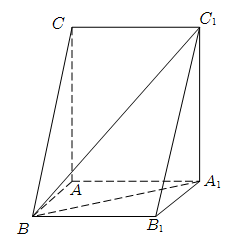
当时，，函数单调递减，

且，，

所以当时，有最大值且最大值为.

19. 如图，在三棱柱中，四边形是边长为的正方形，.再从条件①､条件②､条件③中选择两个能解决下面问题的条件作为已知，并作答.

条件①：；条件②：；条件③：平面平面.



（1）求证：平面；

（2）求直线与平面所成角的正弦值.

【19~20题答案】

【答案】（1）证明见解析

（2）

【解析】

【分析】（1）选择①②通过线面垂直的判定定理来证得结论成立；选择①③通过面面垂直的性质定理来证得结论成立；选择②③则与是否垂直无法判断，不合题意.

（2）建立空间直角坐标系，利用向量法求得直线与平面所成角的正弦值.

【小问1详解】

选择①②：（1）因为，，，所以.

又因为，，所以平面.

选择①③：（1）因为，，，所以.

又因为平面平面，平面平面，

所以平面.

选择②③：（1）因为，平面平面，平面平面，

所以平面，则，但与是否垂直无法判断，所以选择②③不合题意.

【小问2详解】

由（1）知，，因为四边形是正方形，所以.

如图，以为原点建立空间直角坐标系，

则，，，，，

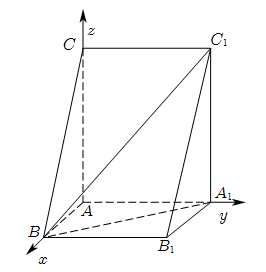
，，.

设平面的一个法向量为，

则即，令，则，，所以.

设直线与平面所成角为，则.

所以直线与平面所成角的正弦值为.



20. 已知椭圆过点，离心率为．

（1）求椭圆的方程；

（2）直线与椭圆交于、两点，过、作直线的垂线，垂足分别为、，点为线段的中点，为椭圆的左焦点．求证：四边形为梯形．

【20~21题答案】

【答案】（1）

（2）见解析

【解析】

【分析】（1）根据已知条件，结合离心率的定义和的平方关系，求得的值，进而得到椭圆的方程.

（2）分析可得四边形为梯形的充分必要条件是，设,可转化为证明，然后联立方程组，利用韦达定理证得此式，即证得结论.

【小问1详解】

解：由已知得,解得,

∴椭圆的方程.

【小问2详解】

证明：由（1）的结论可知，椭圆的左焦点,

设,则,.

，.

∵直线与椭圆交于、两点，

∴ 

由于直线与直线不平行，

∴四边形为梯形的充分必要条件是，即，

即,即,

∵,∴上式又等价于，

即（\*）.

由,得,

∴,

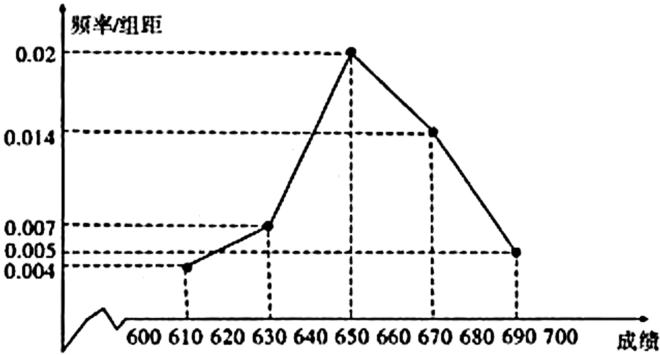


，

∴（\*）成立，

∴四边形为梯形.

21. 某中学在2020年高考分数公布后对高三年级各班的成绩进行分析.经统计某班有名同学，总分都在区间内，将得分区间平均分成组，统计频数､频率后，得到了如图所示的“频率分布”折线图.



（1）请根据频率分布折线图，画出频率分布直方图，并根据频率分布直方图估计该班级的平均分；

（2）经过相关部门的计算，本次高考总分大于等于的同学可以获得高校的“强基计划”入围资格.高校的“强基计划”校考分为两轮.第一轮为笔试，所有入围同学都要参加，考试科目为数学和物理，每科的笔试成绩从高到低依次有，，，四个等级，两科中至少有一科得到，且两科均不低于，才能进入第二轮，第二轮得到“通过的同学将被高校提前录取.已知入围的同学参加第一轮笔试时，总分高于分的同学在每科笔试中取得，，，的概率分别为，，，；总分不超过分的同学在每科笔试中取得，，，的概率分别为，，，；进入第二轮的同学，若两科笔试成绩均为，则免面试，并被高校提前录取；若两科笔试成绩只有一个，则要参加面试，总分高于分的同学面试“通过”的概率为，总分不超过分的同学面试“通过”的概率为，面试“通过”的同学也将被高校提前录取.若该班级考分前名都已经报考了高校的“强基计划”，且恰有人成绩高于分.求

①总分高于分的某位同学没有进入第二轮的概率；

②该班恰有两名同学通过“强基计划”被高校提前录取的概率.

【21题答案】

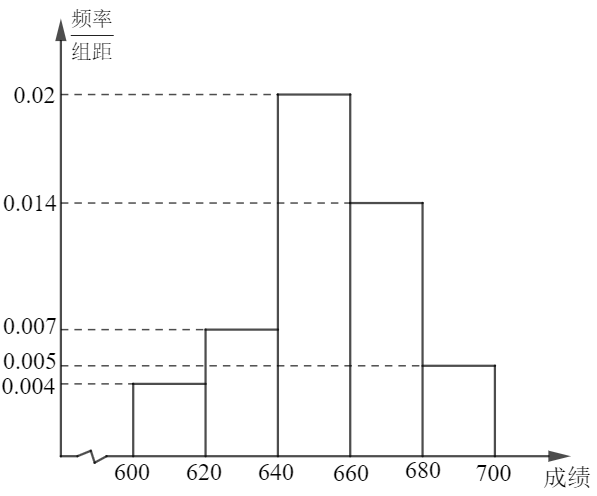
【答案】(1)直方图见解析，690分；(2)①；②.

【解析】

【分析】(1)按照所分组，计算出对应的频率，并算出频率除以组距即可绘图，由给定条件估计班级平均分；

(2)由频率分布直方图算出680到690分和高于690分的人数，利用对立事件即可得，把恰有两名同学通过“强基计划”被高校提前录取的事件进行分拆即可得.

【详解】(1)频率分布直方图直方图，如图：



该班平均分估计为；

(2)总分大于等于680分的同学有人，由已知，其中有3人总分小于等于690分，2人总分大于690分，

①，

总分高于分的某位同学没有进入第二轮的概率；

②总分高于分的同学被高校提前录取的事件为*M*，总分不超过分的同学被高校提前录取的事件为*N*，

，

，

，

该班恰有两名同学通过“强基计划”被高校提前录取的概率.

【点睛】关键点睛：利用概率加法公式及乘法公式求概率，把要求概率的事件分拆成两两互斥事件的和，相互独立事件的积是解题的关键.

22. 对于正实数， 熟知基本不等式： ， 其中  为的算术平均数，  为的几何平均数． 现定义的对数平均数： 

（1）设， 求证：  ：

（2）①利用第（1）小问证明不等式：  ：

②若不等式 对于任意的正实数恒成立， 求正实数的最大值．

【22~23题答案】

【答案】（1）证明见解析

（2）① 证明见解析；②

【解析】

【分析】（1）令，由可证得在上单调递减,,即可证得结果.

（2）（ⅰ）要证，只要证，即证，

令，由（1）有，即可证得结论.

（ⅱ）由恒成立，化简即得恒成立，

令，化简则有恒成立.令，求导可得

，（注：）

讨论可得时，即时，在上单调递增，及时，在上单调递减，从而可得结果.

【小问1详解】

令，有



所以，得在上单调递减.

又，故当时，，

因此，当时，-

【小问2详解】

（ⅰ）要证，只要证，

只要证，即证，

令，由（1）有，即得，

因此，

（ⅱ）由恒成立，

得恒成立，即得恒成立，

令，有恒成立，

得恒成立，所以恒成立

令，有

，-

（注：）

ⅰ当时，即时，

易知方程有一根大于1，一根小于1，

所以在上单调递增，

故有，不符；

ⅱ当时，有，

所以，从而在上单调递减，

故当时，恒有，符合．

由ⅰ、ⅱ可知，正实数的取值范围为，

因此，正实数的最大值为

【点睛】思路点睛：（1）构造，利用导数判断函数的单调性.

（2）（ⅰ）问题转化为（ⅱ）由恒成立，

令，问题转化恒成立.构造，利用导数证明单调性.