基础.

（三）例题讲解，理解新知

例　求证：如果两条平行直线中的一条直线垂直于一个平面，那么另一条直线也垂直于这个平面.

师生活动：引导学生根据题意画出示意图，并把文字语言转换为符号语言，并与学生共同分析证明思路，规范证明过程的书写.

设计意图：让学生在这一过程中认识到证明线面垂直有两种方法：定义法和判定定理法，提高思维的灵活性.

（四）达标检测，巩固新知

1. 如图 9，四棱锥 $S-ABCD$ 的底面是正方形，$SD\perp$ 平面 $ABCD$，求证：$AC\perp$ 平面 SDB.

2. 如图 10，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，求证：$A_1C\perp$ 平面 BC_1D.

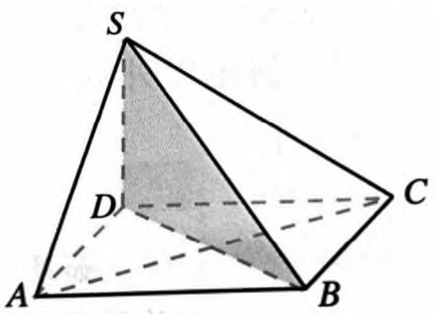

图 9

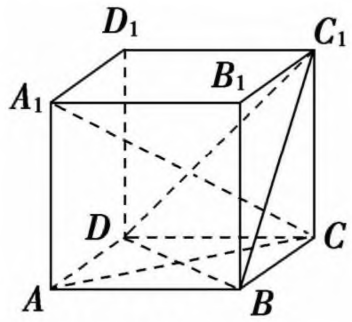

图 10

设计意图：检验学生能否灵活运用判定定理进行证明，培养其分析问题，解决问题的能力.

（五）反思小结

1. 本节课你学到了哪些知识？是通过怎样的方法学习的？知识和方法中蕴含了哪些数学思想？

2. 线面垂直的定义和判定与之前学过的线面平行的定义和判定在知识结构、思想方法上有何异同？

设计意图：通过梳理本节课所学知识，进一步体会立体几何的研究内容和方法，培养学生的反思习惯，帮助学生建立系统化、结构化的知识体系.

（六）作业布置

必做题：教材 152 页练习第 3 题，163 页习题 8.6 第 5 题.

选做题：查阅资料，了解数学家证明线面垂直判定定理的方法、模型.

设计意图：必做题是为了让学生掌握利用线线垂直来证明线面垂直这种常用方法；选做题渗透数学文化是为了让学生体会数学严谨求实，不断创新的精神.

总之，深度学习课堂应以提升学生数学核心素养为目标，充分发挥学生的主体性地位，引导其经历知识的生成过程，促进其深度理解.

参考文献

[1]刘月霞，郭华. 深度学习：走向核心素养（理论普及读本）[M]. 教育科学出版社，2018.

[2]邱瑶. “直线与平面垂直的判定”教学设计[J]. 中国数学教育（高中版），2020(5).

基于深度学习的“解三角形”复习课探究*

广东省珠海市第一中学　(519000)　赖嘉辉

《普通高中数学课程标准(2017 年版)》(以下简称《课标(2017 年版)》)指出发展学生的核心素养是党的教育方针的具体化和细化，并把数学学科的核心素养描述为“具有数学基本特征的思维品质、关键能力以及情感、态度与价值观的综合体现”；明确了数学学科的核心素养包括：数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算和数据分析[1]. 2014 年，教育部基础教育课程教材发展中心着手研究开发“深度学习”教学改进项目，并将其作为深化基础教育课程改革的重要抓手和落实学生发展核心素养及各学科课程标准的有效途径. 经过了几年的探索，深度学习教学改进项目有了初步的成果——单元教学，并将单元教学分为三类课：起始课、关键课、复习提升课. 本文主要基于深度学习教学模式下，探究如何开展深度学习下的复习提升课.

一、教学模式

我们先确定复习提升课不是简单的罗列知识点或随便拼凑一些习题，重点应该在题目的设计上如何串联本单元或更高纬度的知识点. 同时也应该关注学生的思维发展，从简单到复杂，通过改变条件或问题，形成一系列的知识链或知识团，从而让

* 基金项目：本文系新一轮珠海市中小学名教师工作室（2020－2022 年）专项课题“基于“深度学习”的高中数学教学研究”（课题编号：2020GZS02）阶段性成果.

学生在复习提升课上构建本单元的知识框架,充分提高学生的核心素养能力. 因此,我们可以尝试运用"一题多变"或"一题一课"等教学模式,充分利用知识点间的内在联系,从而更好地关注学生核心素养的提升.

二、教学案例

例 (2021 届惠州市高三下学期一模改编)在 ΔABC 中,a,b,c 分别为角 A,B,C 的对边,$\sin^2A+\sin^2C=\sin^2B+\sin A\sin C$. (1)求角 B 的大小;(2)若 $b=\sqrt{3}$,求 ΔABC 周长的最大值.

分析:由于本节课为复习提升课,我们可从一题多解的题目中选取,通过不同的解法串联本单元的各位知识点. 本例第一问比较简单,利用正弦定理和余弦定理可得 $B=\frac{\pi}{3}$,这里不作详细解答,接下来主要对第二问进行探究.

解法 1:根据 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$ 可得,$3=a^2+c^2-ac=(a+c)^2-3ac$,则 $(a+c)^2-3=3ac\leqslant 3(\frac{a+c}{2})^2$,即 $\frac{(a+c)^2}{4}\leqslant 3$,则 $a+c\leqslant 2\sqrt{3}$(当且仅当 $a=c$ 时,等号成立)则,周长的最大值为 $3\sqrt{3}$.

解法 2:根据正弦定理可得,$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2$,则 $a=2\sin A$,$c=2\sin C$,则周长等于 $a+b+c=2\sin A+2\sin C+\sqrt{3}=2\sin A+2\sin(A+\frac{\pi}{3})+\sqrt{3}=2\sqrt{3}\sin(A+\frac{\pi}{6})+\sqrt{3}$,由于 $0<A<\frac{2\pi}{3}$,因此周长的最大值为 $2\sqrt{3}$.

归纳总结:本题的以上 2 种思路,恰好运用了解三角形这单元中两个最重要的定理,因此可使学生对这两个定理的使用提供了思路. 同时,除了正余弦定理的运用,本题还运用了基本不等式,三角恒等变换和三角函数的图形与性质等内容,充分体现了深度学习中知识的有机融合这思想,为了评判学生对本单元的掌握情况,我们可以对第二问进行变式.

变式 1 将第二问中,周长的最大值改为面积的最大值.

解法 1 和解法 2 对于上述变式同样适用(解法略),接下来,我们可以另辟一条新思想对本问的解法进行升华.

解法 3:根据正弦定理可得,满足本题意的三角形应为半径为 1 的圆的内接三角形. 显然点 B 可在优弧 AB 上运动,当 B 点在圆的顶点时,面积达到最大值 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$,此时 ΔABC 为等边三角形. 根据思想 1 的解法,我们也可以易知此三角形也是满足题意中周长最大的三角形.

归纳总结:本解法可以很好的揭露了命题人的本意,同时也让学生清楚的了解到这题的动态过程,也可以为本单元知识点进行了很好的提升. 当然,为了提高学生的综合素质能力,我们也可以设置不同的变式来考查学生的运算能力等核心素养.

变式 2 把求 ΔABC 的周长(面积)的最大值,改为求周长(面积)的取值范围.

分析:此变式从难度上没有明显的提升,学生对题目认真思考,解法 1,2,3 都可很好的解决本变式.

变式 3 把 ΔABC 改为锐角三角形,求周长(面积)的取值范围.

分析:此变式的最大特点就是把任意三角形改成锐角三角形,可以让学生以小组讨论的方法探讨之前的 3 种解法是否可行,是否能用数形结合的思想解决此道变式.

变式 4 由原来的求周长的最大值,改为求 $c+2a$ 的最大值.

分析:此变式从难度上提升了一个档次,而且数形结合的方法明显不太适合本变式,而解法 2 的方法最适合此变式.

解法 1:$3=a^2+c^2-2ac\cos B=a^2+c^2-ac=(c+2a)^2-3a^2-5ac$,则 $(c+2a)^2-3=a(3a+5c)=\frac{1}{7}\times 7a(3a+5c)\leqslant\frac{1}{7}(\frac{7a+3a+5c}{2})^2$,令 $t=c+2a$ 可得 $t^2-3\leqslant\frac{25t^2}{28}$,则 $t^2\leqslant 28$,即 $t\leqslant 2\sqrt{7}$.

归纳总结:本方法本质上和解法 2 一样,但是由于题目的改变,对学生的运算能力要求更高,很好的考查了核心素养中的运算能力. 如果学生的接受水平很高,我们还可以提高以下两种解法.

解法 2:(判别式法) 由于 $3=a^2+c^2-ac$,将 $t=c+2a$ 代入可得 $3=a^2+(t+2a)^2-a(t+2a)$,化简可得 $7a^2-5ta+t^2-3=0$,由 $\Delta\geqslant 0$ 得 $25t^2-4\times 7\cdot(t^2-3)\geqslant 0$,即 $t\leqslant 2\sqrt{7}$.

解法 3:(三角换元法) 由于 $3=a^2+c^2-ac$,可得 $3=(a-\frac{1}{2}c)^2+\frac{3}{4}c^2$,令 $\begin{cases}a-\frac{1}{2}c=\sqrt{3}\sin\theta,\\ \frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\cos\theta,\end{cases}$ 则 $\begin{cases}a=\sqrt{3}\sin\theta+\cos\theta,\\ c=2\cos\theta,\end{cases}$ 所以 $c+2a=4\cos\theta+2\sqrt{3}\sin\theta=2\sqrt{7}\sin(\theta+\varphi)$,则 $c+2a$ 的最大值为 $2\sqrt{7}$.

归纳总结:以上两种解法难度较大,理解起来也比较困难. 但是它很好的串联了本单元以外的其他知识点,更容易提升学生的综合运用能力,提升

学生的数学思维.

三、总结反思

围绕深度学习教学模式,教师应注重对学生的数学单元复习提升能力的全面把握.同时,学生应主动参与整个教学过程,并充分提出个性化思考.教师也应该遵循学生的思维,当学生的思维与教学预设有所偏差时,要充分分析学生思维的合理性,拨正学生思维的方向,让学生学会思考."一题一课"教学模式不仅转变了复习提升课中教师的教学方法和学生的学习方式,而且更能够稳步提升学生的数学核心素养.

总之,基于核心素养的深度学习是把培养学生的问题发展力与问题解决力置于重要的地位,提问是实现深度学习不可或缺的重要因素因此,"一题一课"教学模式更能使学生积极调用所有的相关知识,并将其整体化、经验化、结构化,突显了数学的思维活动,激发了学生再次发展的力量,潜移默化地达到了深度学习.

参考文献

[1]中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准(2017年版)[S].北京:人民教育出版社.2018.

[2]刘月霞,郭华.深度学习:走向核心素养[M].北京:教育科学出版社,2018.

突出主体地位　追寻优效备考

福建省莆田市第四中学　(351100)　严丽香

高考数学复习是学生在已经学习了中学数学基本内容的基础上展开的复习教学.在课堂教学中,很多教师热衷于"满堂灌"的"习题——讲评——习题"的复习模式,一节课下来,讲了很多题目,但学生并未真正掌握.究其原因,主要是因为这种高考复习模式让学生的主体地位严重"缺失",不利于学生独立思考,不利于其思维品质与关键能力的提升.在数学复习教学过程中,教师是参与者、引导者,但决非灌输者,复习教学应突显学生的主体地位,把课堂让位给学生,留给他们独立思考、合作交流的时间与空间,才能真正提高高三复习课的效益.以下笔者结合课堂教学实践,谈谈高考复习教学中的几点思考.

1　让出知识获取的空间,启迪学生"研学"

很多教师在第一轮复习时,仍按教材的顺序进行讲授,学生虽然对一个个孤立的知识点有印象,但无法把它们串联起来,无法从整体上理解数学.因此,在复习教学中,教师应打破教材的章节界限,对数学知识进行"板块"式整合串讲,将散乱的、零碎的知识点串联起来,使其系统化、综合化.一般可按照以下两个方面进行"模块"式整合:⑴章节内部的整合.比如单调性、值域、导数等内容应该以单调性为核心整合在一起进行复习.⑵章节之间的整合.比如,平面向量与空间向量是二维到三维的递进关系,应该将平面向量与空间向量的概念、定理、运算进行对比复习.例如在平面中共起点向量的加法法则为平行四边形法则,延伸到空间中就是平行六面体法则;在平面中首尾相接向量的加法法则为三角形法则,延伸到空间中就是封闭多边形法则.由于平面向量基本定理与空间向量共面定理本质是相同的,因此教师在复习教学中可将这些知识点整合在一起串讲.

共线定理　设点O为直线外任意一点,若存在唯一的一对实数(x,y),使$\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$,且$x+y=1$,则$P$、$A$、$B$三点共线.

推论1　如果$x=y=\frac{1}{2}$,则点P必为线段AB中点.

推论2　如果$x=\frac{1}{1+\lambda}$,$y=\frac{\lambda}{1+\lambda}$,则点$P$分线段$AB$所成的比为$\lambda$,此时线段$AB$的定比分点公式的向量形式为$\overrightarrow{OP}=\frac{\overrightarrow{OA}+\lambda\overrightarrow{OB}}{1+\lambda}$.

共面定理　设O、A、B、C为不共线的四点,若对空间中任一点P,都存在唯一的有序实数组(x,y,z),使得$\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}+z\overrightarrow{OC}$,且$x+y+z=1$,则必有$P$、$A$、$B$、$C$四点共面.

推论　若$x=y=z=\frac{1}{3}$,则点P必为$\triangle ABC$的重心.

通过梳理,将相对零碎的知识点串联起来,串"珠"成"链",使学生对基础知识有一个整体的把握,有利于构建完整的数学认知结构,从而对概念、规律有了本质认识,促进了深度学习,提升了数学抽象、逻辑推理等核心素养.

2　实践体悟数学思想方法,鼓励学生"展学"

近年来,数学高考命题重视对理性思维与关键能力的考查,因此课堂复习教学应在培养学生深度思维上下工夫.教师应关注学生研究解决问题的思