江苏省仪征中学2017-2018学年第一学期高三期末复习专题

———数列中的奇偶项问题

班级\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 评价\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**一、热身练习：**

1、已知等差数列的项数为奇数，且奇数项和为，偶数项和为，则数列的中间项为\_\_\_\_\_\_\_\_\_；项数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.,

2、定义“等和数列”：在一个数列中，如果每一项与它的后一项的和都为同一个常数，那么这个数列叫作等和数列，这个常数叫作数列的公和．已知数列是等和数列，且，公和为，那么的值为\_\_\_\_\_\_\_\_，这个数列的前项和的计算公式为\_\_\_*\_\_\_\_\_*.



3、数列前项和为，，，，，则\_\_\_\_\_\_.



4、设数列的首项，且满足与，则 ．



5、已知数列中，，若对任意的正整数*m*和*n* (*n*>*m*)满足：，则 .

-1

**二、典例研究：**

题型一、等差等比奇偶项问题

1、已知数列为等差数列，其前项和为，在前项中，偶数项之和与奇数项之和的比为，则这个数列的公差为\_\_\_\_\_\_\_\_.

题型二、数列中连续两项和或积的问题（或）

1、若数列满足：，，则数列的前项和是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.



问：可否求？

2、已知数列中，，，记为的前项的和，，．

（1）求数列的通项公式； （2）判断数列是否为等比数列，并求出； （3）求.

答案：（1）（2）

（3）

题型三、含有类型

1、数列满足，则的前项和为\_\_\_\_\_\_\_\_.

2、已知数列的前项和为，，，

则\_\_\_\_.

3、已知数列满足，，且.

(1)求的值； (2)设为数列的前项的和，求.

解：（1）由题意，当为奇数时，；当为偶数时，.

又，，所以，即.

（2）①当时，

.

②当时，

.

所以，

题型四、含有、类型

1、已知，数列的各项均为正数，前项和为，且，设．

(1)若数列是公比为的等比数列，求；

(2)若，数列也为等比数列，求数列的通项公式．

解：（1）， 



（2）因数列为等比数列，设公比为，则当 时，.

即，是分别是以1，2为首项，公比为的等比数列；

故，.

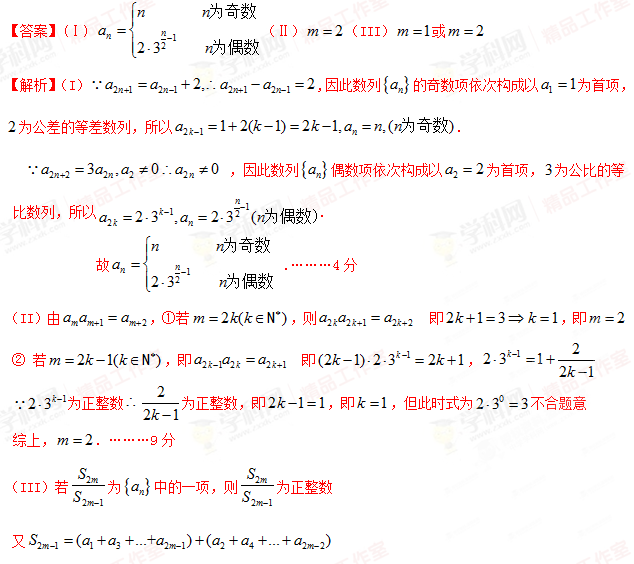
令，有，则.当时，，，，此时

.

综上所述，.

2、已知数列满足，前项和为.

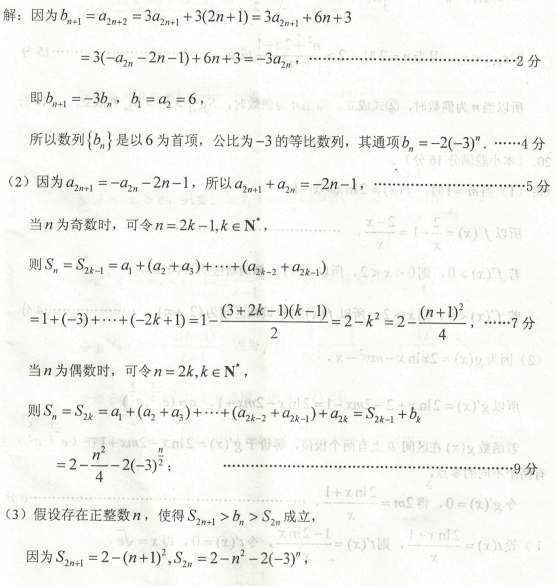
(1) 求数列的通项公式； (2)若，求正整数的值.

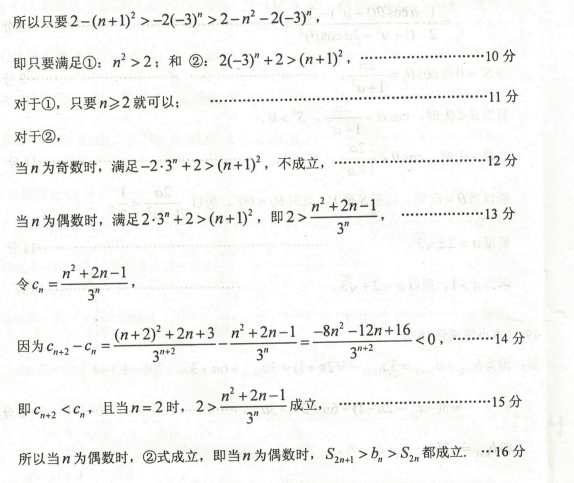


题型五、已知条件明确奇偶项问题

1、已知数列满足，记数列的前项和为，.

(1)求证：数列为等比数列，并求其通项； (2)求； (3)问是否存正整数，使得成立？说明理由.

****

****

2、设正项数列的前项和为，且，n∈N\*．正项等比数列满足：，，

(1)求数列，的通项公式；(2)设，数列的前项和为，求所有正整数的值，使得恰好为数列中的项．

分析： （1）利用递推式、学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！等差数列与等比数列的通项公式即可得出；

（2）由题意得cn=学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，可得T2m=（a1+a3+…+a2m﹣1）+（b2+b4+…+b2m）=3m+m2﹣1．T2m﹣1=T2m﹣b2m=3m﹣1+m2﹣1，可得学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！≤3，故若使得学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！恰好为数列{cn}中的项，只能为c1，c2，c3．分类讨论即可得出．

解答： 解：（1）∵an＞0，当n=1时，a1=学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！+学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，解得学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！a1=1．

由Sn=学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！+学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！an，

当n≥2，Sn﹣1=学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，

两式相减，得学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！=0．

又∵an＞0，∴an+an﹣1≠0，

∴an﹣an﹣1=1，

∴数列{an}是等差数列，首项为1，公差为1，

∴an=1+（n﹣1）=n．

由b2=a2，b4=a6．

∴q2=学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！=学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！=3，q＞0．

∴学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！q=学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，

∴bn=学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！=学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！．

（2）由题意得cn=学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，

∴T2m=（a1+a3+…+a2m﹣1）+（b2+b4+…+b2m）

=学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！+学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

=3m+m2﹣1．

T2m﹣1=T2m﹣b2m=3m+m2﹣1﹣2×3m﹣1=3m﹣1+m2﹣1，

∴学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！=学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！=3﹣学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！≤3，

故若使得学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！恰好为数列{cn}中的项，只能为c1，c2，c3．

（i）若3﹣学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！=1，则3m﹣1=0，∴m无解．

（ii）若3﹣学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！=2，可得3m﹣1+1﹣m2=0，

显然m=1不符合题意，m=2符合题意．

当m≥3时，即f（m）=3m﹣1+1﹣m2，则f′（m）=3m﹣1ln3﹣2m，

设g（m）=3m﹣1ln3﹣2m，则g′（m）=3m﹣1（ln3）2﹣2＞0，

即f′（m）为增函数，故f′（m）≥f′（3）＞0，即f（m）为增函数，

故f（m）＞f（3）=1＞0，

故当m≥3时，方程3m﹣1+1﹣m2=0无解，即m=2是方程唯一解．

（iii）若3﹣学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！=3，则m2=1，即m=1．

综上所述：m=1或m=2．

**三、巩固训练：**

1、已知，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

2、等比数列的首项为，项数为偶数，且奇数项和为，偶数项和为，则数列的项数为\_\_\_\_\_\_\_.

3、若数列满足：，，则的前项和是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.



4、已知数列满足.

（1）若数列是等差数列，求的值； （2）当时，求数列的前项和。

解析：（1）若数列是等差数列，则.

由，得，

即 ，

解得，.

（2）由，得,两式相减，得

所以数列是首项为，公差为4的等差数列.

数列是首项为，公差为4的等差数列,

由，得，所以

①当为奇数时，.





②当为偶数时，

.

5、已知数列各项均为正数，,，且对任意恒成立，记的前项和为．

(1)若，求的值； (2)证明：对任意正实数**，成等比数列；(3)是否存在正实数，使得数列为等比数列．若存在，求出此时和的表达式；若不存在，说明理由．

解：（1）∵，∴，又∵，∴；·······································2分

（2）由，两式相乘得，

∵，∴，

从而的奇数项和偶数项均构成等比数列，···································································4分

设公比分别为，则，，······································5分

又∵，∴，即，···························································6分

设，则，且恒成立，

数列是首项为，公比为的等比数列，问题得证；····································8分

（3）法一：在（2）中令，则数列是首项为，公比为的等比数列，

∴，

，·····································································10分

且，

∵数列为等比数列，∴

即，即

解得（舍去），··················································································13分

∴，，

从而对任意有，

此时，为常数，满足成等比数列，

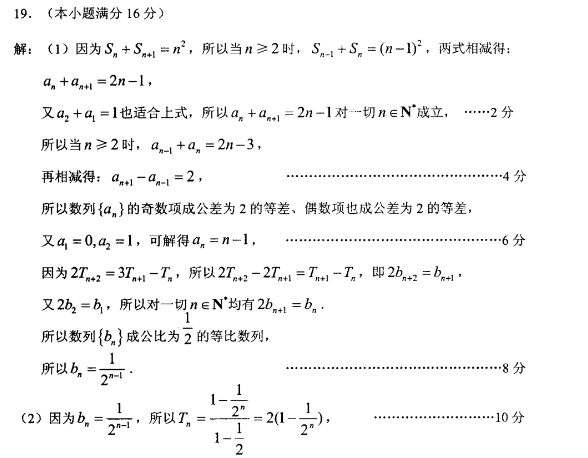
当时，，又，∴，

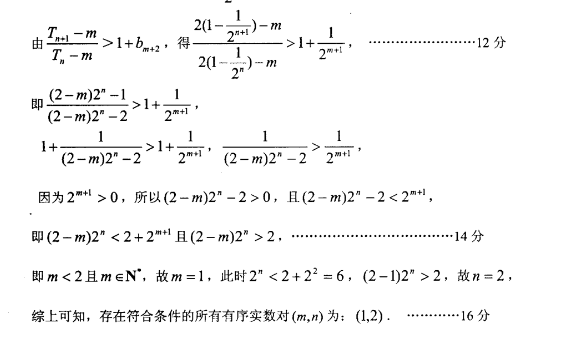
综上，存在使数列为等比数列，此时．················16分

6、在数列，中，已知,,,，数列的前项和为,数列

的前项和为,且满足，，其中为正整数.

(1)求数列、的通项公式； (2)问是否存在正整数，，使成立？若存在，求出所有符合条件的有序实数对，若不存在，请说明理由.





7、已知数列中，，，设.

(1)证明数列是等比数列； (2)若是数列的前项的和，求； (3)探求满足的所有正整数.

解：（1）设

因为

又，则 ，故数列是等比数列

（2）由（1）得是以为首项，为公比的等比数列，

故，即

由，得，

所以，

（3）显然当时，单调递减，

又当时，，当时，，所以当时， ，

同理，当且仅当时，．

综上，满足的所有正整数为1和2．