**江苏省仪征中学2018届高三（下）数学5月阶段性检测**

**一、填空题：本大题共14小题，每小题5分，共70分．**

1、已知集合，则 .

[答案]:3

2、如果复数为纯虚数，则 .

[答案]:2

3、用红、黄、蓝三种不同的颜色给A，B两点涂色，每个点只涂一种颜色，则点A、点B颜色不同的概率为 .

[答案]:

4、甲、乙两个样本数据的茎叶图（如右图），则甲、乙两样本方差中较小的一个方差是 .

[答案]:**23**



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 甲 |  | 乙 |
| 9 | 0 | 8 |
| 1 0 | 1 | 1 2 2 |
| 3 2 1 | 2 | 0 1 |

（第4题图）

5、根据上图所示的伪代码，可知输出的结果*S*为 ．

[答案]:12

（第5题图）

6、若“ 学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！,使得成立”是假命题，则实数的取值范围是 ．

[答案]:

7、已知直线*l*、*m*、*n*及平面*α*，下列命题：

①若*l*∥*m*，*m*∥*n*，则*l*∥*n*； ②若*l*⊥*α*，*n*∥*α*，则*l*⊥*n*；

③若*l*∥*α*，*n*∥*α*，则*l*∥*n*； ④若*l*⊥*m*，*m*∥*n*，则*l*⊥*n*.

其中所有正确命题的序号为\_\_\_\_\_\_\_\_．

[答案]:①②④

8、过点*P*(，1)的直线*l*与圆*C*：(*x*－1)2＋*y*2＝4交于*A*，*B*两点，当∠*ACB*最小时，直线*l*的方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

[答案]:2*x*－4*y*＋3＝0

9、已知定义在上的偶函数，当时，，则使得成立的的取值范围为 ．

[答案]:

10、设是各项均为非零实数的等差数列的前项和，且满足条件，则的最大值为 .

[答案]:

11、设学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！表示不超过实数学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的最大整数，则函数的零点个数为\_\_\_\_\_.

[答案]:2

12、在平面凸四边形*ABCD*中，，，点*E*满足，且

．若，则的值为 ．

[答案]:2

13、在中，角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，若，则最小的内角的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

[答案]:

14、设函数（*a*<0），若存在，使，则*a*的取值范围为 ．

[答案]:

**二、解答题：本大题共6小题，共90分．请在答题卡指定区域内作答. 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

15、（本小题14分）

已知向量

（1）若，求向量的夹角θ；

（2）若，函数的最大值为，求实数λ的值.

[解]（1）当时，，所以，

又，因而；

（2），

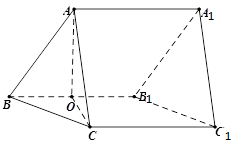
因为，所以，

当λ＞0时，，即，

当λ＜0时，，即，

所以或．

16、（本小题14分）

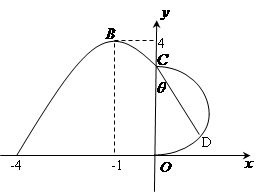
如图，三棱柱中，已知平面平面，，，棱的中点为.

（1）求证：；

（2）求点到平面的距离.

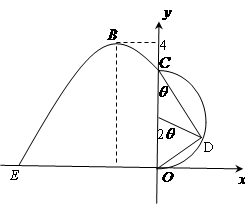
[解]　(1)略；(2).

17、（本小题14分）

如图，我市新体育公园的中心广场平面图如图所示，在轴左侧的观光道曲线段是函数，时的图象且最高点，在轴右侧的曲线段是以为直径的半圆弧.

⑴试确定和的值；

⑵现要在右侧的半圆中修建一条步行道（单位：米），在点与半圆弧上的一点之间设计为直线段（造价为2万元**/**米），从到点之间设计为沿半圆弧的弧形（造价为1万元**/**米）．设(弧度)，试用来表示修建步行道的造价预算，并求造价预算的最大值？（注：只考虑步行道的长度，不考虑步行道的宽度）

[解]⑴因为最高点B（-1，4），所以A=4；

又，所以，

因为，

代入点B（-1，4），，

又；

⑵由⑴可知：，得点C即，取CO中点F，连结DF，因为弧CD为半圆弧，

所以，

即弧 ，则圆弧段造价预算为万元，中，，则直线段CD造价预算为万元，

所以步行道造价预算，．

由得当时，，

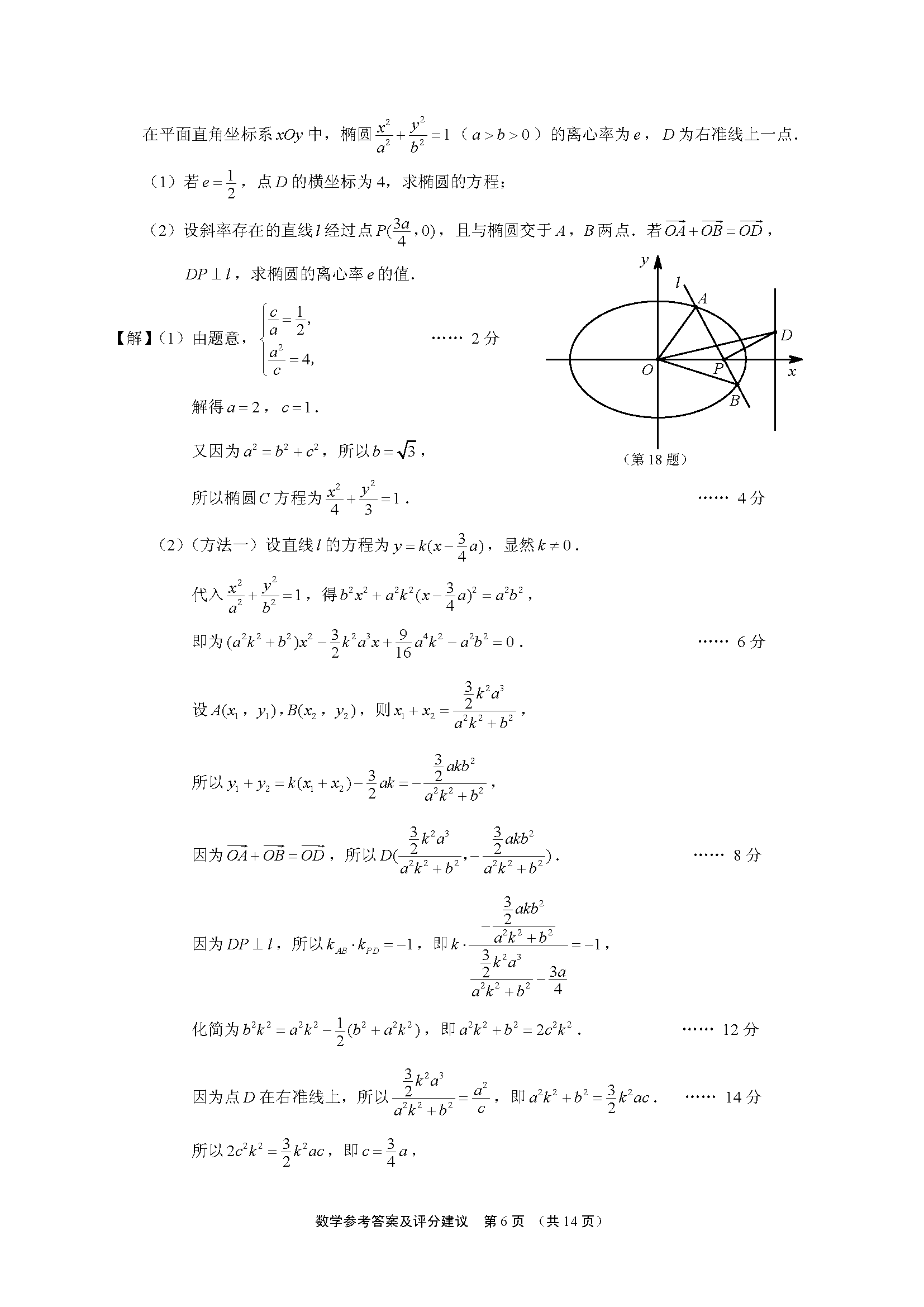
当时，，即在上单调递增；

当时，，即在上单调递减，

所以在时取极大值，也即造价预算最大值为（）万元．

18、（本小题16分）

在平面直角坐标系中，椭圆的离心率是，D为右准线上一点；

（1）若，点D的横坐标为4，求椭圆的方程；

（2）设斜率存在的直线经过点，且与椭圆交

于A，B两点；若，求椭圆离心

率的值.

[解]（1）由椭圆的离心率*e*=，则*a*=2*c*，①椭圆的右准线方程*x*=，

由=4，则*a*2=4c，②，解得：*a*=2，*c*=1，*b*2=*a*2﹣*c*2=3，∴椭圆的标准方程：；

（2）设直线AB的方程：*x*=*my*+，A（*x*1，*y*1），B（*x*2，*y*2），

，整理得：（*a*2+*b*2*m*2）*y*2+*ab*2*my*﹣*a*2*b*2=0，

*y*1+*y*2=﹣，则*x*1+*x*2=*m*（*y*1+*y*2）+=，

由，则=（*x*1+*x*2，*y*1+*y*2）=，

则D，由D在椭圆的右准线上，

则，整理得3*ac*=2（*a*2+*b*2*m*2），∴D，则直线PD的斜率

，由DP⊥*l*，则，整理得4*b*2=4*a*2﹣3*ac*，

即3*ac*=4（*a*2﹣*b*2）=4*c*2，则3*a*=4*c*，∴椭圆的离心率e=，椭圆离心率e的值为．

19、（本小题16分）

已知数列{*an*}共有2*k*项（），数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*，满足：

*a*1 = 2，*an*+1 = (*p* − 1)*Sn* + 2（*n* = 1，2，…， 2*k*−1），其中常数*p* > 1．

（1）求证：数列{*an*}是等比数列；

（2）若，数列{*bn* }满足（*n* = 1，2，…， 2*k*），求数列{*bn* }的通项公式；

（3）对于（2）中数列{*bn* }，求和*Tn* = ．

[解]（1）∵*an*+1 = (*p* − 1)*Sn* + 2（*n* = 1，2，…， 2*k*−1），

∴*an* = (*p* − 1)*Sn* − 1 + 2（*n* = 2，…， 2*k*）．

则当*n* = 2，…， 2*k*−1时，两式相减，得

*an*+1 − *an* = (*p* − 1)（*Sn* − *Sn* − 1），即*an*+1 − *an* = (*p* − 1) *an*．

∴*an*+1 = *pan*（*n* = 2，…， 2*k*−1）．

原式中，令*n* = 1，得*a*2 = (*p* − 1)*a*1 + 2 = 2 (*p* − 1) + 2 = 2*p* = *pa*1．

∴*an*+1 = *pan*，即（*n* = 1，2，…， 2*k*−1），即数列{*an*}是等比数列．

（2）由（1），得*an* = *a*1*p**n* − 1．

∴



．

（3）∵，

∴当*n*≤*k*时，；当*n*≥*k*+1时，．

则*Tn* =

=

=

==．

20、（本小题16分）

设函数，(其中，是自然对数的底数）．

⑴若函数没有零点，求实数的取值范围；

⑵若函数的图象有公共点，且在点有相同的切线，求实数的值；

⑶若在恒成立，求实数的取值范围．

[解]⑴由得，显然，都不是此方程的根，

当时，没有实根，则，由得：，

故当时，函数没有零点； ……………3分

⑵，，设它们的公共点为，

则有即也就是

当时，无解；当时，，；…………8分

⑶由题得在上恒成立，因为，故，

所以在上恒成立，故在上恒成立，

所以，. ……………10分

解法一：不等式恒成立等价于在上恒成立，

令，则，

再设，则，同时，，，，

①当时，，则在上单调递减，∴ 

∴在上单减，∴ 即在上恒成立，

②当时，，因为，所以，

则在上单调递减，∴∴ 在上单减，

∴即在上恒成立，

③当时，，

若，则，即在上单调递增，所以

即在上也单调递增，∴，即，不满足条件.

综上，在上恒成立时，实数的取值范围是. ……………16分

解法二：不等式恒成立等价于在上恒成立，

设，则，

再设，则

同时，，，，

①当时，，故函数是上的增函数所以，

所以函数是上的增函数，所以当时，，

即，与在上恒成立不符，

②当时，，故函数是上的减函数

所以，函数是上的减函数，所以当时，，

即在上恒成立，

③当时，，当时，，

故函数是上的增函数所以在上，，

所以函数是上的增函数，所以当时，，

即，与在上恒成立不符，

综上可得，使在上恒成立实数的取值范围是．

**江苏省仪征中学2018届高三（下）数学5月阶段性检测**

**附加题**

21、（本小题10分）

已知，若点在矩阵对应的变换作用下得到点．

⑴求的值；

⑵求矩阵的特征值．

[解]　 解：⑴，所以，解得，

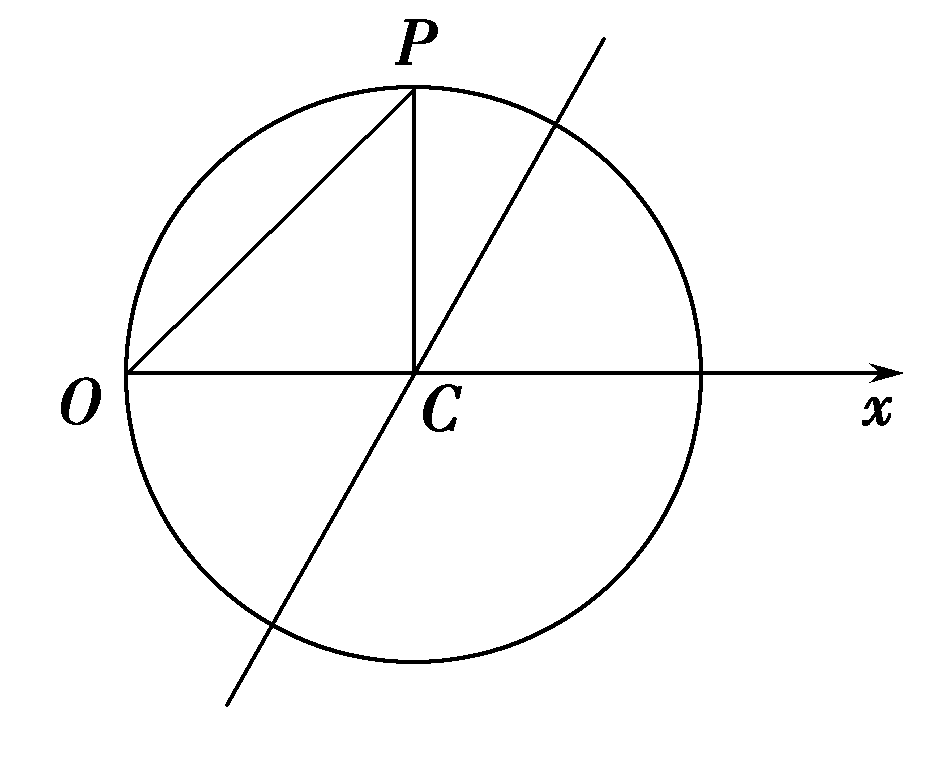
所以； ……5分

⑵，

令，则． ……10分

22、（本小题10分）

在极坐标系中，已知圆*C*经过点*P*，圆心为直线*ρ*sin＝－与极轴的交点，求圆*C*的极坐标方程．

[解]　在*ρ*sin＝－中令*θ*＝0，得*ρ*＝1，所以圆*C*的圆心坐标为(1,0). ………3分

因为圆*C*经过点*P*，

所以圆*C*的半径*PC*＝＝1，…8分

于是圆*C*过极点，所以圆*C*的极坐标方程为*ρ*＝2cos *θ*. ……10分

23、（本小题10分）

某商场举办“迎新年摸球”活动，主办方准备了甲、乙两个箱子，其中甲箱中有四个球、乙箱中有三个球(每个球的大小、形状完全相同)，每一个箱子中只有一个红球，其余都是黑球．若摸中甲箱中的红球，则可获奖金*m*元；若摸中乙箱中的红球，则可获奖金*n*元．活动规定：① 参与者每个箱子只能摸一次，一次摸一个球；② 可选择先摸甲箱，也可先摸乙箱；③ 如果在第一个箱子中摸到红球，则可继续在第二个箱子中摸球，否则活动终止．

(1) 如果参与者先在乙箱中摸球，求其恰好获得奖金*n*元的概率；

(2) 若要使得该参与者获奖金额的期望值较大，请你帮他设计摸箱子的顺序，并说明理由．

[解]　(1) 设参与者先在乙箱中摸球，且恰好获得奖金*n*元为事件M.

则P(M)＝×＝，即参与者先在乙箱中摸球，且恰好获得奖金*n*元的概率为.(4分)

(2) 参与者摸球的顺序有两种，分别讨论如下：

① 先在甲箱中摸球，参与者获奖金x可取0，m，m＋n，

则P(x＝0)＝，P(x＝m)＝×＝，P(x＝m＋n)＝×＝，

E(x)＝0×＋m×＋(m＋n)×＝＋.(6分)

② 先在乙箱中摸球，参与者获奖金h可取0，n，m＋n，

则P(h＝0)＝，P(h＝n)＝×＝，P(h＝m＋n)＝×＝，

E(h)＝0×＋n×＋(m＋n)×＝＋.(8分)

E(x)－E(h)＝.

当＞时，先在甲箱中摸球，再在乙箱中摸球，参与者获奖金期望值较大；

当＝时，两种顺序参与者获奖金期望值相等；

当＜时，先在乙箱中摸球，再在甲箱中摸球，参与者获奖金期望值较大．

答：当＞时，先在甲箱中摸球，再在乙箱中摸球，参与者获奖金期望值较大；当＝时，两种顺序参与者获奖金期望值相等；当＜时，先在乙箱中摸球，再在甲箱中摸球，参与者获奖金期望值较大．(10分)

24、（本小题10分）

在数列中，．

⑴求的值；

⑵证明：①；

②．

**解**：⑴； ……1分

⑵设，则．

①当时，命题成立．

假设时命题成立，即．

则当时

易知在上为减函数，从而，

即，所以当时结论成立．

所以命题得证； ……4分

②先证

当时，，即*n*＝1时命题成立．

假设时命题成立，即，

则当时

由①及在上为减函数，得，

故，

即当时，命题成立，

所以对一切成立，

再证

由上可知，，即，因此．

由在上为减函数，得，即．

所以，解得

所以成立． ……10分