

2019—2020 学年度第二学期高一年级期中联考试卷

数学试卷

注意事项:

1. 考试时间: 120 分钟, 试卷满分 150 分。
2. 答题前, 请务必将班级、姓名、考试号等信息填涂写在答题卡上。
3. 请用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔按题号在答题卡上指定区域内作答; 在其它位置 作答一律无效; 考试结束后, 请将答题卡交回。

一、单选题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共计 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 请将正确答案填涂在答题卡相应的位置上.

1. 已知直线 $ax+3y-1=0$ 与直线 $3x-y+2=0$ 互相垂直, 则 $a=(\quad)$
A. -3
B. -1
C. 1
D. 3
2. 空间过一点作已知直线的平行线的条数为 $(\quad)$
A. 0
B. 1
C. 无数
D. 0 或 1
3. 过点 $(-1,0)$ 且与直线 $x-2y-2=0$ 平行的直线方程是 $(\quad)$
A. $x-2y-1=0$
B. $x-2y+1=0$
C. $2x+y+2=0$
D. $x+2y-1=0$
4. $\triangle ABC$ 中, 三个内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $a=\sqrt{2}, b=\sqrt{3}, B=60^\circ$, 那么 $A=(\quad)$
A. 135°
B. 90°
C. 45°
D. 30°
5. 直线 l 的方程是 $x\sin a + y - 1 = 0$ ($a \in R$), 则其倾斜角的取值范围为 $(\quad)$
A. $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$
B. $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$
C. $\left(0, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$
D. $\left[0, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$
6. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对边分别为 a, b, c , $a=1, b=\sqrt{3}, A=30^\circ$. 则该三角形 $(\quad)$
A. 无解
B. 有一解
C. 有两解
D. 不能确定
7. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 a, b, c 分别为角 A, B, C 所对的边, 若 $\frac{\tan A}{\tan B} = \frac{a^2}{b^2}$, 则 $\triangle ABC$ 是 $(\quad)$
A. 直角三角形
B. 等腰三角形
C. 等腰直角三角形
D. 直角三角形或等腰三角形
8. 三棱锥 $P-ABC$ 的三条侧棱 PA, PB, PC 两两垂直, 其长度分别是 $3a, 4b, 5c$ ($a, b, c > 0$), 则底面三角形 ABC 是 $(\quad)$
A. 锐角三角形
B. 直角三角形
C. 钝角三角形
D. 以上都有可能

二、多选题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共计 20 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求的,全部选对的得 5 分,部分选对得 3 分,有选错的得 0 分.

9. 下列命题不正确的是()

- A. 垂直于同一条直线的两条直线平行
- B. 垂直于同一个平面的两个平面平行
- C. 一个角的两边与另一个角两边分别平行,那么这两个角相等或互补
- D. 一个角的两边与另一个角两边分别垂直,那么这两个角相等或互补

10. 锐角 $\triangle ABC$ 中, $b=10$, $c=20$, 则 a 的可取的值是()

- A. 23
- B. 21
- C. 19
- D. 17

11. 对于直线 $l: 2ax + ay - \frac{1}{a} = 0 (a \neq 0)$, 下列说法正确的是()

- A. 无论 a 如何变化, 直线 l 的倾斜角大小不变
- B. 无论 a 如何变化, 直线 l 一定经过第四象限
- C. 存在实数 a , 使直线 l 经过第一、二、三象限
- D. 当 a 取不同数值时, 可得到一组平行直线

12. 设 α, β 是两个不同的平面, l 是一条直线, 以下命题正确的是()

- A. 若 $l \parallel \alpha$, $\alpha \perp \beta$, 则 $l \perp \beta$
- B. 若 $l \perp \alpha$, $\alpha \parallel \beta$, 则 $l \perp \beta$
- C. 若 $l \parallel \alpha$, $\alpha \parallel \beta$, 则 $l \parallel \beta$
- D. 若 $l \perp \alpha$, $l \parallel \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共计 20 分. 不需要写出解答过程, 请将答案填写在答题卡相应的位置上.

13. 过点 $(2, 4)$ 且与两坐标轴截距相等的直线方程为 ▲ .

14. 三棱锥的五条棱长都为 2, 另一条棱长为 x , 则 x 的取值范围是 ▲ .

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sqrt{3} \cos B}$, 则 $\angle B =$ ▲ ,

若 A 是 $\triangle ABC$ 的最大内角, 则 $\cos(B+C) + \sqrt{3} \sin A$ 的取值范围是 ▲

16. 入射光线 $l: ax + by + c = 0$ 经 $y = x$ 反射得到 l_1 , 则 l_1 的方程是 ▲

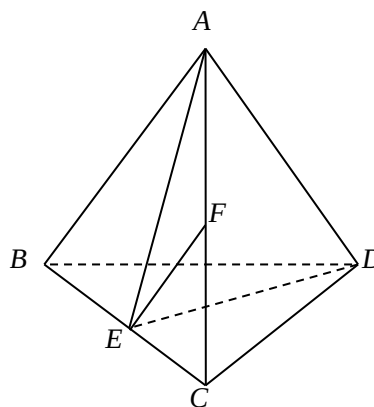
四、解答题: 本大题共 6 小题, 共计 70 分. 请在答题纸指定区域内作答, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本题满分 10 分)

如图, 在四面体 $ABCD$ 中, $AB = AC = DB = DC$, 点 E 是 BC 的中点, 点 F 是 AC 的中点

(1) 求证: $EF \parallel$ 平面 ABD ;

(2) 求证: 平面 $BCD \perp$ 平面 AED .



18. (本题满分 12 分)

已知直线 l 的方程为 $x + my - 2m - 1 = 0$, $m \in \mathbf{R}$ 且 $m \neq 0$.

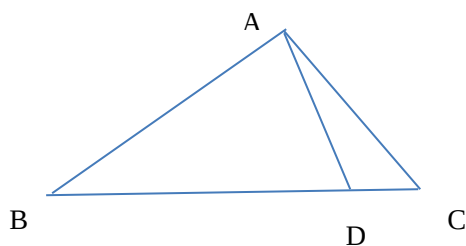
(1) 若直线 l 在 x 轴、 y 轴上的截距之和为 6, 求实数 m 的值;

(2) 设直线 l 与 x 轴、 y 轴的正半轴分别交于 A, B 两点, O 为坐标原点, 求 $\triangle AOB$ 的面积等于 4 时直线 l 的方程.

19. (本题满分 12 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a^2 + c^2 = b^2 + \sqrt{2}ac$, D 是 BC 边上一点, $AD = 10, AC = 14, DC = 6$.

(1) 求 B 的大小; (2) 求 AB 的长

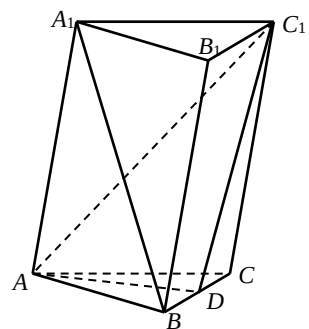


20. (本题满分 12 分)

如图, 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB = AC$, D 为 BC 的中点.

(1) 若平面 $ABC \perp$ 平面 BCC_1B_1 , 求证: $AD \perp DC_1$;

(2) 求证: $A_1B \parallel$ 平面 ADC_1 .



21. (本题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 已知 AB 边上的高所在的直线方程为 $l_1: x + 3y + 2 = 0$, $\angle C$ 的平分线所在的直线方程为 $l_2: y - 2 = 0$, 且点 A 的坐标为 $(0, -2)$.

求: (1) 直线 AB 的方程; (2) 直线 BC 的方程.

22. (本题满分 12 分)

如图, 在 C 城周边已有两条公路 l_1, l_2 在点 O 处交汇, 现规划在公路 l_1, l_2 上分别选择 A, B 两处为交

汇点(异于点 O)直接修建一条公路通过 C 城, 已知 $OC = 2(\sqrt{2} + \sqrt{6})\text{km}$, $\angle AOB = 75^\circ$, $\angle AOC = 45^\circ$,

设 $OA = x\text{km}, OB = y\text{km}$.

(1) 求 y 关于 x 的函数关系式并指出它的定义域;

(2) 试确定点 A, B 的位置, 使 $\triangle AOB$ 的面积为

$$16(\sqrt{3} + 1)\text{km}^2.$$

