

2022 届高三数学午间练 6.16

1. 已知事件 A 与 B 独立, 当 $P(A) > 0$ 时, 若 $P(B|A) = 0.68$, 则 $P(\bar{B}) =$ ()

A. 0.34

B. 0.68

C. 0.32

D. 1

因事件 A 与 B 独立, 且 $P(A) > 0$, 则 $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(A)} = P(B)$, 即

$$P(B) = 0.68$$

由对立事件概率公式得 $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0.32$.

故选: C

2. 2021 年 1 月 18 日, 国家航天局探月与航天工程中心组织完成了我国首辆火星车全球征名活动的初次评审. 初次环节遴选出弘毅、麒麟、哪吒、赤兔、祝融、求索、风火轮、追梦、天行、火星共 10 个名称, 作为我国首辆火星车的命名范围. 某同学为了研究这些初选名称的内涵, 计划从中随机选取 4 个名称依次进行分析, 若选中赤兔, 则赤兔不是第一个被分析的情况有 ()

A. 2016 种

B. 1512 种

C. 1426 种

D. 1362 种

由题可知, 选取的 4 个名称中含有赤兔, 则从中选取 4 个名称共有 C_9^3 种不同的组合.

选出的 4 个名称的不同分析顺序有 A_4^4 种, 其中赤兔是第一个被分析的顺序有 A_3^3 种,

故赤兔不是第一个被分析的情况共有 $C_9^3 \cdot (A_4^4 - A_3^3) = 1512$ (种),

故选: B

3. 设 $(x^2 - x - 2)^4 = a_0 + a_1x + \cdots + a_8x^8$, 则 $a_0 + a_1 + \cdots + a_8 =$ _____, $a_7 =$ _____.

给定等式中, 取 $x=1$ 得 $a_0 + a_1 + \cdots + a_8 = (-2)^4 = 16$;

因为 $x^7 = (x^2)^3 \cdot x$, 则展开式中 x^7 项是四个多项式 $x^2 + x - 2$ 取 3 个用 x^2 , 余下一个用 $-x$ 相乘而得,

所以 x^7 项的系数可由 $C_4^3 (x^2)^3 (-x) = -4x^7$ 得 $a_7 = -4$.

故答案为: 16; -4

4. 已知 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数, $f\left(\frac{1}{2}\right)=e$, 其中 e 是自对数的底数, 对任意 $x \in \mathbf{R}$,

恒有 $f'(x)+2f(x)>0$, 则不等式 $f(x)>e^{2-2x}$ 的解集为_____.

【详解】

设 $g(x)=e^{2x}f(x)$,

$$\therefore g'(x)=2e^{2x}f(x)+e^{2x}f'(x)=e^{2x}[2f(x)+f'(x)]>0,$$

$\therefore g(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增,

$$\text{由 } e^{2x}f(x)>e^2=e \cdot e=e \cdot f\left(\frac{1}{2}\right)=g\left(\frac{1}{2}\right),$$

$$\text{即 } g(x)>g\left(\frac{1}{2}\right),$$

$$\therefore x>\frac{1}{2},$$

$$\therefore x \in \left(\frac{1}{2}, +\infty\right),$$

故答案为: $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$