

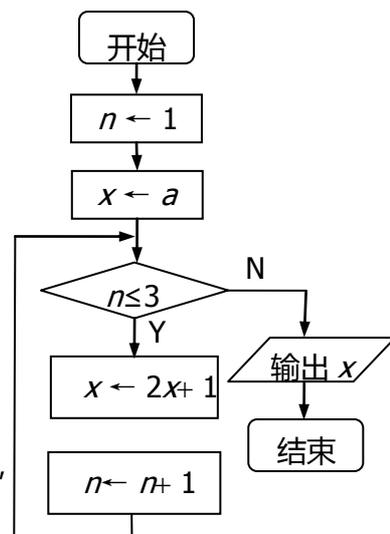
## 仪征中学 2019 届数学一轮复习补偿训练(8) 11.27

班级\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

### 一、填空题：

1、从某班抽取 5 名学生测量身高（单位：cm），得到的数据为 160，162，159，160，159，则该组数据的方差  $s^2 = \underline{\quad\quad}$  .  $\frac{6}{5}$

2、某算法流程图如右图所示，该程序运行后，若输出的  $x=15$ ，则实数  $a$  等于  $\underline{\quad\quad}$  . 1



3、已知函数  $f(x) = x^3 + 2x$ ，若  $f(1) + f(\log_{\frac{1}{a}} 3) > 0$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ )，则实数  $a$  的取值范围是  $\underline{\quad\quad}$  .  $(0,1) \cup (3,+\infty)$

(第 2 题)

4、在平面直角坐标系  $xOy$  中，若动点  $P(a, b)$  到两直线  $l_1 : y = x$  和  $l_2 : y = -x + 2$  的距离之和为  $2\sqrt{2}$ ，则  $a^2 + b^2$  的最大值为  $\underline{\quad\quad}$  . 18

5、在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC = 3$ ， $\cos \angle BAC = \frac{1}{3}$ ， $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{BD}$ ，则  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}$  的值为  $\underline{\quad\quad}$  . -2

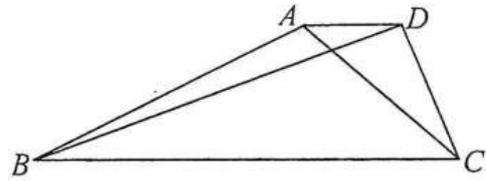
6、已知  $f(x)$  是定义在  $[-2, 2]$  上的奇函数，当  $x \in (0, 2]$  时， $f(x) = 2^x - 1$ ，函数  $g(x) = x^2 - 2x + m$ 。如果对于  $\forall x_1 \in [-2, 2]$ ， $\exists x_2 \in [-2, 2]$ ，使得  $g(x_2) = f(x_1)$ ，则实数  $m$  的取值范围是  $\underline{\quad\quad}$  .

答案：[-5, -2]

二、解答题：

7、

如图，在梯形  $ABCD$  中，已知  $AD \parallel BC$ ， $AD=1$ ， $BD=2\sqrt{10}$ ， $\angle CAD = \frac{\pi}{4}$ ， $\tan \angle ADC = -2$ 。求：



- (1)  $CD$  的长；
- (2)  $\triangle BCD$  的面积。

(1) 因为  $\tan \angle ADC = -2$ ，所以  $\sin \angle ADC = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ， $\cos \angle ADC = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ 。 .....2分

所以  $\sin \angle ACD = \sin(\pi - \angle ADC - \frac{\pi}{4}) = \sin(\angle ADC + \frac{\pi}{4})$   
 $= \sin \angle ADC \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \cos \angle ADC \cdot \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ， .....6分

在  $\triangle ADC$  中，由正弦定理得  $CD = \frac{AD \cdot \sin \angle DAC}{\sin \angle ACD} = \sqrt{5}$ 。 .....8分

(2) 因为  $AD \parallel BC$ ，所以  $\cos \angle BCD = -\cos \angle ADC = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 。 .....10分

在  $\triangle BDC$  中，由余弦定理  $BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2 \cdot BC \cdot CD \cdot \cos \angle BCD$ ，

得  $BC^2 - 2BC - 35 = 0$ ，解得  $BC = 7$ ， .....12分

所以  $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times 7 \times \sqrt{5} \times \sin \angle BCD = \frac{1}{2} \times 7 \times \sqrt{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} = 7$ 。 .....14分

8、

在平面直角坐标系  $xOy$  中，已知点  $P(1, \frac{3}{2})$  在椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  上， $P$  到椭圆  $C$  的两个焦点的距离之和为 4。

- (1) 求椭圆  $C$  的方程；
- (2) 若点  $M, N$  是椭圆  $C$  上的两点，且四边形  $POMN$  是平行四边形，求点  $M, N$  的坐标。

(1) 由题意知， $\frac{1}{a^2} + \frac{9}{4b^2} = 1$ ， $2a = 4$ 。 .....2分

解得  $a^2 = 4, b^2 = 3$ ，所以椭圆的方程为  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 。 .....4分

(2) 设  $M(x_1, y_1)$ ,  $N(x_2, y_2)$ , 则  $ON$  的中点坐标为  $(\frac{x_2}{2}, \frac{y_2}{2})$ ,  $PM$  的中点坐标为

$$(\frac{1+x_1}{2}, \frac{\frac{3}{2}+y_1}{2}).$$

因为四边形  $POMN$  是平行四边形, 所以 
$$\begin{cases} \frac{1+x_1}{2} = \frac{x_2}{2}, \\ \frac{\frac{3}{2}+y_1}{2} = \frac{y_2}{2}. \end{cases} \text{ 即 } \begin{cases} x_1 = x_2 - 1, \\ y_1 = y_2 - \frac{3}{2}. \end{cases} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

由点  $M$ ,  $N$  是椭圆  $C$  的两点, 所以 
$$\begin{cases} 3x_2^2 + 4y_2^2 = 12, \\ 3(x_2 - 1)^2 + 4(y_2 - \frac{3}{2})^2 = 12. \end{cases} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

解得  $\begin{cases} x_2 = 2, \\ y_2 = 0, \end{cases}$  或  $\begin{cases} x_2 = -1, \\ y_2 = \frac{3}{2}. \end{cases} \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

由  $\begin{cases} x_2 = 2, \\ y_2 = 0, \end{cases}$  得  $\begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = -\frac{3}{2}. \end{cases}$  由  $\begin{cases} x_2 = -1, \\ y_2 = \frac{3}{2}, \end{cases}$  得  $\begin{cases} x_1 = -2, \\ y_1 = 0. \end{cases}$

所以, 点  $M(1, -\frac{3}{2})$ ,  $N(2, 0)$ ; 或  $M(-2, 0)$ ,  $N(-1, \frac{3}{2})$ .  $\dots\dots\dots 14 \text{ 分}$