

期末综合小练 12

1. 已知向量 \vec{a} , \vec{b} 的夹角为 60° , 且 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, 则 $|\vec{a} + \vec{b}|$ 等于()
A. 3 B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. 1
2. $\sin 18^\circ \cos 12^\circ + \cos 18^\circ \sin 12^\circ = ()$
A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
3. 设 \vec{e}_1 , \vec{e}_2 是不共线向量, $\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$ 与 $k\vec{e}_1 + \vec{e}_2$ 共线, 则实数 k 为_____.
4. 已知向量 $\vec{a} = (\cos x, \sin x)$, $\vec{b} = (3, -\sqrt{3})$, $x \in [0, \pi]$.
(1)若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 求 x 的值;
(2)记 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$, 求 $f(x)$ 的最大值和最小值以及对应的 x 的值.

期末综合练 12 答案和解析

1. 【答案】B

【解析】【分析】

本题考查平面向量的数量积运算和模的求法，是基础的计算题，由已知结合 $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{(\vec{a} + \vec{b})^2}$ ，展开平方，代入平面向量数量积公式得答案.

【解答】

解：∵ 向量 \vec{a} , \vec{b} 的夹角为 60° ，且 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ ，

$$\begin{aligned} \therefore |\vec{a} + \vec{b}| &= \sqrt{(\vec{a} + \vec{b})^2} \\ &= \sqrt{|\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2} \\ &= \sqrt{|\vec{a}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos 60^\circ + |\vec{b}|^2} \\ &= \sqrt{1 + 2 \times 1 \times 1 \times \frac{1}{2} + 1} = \sqrt{3}. \end{aligned}$$

故选 B.

2. 【答案】D

【解析】【分析】

本题考查了两角和与差的三角函数公式，属于基础题. 利用两角和的正弦函数公式计算得结论.

【解答】

$$\begin{aligned} \text{解：} \sin 18^\circ \cos 12^\circ + \cos 18^\circ \sin 12^\circ \\ = \sin(18^\circ + 12^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \end{aligned}$$

故选 D.

3. 【答案】 $-\frac{1}{4}$

【解析】【分析】

本题考查平面向量共线的条件，则存在实数 λ ，使得满足共线的充要条件，让它们的对应项的系数相等，得到关于 k 和 λ 的方程，解方程即可，属于基础题.

【解答】

解：∵ $\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$ 与 $k\vec{e}_1 + \vec{e}_2$ 共线，且 \vec{e}_1, \vec{e}_2 是不共线向量，
∴ 存在实数 λ 满足： $\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2 = \lambda(k\vec{e}_1 + \vec{e}_2)$ ，

$$\therefore \lambda k = 1 \text{ 且 } \lambda = -4, \therefore k = -\frac{1}{4},$$

故答案为 $-\frac{1}{4}$.

4. 【答案】解：(1) ∵ $\vec{a} = (\cos x, \sin x)$, $\vec{b} = (3, -\sqrt{3})$, $\vec{a} \parallel \vec{b}$,

$$\therefore -\sqrt{3}\cos x = 3\sin x,$$

当 $\cos x = 0$ 时, $\sin x = 1$, 不合题意,

$$\text{当 } \cos x \neq 0 \text{ 时, } \tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3},$$

$\because x \in [0, \pi], \therefore x = \frac{5\pi}{6};$

$$(2)f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b} = 3\cos x - \sqrt{3}\sin x = 2\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \frac{1}{2}\sin x\right)$$
$$= 2\sqrt{3}\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right),$$

$\because x \in [0, \pi], \therefore x + \frac{\pi}{6} \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right],$

$$\therefore -1 \leq \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \leq \frac{\sqrt{3}}{2},$$

当 $x = 0$ 时, $f(x)$ 有最大值, 最大值 3,

当 $x = \frac{5\pi}{6}$ 时, $f(x)$ 有最小值, 最小值 $-2\sqrt{3}$.