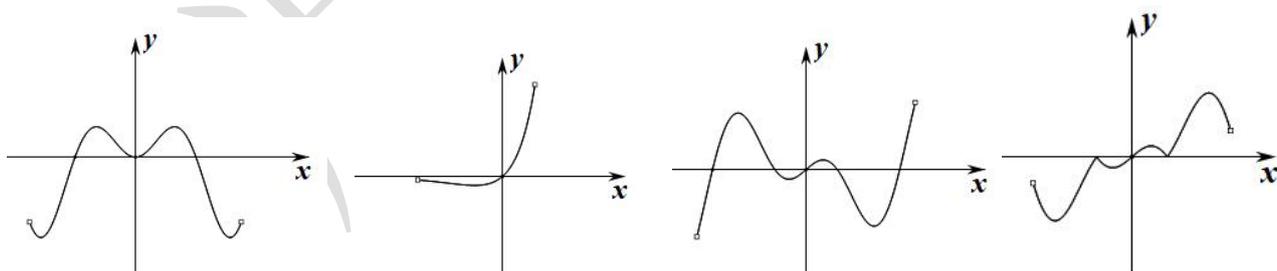


# 高一数学期末复习综合练习 5

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

## 一. 单选题 (本大题共 6 小题, 每题 5 分)

1.  $\frac{1}{a} + 1 > 0$  是  $a < -1$  成立的 ( )  
 A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件      C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件
2. 若  $f(x) = \tan(\omega x) (\omega > 0)$  的周期为 1, 则  $f(\frac{1}{3})$  的值为 ( )  
 A.  $-\sqrt{3}$       B.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       D.  $\sqrt{3}$
3. 方程  $\log_3 x + 2x - 8 = 0$  的解所在区间是 ( )  
 A. (1,2)      B. (2,3)      C. (3,4)      D. (5,6)
4. 已知幂函数  $g(x) = (2a-1)x^{a+1}$  的图象过函数  $f(x) = m^{x-b} - \frac{1}{2} (m > 0, m \neq 1)$  的图象所经过的定点, 则  $b$  的值等于 ( )  
 A.  $\pm \frac{1}{2}$       B.  $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$       C. 2      D.  $\pm 2$
5. 已知  $\omega > 0$ , 函数  $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{3})$  在  $(\frac{\pi}{2}, \pi)$  上单调递减, 则  $\omega$  的取值范围是 ( )  
 A.  $[\frac{1}{3}, \frac{5}{6}]$       B.  $[\frac{1}{3}, \frac{7}{6}]$       C.  $[\frac{1}{4}, \frac{5}{6}]$       D.  $[\frac{1}{4}, \frac{7}{6}]$
6. 现有四个函数: ①  $y = x \cdot \sin x$ ; ②  $y = x \cdot \cos x$ ; ③  $y = x \cdot |\cos x|$ ; ④  $y = x \cdot 2^x$  的图象 (部分) 如下, 则按照从左到右图象对应的函数序号安排正确的一组是 ( )



- A. ①④②③      B. ①④③②      C. ④①②③      D. ③④②①

## 二. 多项选择题: (每小题给出的四个选项中, 不止一项是符合题目要求的, 请把正确的所有选项填涂在答题卡相应的位置上)

7. 下列给出的角中, 与  $-\frac{11\pi}{3}$  终边相同的角有 ( )  
 A.  $\frac{\pi}{3}$       B.  $\frac{13\pi}{3}$       C.  $-\frac{2\pi}{3}$       D.  $-\frac{29\pi}{3}$

8. 下列函数  $f(x)$  中, 在其定义域内既是奇函数又是减函数的是 ( )

- A.  $f(x) = 2^{-x} - 2^x$       B.  $f(x) = -x|x|$       C.  $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$       D.  $f(x) = -x$

9. 已知正数  $x, y, z$  满足:  $3^x = 4^y = 6^z$ , 则下列选项正确的是 ( )

- A.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{z}$       B.  $3x > 4y > 6z$       C.  $x + y > (\frac{3}{2} + \sqrt{2})z$       D.  $xy > 2z^2$

10. 函数  $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$  (其中  $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \pi$ ) 的部分图象如图所示, 则下列说法正确的是 ( )

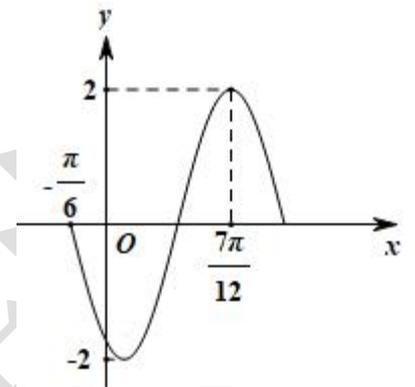
A.  $\varphi = -\frac{2\pi}{3}$

B. 函数  $f(x)$  图象的对称轴为直线  $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{7\pi}{12} (k \in \mathbf{Z})$

C. 将函数  $f(x)$  的图象向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度, 得到函数

$g(x) = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$  的图象

D. 若  $f(x)$  在区间  $\left[\frac{2\pi}{3}, a\right]$  上的值域为  $[-A, \sqrt{3}]$ , 则实数  $a$  的取值范围为  $\left[\frac{13\pi}{12}, \frac{3\pi}{2}\right]$



三、填空题. 请把答案直接填写在答题卡相应位置上.

11. 已知一个扇形的面积为  $\frac{\pi}{3}$ , 半径为 2, 则其圆心角为\_\_\_\_\_.

12. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} (a-2)x+3, & x \leq 1 \\ \frac{2a}{x}, & x > 1 \end{cases}$  在  $\mathbf{R}$  上是减函数, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

13. 已知  $x > 0, y > 0$ , 且  $xy = \frac{x+y}{x+4y}$ , 则  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  的最小值为\_\_\_\_\_.

14. 将函数  $f(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$  的图像上各点的横坐标缩短到原来的  $\frac{1}{2}$  倍 (纵坐标不变), 再把得到的图像向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度得到函数  $g(x)$  的图像, 则  $g(x)$  在区间  $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$  上的值域为\_\_\_\_\_.

四、解答题. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 已知  $\frac{2\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) + \cos(\pi + \theta)}{3\sin(\pi - \theta) + 2\sin\left(\frac{5\pi}{2} + \theta\right)} = \frac{1}{5}$ .

- (1) 求  $\tan \theta$  的值; (2) 求  $\sin^2 \theta + 3\sin \theta \cos \theta$  的值.

---

16. 若函数  $y = \lg(\sqrt{3} - 2\sin x) + \sqrt{1-x^2}$  的定义域为  $A$ .

(1) 求集合  $A$ ;

(2) 当  $x \in A$  时, 求函数  $y = \cos^2 x + \sin x$  的最大值.

17. 已知函数  $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的最小值为  $-3$ , 且  $f(x)$  的图象相邻的最高点与最低点的横坐标之差为  $2\pi$ , 又  $f(x)$  的图象经过的  $(0, \frac{3}{2})$ .

(1) 求函数  $f(x)$  的解析式;

(2) 若方程  $f(x) - k = 0$  在  $x \in [0, \frac{11\pi}{3}]$  上有且仅有两个零点  $x_1, x_2$ , 求  $k$  的取值范围, 并求出  $x_1 + x_2$  的值.

18. 十九大以来, 国家深入推进精准脱贫, 加大资金投入, 强化社会帮扶, 为了更好的服务于人民, 派调查组到某农村去考察和指导工作. 该地区有 200 户农民, 且都从事水果种植, 据了解, 平均每户的年收入为 3 万元. 为了调整产业结构, 调查组和当地政府决定动员部分农民从事水果加工, 据估计, 若能动员  $x(x > 0)$  户农民从事水果加工, 则剩下的继续从事水果种植的农民平均每户的年收入有望提高  $4x\%$ , 而从事水果加工的农民平均每户收入将为  $3\left(a - \frac{3x}{50}\right)(a > 0)$  万元.

(1) 若动员  $x$  户农民从事水果加工后, 要使从事水果种植的农民的总收入不低于动员前从事水果种植的农民的总收入, 求  $x$  的取值范围;

(2) 在 (1) 的条件下, 要使这 200 户农民中从事水果加工的农民的总收入始终不高于从事水果种植的农民的总收入, 求  $a$  的最大值.

## 2021—2022 学年度第一学期高一数学期末综合练五参考答案

1. B    2. D    3. C    4. B    5. B    6. A  
7. ABD    8. ABD    9. ACD    10. ABD

11.  $\frac{\pi}{6}$     12.  $(0, 1]$     13. 3    14.  $[-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$

15. 解: (1) 原式可化为:

$$\frac{2\sin\theta - \cos\theta}{3\sin\theta + 2\cos\theta} = \frac{1}{5} \Rightarrow 10\sin\theta - 5\cos\theta = 3\sin\theta + 2\cos\theta \Rightarrow \tan\theta = 1;$$

$$(2) \text{ 原式} = \frac{\sin^2\theta + 3\sin\theta\cos\theta}{\sin^2\theta + \cos^2\theta} = \frac{\tan^2\theta + 3\tan\theta}{\tan^2\theta + 1} = \frac{1+3}{1+1} = 2.$$

16. 解: (1) 由题意得:

$$\begin{cases} \sqrt{3} - 2\sin x > 0 \\ 1 - x^2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2k\pi - \frac{4\pi}{3} < x < 2k\pi + \frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}) \\ -1 \leq x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow -1 \leq x \leq 1,$$

$$\therefore A = [-1, 1];$$

$$(2) \because y = \cos^2 x + \sin x = 1 - \sin^2 x + \sin x (x \in [-1, 1]),$$

设  $\sin x = t \in [-\sin 1, \sin 1]$ ,

$$\therefore y = -(t - \frac{1}{2})^2 + \frac{5}{4} (t \in [-\sin 1, \sin 1]),$$

$$\text{当 } t = \frac{1}{2} \text{ 时, } y_{\max} = \frac{5}{4}$$

17. 解: (1) 由题意知, 函数  $f(x)$  的周期为  $T = 4\pi = \frac{2\pi}{\omega}$ ,  $\therefore \omega = \frac{1}{2}$ ,  $A = 3$ ,

$$\therefore f(x) = 3\sin(\frac{1}{2}x + \varphi), \text{ 又 } f(x) \text{ 的图象经过的 } (0, \frac{3}{2}),$$

$$\therefore \frac{3}{2} = 3\sin\varphi, \because |\varphi| < \frac{\pi}{2}, \therefore \varphi = \frac{\pi}{6},$$

$$\therefore f(x) = 3\sin(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6});$$

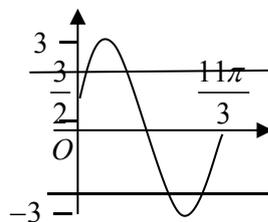
$$(2) \because k = f(x) = 3\sin(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6}) (x \in [0, \frac{11\pi}{3}]),$$

$$\therefore f(x) = 3\sin(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6}) (x \in [0, \frac{11\pi}{3}]) \text{ 的图象为:}$$

$$\therefore y = k \text{ 与 } f(x) = 3\sin(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6}) (x \in [0, \frac{11\pi}{3}]) \text{ 的图象}$$

有且仅有两个交点,  $\therefore k \in [\frac{3}{2}, 3) \cup (-3, 0]$ ;

所以由图可知  $x_1 + x_2 = \frac{4\pi}{3}$  或  $\frac{8\pi}{3}$ .



18. 解：(1) 动员  $x$  户农民从事水果加工后，要使从事水果种植的农民的总收入不低于动员前从事水果种植的农民的总收入，则  $(200-x) \times [3 \times (1+0.04x)] \geq 200 \times 3$ ，

解得  $0 < x \leq 175$ 。

(2) 由于从事水果加工的农民的总收入始终不高于从事水果种植的农民的总收入，则

$$3 \left( a - \frac{3x}{50} \right) \cdot x \leq (200-x) \times [3 \times (1+0.04x)], \quad (0 < x \leq 175),$$

化简得  $a \leq 0.02x + \frac{200}{x} + 7, \quad (a > 0)$ 。

由于  $0.02x + \frac{200}{x} + 7 \geq 2\sqrt{0.02x \cdot \frac{200}{x}} + 7 = 11$ ，

当且仅当  $0.02x = \frac{200}{x} \Rightarrow x = 100$  时等号成立，

所以  $0 < a \leq 11$ ，

所以  $a$  的最大值为 11。