江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第一学期高三数学学科导学案
数系的扩充与复数的引入

研制人：陈宏强　　审核人：李峰

班级：__________姓名：___________学号：_________授课日期：12.03

课标表述

理解复数的基本概念；理解复数相等的充要条件；了解复数的代数表示法及其几何意义；会进行复数代数形式的四则运算；了解复数代数形式的加、减运算的几何意义.

课前热身

1．若 $z=1+i$，则$|z^2-2z|=$(　　)

A．0　　B．1　　C.$\sqrt{2}$　　D．2

2．已知 $a\in\mathbf{R}$，若 $a-1+(a-2)i$(i 为虚数单位)是实数，则 $a=$(　　)

A．1　　B．-1　　C．2　　D．-2

3．设 $z=-3+2i$，则在复平面内 $\overline{z}$ 对应的点位于(　　)

A．第一象限　B．第二象限　C．第三象限　D．第四象限

4．（多选）设 z_1，z_2，z_3 为复数，$z_1\neq0$，下列命题中正确的是(　　)

A．若$|z_2|=|z_3|$，则 $z_2=\pm z_3$　　B．若 $z_1z_2=z_1z_3$，则 $z_2=z_3$

C．若 $\overline{z}_2=z_3$，则$|z_1z_2|=|z_1z_3|$　　D．若 $z_1z_2=|z_1|^2$，则 $z_1=z_2$

5．i 是虚数单位，复数$\dfrac{8-i}{2+i}=$________.

6. 复数 $z=-i(1+2i)$的共轭复数为________，$|z|=$______.

知识梳理

1．复数的概念：形如 $a+bi(a，b\in\mathbf{R})$

2．复数的几何意义：复数 $z=a+bi \xleftrightarrow{\text{一一对应}}$ 复平面内的点 $Z(a，b)(a，b\in\mathbf{R})$.

3．复数的运算：加、减、乘、除运算法则　　运算定律

典例研究

考点一　复数的概念

例 1. (1)设 $a\in\mathbf{R}$，复数 $z=\dfrac{a-i}{3+i}$(i 是虚数单位)的实部为 2，则复数 z 的虚部为(　　)

A．-7　　B．7　　C．-1　　D．1

(2)已知 i 是虚数单位，$\overline{z}$ 是复数 z 的共轭复数，$(1-2i)\overline{z}=3-4i$，则复数 z 为(　　)

A．$-\dfrac{11}{5}-\dfrac{2}{5}i$　B．$-\dfrac{11}{5}+\dfrac{2}{5}i$　C.$\dfrac{11}{5}+\dfrac{2}{5}i$　D．$\dfrac{11}{5}-\dfrac{2}{5}i$

考点二　复数的几何意义

例 2.(1)在复平面内，复数 z 对应的点的坐标是(1,2)，则 i z＝(　　)

A．1＋2i　　B．－2＋I　　C．1－2i　　D．－2－i

(2)已知$\frac{|z|}{3}=\overline{z}-2i$(i 为虚数单位，$\overline{z}$ 为 z 的共轭复数)，则复数 z 在复平面内对应的点位于(　)

A．第一象限　B．第二象限　C．第三象限　D．第四象限

(3)设复数 z 满足$|z-i|=1$，z 在复平面内对应的点为$(x，y)$，则(　　)

A．$(x+1)^2+y^2=1$　　B．$(x-1)^2+y^2=1$

C．$x^2+(y-1)^2=1$　　D．$x^2+(y+1)^2=1$

变式　复数 z 满足$|z+3+4i|=2$，则 $z\cdot\overline{z}$ 的最大值是_______.

考点三　复数的运算

例 3.(1)若 $z(1+i)=2i$，则 z＝(　　)

A．－1－i　　B．－1＋i　　C．1－i　　D．1＋i

(2)设 $z=\frac{1-i}{1+i}+2i$，则$|z|$＝(　　)

A．0　　B．$\frac{1}{2}$　　C．1　　D．$\sqrt{2}$

(3)已知$\frac{2-2i}{z}=(1+i)^2$(i 为虚数单位)，则复数 z＝(　　)

A．1＋i　　B．1－i　　C．－1＋i　　D．－1－i

(4)已知 i 为虚数单位，则 $i+i^2+i^3+\cdots+i^{2\,021}$＝_______.

课堂小结

江苏省仪征中学 2021-2022 学年度第一学期高三数学学科作业
数系的扩充与复数的引入

班级：______________姓名：______________学号：__________时长：60 分钟

1．复数$\frac{1}{1-3\mathrm{i}}$的虚部是(　　)

A．$-\frac{3}{10}$　　B．$-\frac{1}{10}$　　C.$\frac{1}{10}$　　D.$\frac{3}{10}$

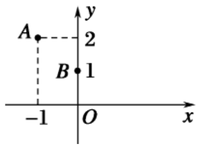
2．已知 a，$b\in\mathbf{R}$,$3+a\mathrm{i}=b-(2a-1)\mathrm{i}$，则(　　)

A．$b=3a$　　B．$b=6a$　　C．$b=9a$　　D．$b=12a$

3．如图，复数 z_1，z_2 在复平面内分别对应点 A，B，则 $z_1\,z_2$=(　　)

A．0　　B．2＋i

C．－2－i　　D．－1＋2i



4．已知复数 z 满足$\frac{1}{z}=1-\mathrm{i}$，则 $\overline{z}$ =(　　)

A.$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　B.$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　C．$-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　D．$-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$

5．已知复数 1＋i 是关于 x 的方程 $x^2+mx+2=0$ 的一个根，则实数 m 的值为(　　)

A．－2　　B．2　　C．－4　　D．4

6．（多选）已知复数 z 在复平面内对应的点的坐标为(－1,2)，则下列结论不正确的是(　　)

A．$z\,\mathrm{i}=2-\mathrm{i}$　　B．复数 z 的共轭复数是 1－2i

C．$|z|=5$　　D.$\frac{z}{1+\mathrm{i}}=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\mathrm{i}$

7．(多选)下列命题正确的是(　　)

A．若复数 z_1，z_2 的模相等，则 z_1，z_2 是共轭复数

B．z_1，z_2 都是复数，若 z_1+z_2 是虚数，则 z_1 不是 z_2 的共轭复数

C．复数 z 是实数的充要条件是 $z=\overline{z}$ ($\overline{z}$ 是 z 的共轭复数)

D．已知复数 $z=x+y\mathrm{i}(x，y\in\mathrm{R})$且$|z-2|=\sqrt{3}$，则$\frac{y}{x}$的最大值为$\sqrt{3}$

8．据记载，欧拉公式 $e^{ix}=\cos x+i\sin x(x\in\mathbf{R})$是由瑞士著名数学家欧拉发现的，该公式被誉为“数学中的天桥”．特别是当 $x=\pi$ 时，得到一个令人着迷的优美恒等式 $e^{\pi i}+1=0$，将数学中五个重要的数(自然对数的底数 e，圆周率 π，虚数单位 i，自然数的单位 1 和零元 0)联系到了一起，有些

数学家评价它是“最完美的数学公式”．根据欧拉公式，若复数 $z=e^{\frac{\pi}{4}i}$ 的共轭复数为 $\overline{z}$，则 $\overline{z}$ ＝__________.

9．设复数 $z_1=-1+i$，$z_2=1-i$(i 是虚数单位)，若复数 z 满足 $|z-z_1|-|z-z_2|=2$，则 $|z|$ 的最小值为__________.

10. 已知复数 $z=x+yi(x，y\in\mathbf{R})$，且 $|z-2|=\sqrt{3}$，则 $\frac{y}{x}$ 的最大值为_________.

11. 已知复数 $z=bi(b\in\mathbf{R})$，i 是虚数单位，$\frac{z-2}{1+i}$ 是实数，则复数 $z=$____，若复数 $(m+z)^2$ 所表示的点在第一象限，则实数 m 的取值范围是______.

12. 已知复数 $z=\left(\cos\theta-\frac{4}{5}\right)+\left(\sin\theta-\frac{3}{5}\right)i$ 是纯虚数(i 为虚数单位)，则求:

(1) $|z-1|$;

(2) $\tan\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)$ 的值.

13*.设复数 z_1，z_2 分别对应复平面上的点 A，B，且 $\angle AOB=60°$，若 $|z_1-z_2|=1$，则 $|z_1|$ 的最大值为________.

14*. 已知 z 是复数，$z+2i$，$\frac{z}{2-i}$ 均为实数(i 为虚数单位)，且复数 $(z+ai)^2$ 在复平面内对应的点在第一象限，求实数 a 的取值范围.