

江苏省仪征中学 2021—2022 学年度第一学期午间练 26

学校：_____ 姓名：_____ 班级：_____ 考号：_____

一、单选题（本大题共 2 小题，共 10.0 分）

1. 给出下列命题：

①存在实数 $x_0 > 1$ ，使 $x_0^2 > 1$ ；②全等的三角形必相似；③有些相似三角形全等；④存在一个最大的内角小于 60° 的三角形.

其中存在量词命题的个数为()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-1,1)$ ，函数 $g(x) = f(2x - 1)$ ，则函数 $g(x)$ 的定义域为()

A. $(-1,1)$ B. $(0,1)$ C. $(-3,1)$ D. $(f(-3), f(1))$

二、多选题（本大题共 1 小题，共 5.0 分）

3. 下列函数为奇函数的是()

A. $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ B. $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

C. $f(x) = \frac{1}{2^{x-1}} + \frac{1}{2}$ D. $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

三、单空题（本大题共 2 小题，共 10.0 分）

4. 已知集合 $A = \{\sqrt{a} + 1, -2\}$ ， $B = \{b, 2\}$ ，若 $A = B$ ，则 $a + b =$ _____.

5. 函数 $y = x - 2\sqrt{1-x}$ 的最大值为_____.

四、解答题（本大题共 1 小题，共 12.0 分）

6. 已知函数 $f(x) = \log_a(x + 2) + \log_a(2 - x)$ ($0 < a < 1$).

(1)判断函数 $f(x)$ 的奇偶性；

(2)若函数 $f(x)$ 的最小值为 -2 ，求实数 a 的值.

答案和解析

1. 【答案】C

解：对于①，命题的表述中有“存在”，故该命题为存在量词命题. 对于②，命题的表述中有“必”，即所有的全等三角形是相似的，故该命题为全称量词命题. 对于③，命题的表述中有“有些”，故该命题为存在量词命题. 对于④，命题的表述中有“存在”，故该命题为存在量词命题.

2. 【答案】B

解： \because 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-1,1)$ ， $\therefore -1 < 2x - 1 < 1$ ，解得： $0 < x < 1$ ，故函数 $g(x)$ 的定义域是 $(0,1)$

3. 【答案】ABC

解：对于A选项，其定义域为 R ，则有 $f(-x) = \frac{e^{-x}-e^x}{e^{-x}+e^x} = -f(x)$ ，故A是奇函数；对于B选项，其定义域为 R ，则有 $f(-x) = \ln(-x + \sqrt{x^2 + 1})$ ， $f(-x) + f(x) = \ln(-x + \sqrt{x^2 + 1}) + \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) = 0$ ，故B是奇函数；对于C选项，其定义域为 $\{x|x \neq 0\}$ ，则有 $f(-x) = \frac{1}{2^{-x}-1} + \frac{1}{2} = \frac{2^x}{1-2^x} + \frac{1}{2}$ ， $f(-x) + f(x) = \frac{2^x}{1-2^x} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^{x-1}} + \frac{1}{2} = 0$ ，故C是奇函数；对于D选项， $\frac{1-x}{1+x} \geq 0 \Rightarrow -1 < x \leq 1$ ，定义域不关于原点对称，故D不是奇函数.

4. 【答案】-1

【解答】

解：因为 $A = B$ ，所以 $\begin{cases} \sqrt{a} + 1 = 2 \\ b = -2 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$ ，从而 $a + b = -1$

5. 【答案】1

解：由题意令 $\sqrt{1-x} = t (t \geq 0)$ ，则 $x = 1 - t^2$ ， $\therefore g(t) = 1 - t^2 - 2t = -(t+1)^2 + 2 (t \geq 0)$ ，故当 $t = 0$ 时， $g(t)_{\max} = 1$ ，所以原函数的最大值为1

6. 【答案】解：(1)要使函数 $f(x)$ 有意义，则有 $\begin{cases} x+2 > 0 \\ 2-x > 0 \end{cases}$ ，解得 $-2 < x < 2$ ，因为 $f(-x) =$

$\log_a(-x+2) + \log_a(2+x) = f(x)$ ，所以函数 $f(x)$ 为偶函数；

(2) $f(x) = \log_a(4-x^2) (0 < a < 1)$. 因为 $x \in (-2,2)$ ，所以 $0 < 4-x^2 \leq 4$ ，令 $\mu = 4-x^2$ ，又 $0 < a < 1$ ，所以 $y = \log_a \mu$ 在 $(0,4]$ 上为减函数，所以 $f(x)_{\min} = \log_a 4 = -2$ ，

所以 $a^{-2} = 4$ ，即 $a = \frac{1}{2}$.