

圆锥曲线的焦半径的三种形式——坐标式

1. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左右焦点分别为 $F_1, F_2, P(x, y)$ 是椭圆上一点则 $PF_1 = a + ex, PF_2 = a - ex$. 焦点在 y 轴的类似.

左加右减, 下加上减; 左加右减, 下加上减, 左加右减, 下加上减

例 1. 椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 的左右焦点分别为 $F_1, F_2, P(x, y)$ 是椭圆上一点则 $PF_1 \cdot PF_2$ 的最大值和最小值分别为_____.

例 2. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的右焦点为 F , 直线 $x = \frac{a^2}{c}$ 与 x 轴的交点为 A , 在椭圆上存在点 P 满足线段 AP 的垂直平分线过点 F , 则椭圆的离心率的取值范围为_____.

例 3. F_1, F_2 是椭圆 $C: \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ 的左右焦点, M 为 C 上一点且在第一象限, 若 $\triangle MF_1F_2$ 为等腰三角形, 则 M 点的坐标为_____.

2. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左右焦点分别为 $F_1, F_2, P(x, y)$ 是双曲线上一点则 $PF_1 = |a + ex|, PF_2 = |a - ex|$. 焦点在 y 轴的类似.

例 4. $P(x_0, y_0)$ 为双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{32} = 1$ 的右支上一点, 若点 P 到右焦点的距离为 $2x_0$, 则 x_0 的值为_____.

例 5. 双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的左右焦点分别为 $F_1, F_2, P(x, y)$ 是双曲线上一点, 若 $PF_1 \perp PF_2$, 则 P 到 x 轴的距离为_____.

例 6. 长为 11 的线段 AB 的两端点都在双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的右支上, 则线段 AB 的中点 M 的横坐标的最小值为_____.

例 7. 双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , $P(x, y)$ 是双曲线右支上一点, $PF_1 = 3PF_2$, 则点 P 的横坐标为_____.

例 8. 双曲线 $\frac{y^2}{12} - \frac{x^2}{13} = 1$ 的一支上有不同的三点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 、 $C(x_3, y_3)$, 与焦点 $F(0, 5)$ 的距离成等差数列, 求 $y_1 + y_2$ 的值.

3. 抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上一点 P 到焦点 F 的距离 $PF = x + \frac{p}{2}$. 其余类似.

例 9. 过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点 F 的弦 AB 被 F 分为长为 m, n ($m > n$) 的两段, 那么有 ()

A. $\underline{m+n=mn}$ B. $\underline{m-n=mn}$ C. $\underline{m^2+n^2=mn}$ D. $\underline{m^2-n^2=mn}$

例 10. 已知 F 是抛物线 $y^2 = x$ 的焦点, A, B 是该抛物线上的两点, $AF + BF = 3$, 则线段 AB 的中点到 y 轴的距离为_____.

例 11. 设抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , 点 M 在 C 上, $MF = 5$, 若以 MF 为直径的圆过点 $(0, 2)$, 则 C 的方程为_____.

答案: 1. 4, 4; 2. $\frac{1}{2} \leq e < 1$; 3. $(3, \sqrt{15})$; 4. 2; 5. $\frac{15}{6}$; 6. $\frac{51}{10}$; 7. $\frac{32}{5}$; 8. 12; 9. A; 10. $\frac{5}{4}$; 11. $y^2 = 4x$ 或 $y^2 = 16x$