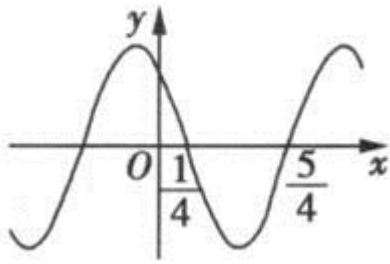


高一数学期末复习综合练习 4

一、选择题（本大题共 6 小题，共 30.0 分）

1. 已知函数 $y = \log_a(x+3) - 1$ (其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象恒过定点 A , 若点 A 也在函数 $f(x) = 3^x + b$ 的图象上, 则 $f(\log_9 4)$ 的值为 ()
- A. $\frac{8}{9}$ B. $\frac{7}{9}$ C. $\frac{5}{9}$ D. $\frac{2}{9}$
2. 若 A, B 是全集 I 的真子集, 则下列四个命题:
- ① $A \cap B = A$; ② $A \cup B = A$; ③ $A \cap (C_I B) = \emptyset$; ④ $A \cap B = I$;
- 中与命题 $A \subseteq B$ 等价的有 ()
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
3. 函数 $y = f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上单调递增, 且函数 $f(x+2)$ 是偶函数, 则下列结论成立的是 ()
- A. $f(1) < f(\frac{5}{2}) < f(\frac{7}{2})$ B. $f(\frac{7}{2}) < f(1) < f(\frac{5}{2})$
- C. $f(\frac{7}{2}) < f(\frac{5}{2}) < f(1)$ D. $f(\frac{5}{2}) < f(1) < f(\frac{7}{2})$
4. 已知函数 $f(x) = (\frac{1}{2})^x - x, g(x) = \log_{\frac{1}{3}} x - x, h(x) = x^3 - x$ ($x > 0$) 的零点分别为 a, b, c , 则 a, b, c 的大小顺序为 ()
- A. $a > b > c$ B. $c > a > b$ C. $b > c > a$ D. $b > a > c$
5. 天文学中为了衡量星星的明暗程度, 古希腊天文学家喜帕恰斯(Hipparchus)在公元前二世纪首先提出了星等这个概念. 星等的数值越小, 星星就越亮; 星等的数值越大, 它的光就越暗. 到了1850年, 由于光度计在天体光度测量中的应用, 英国天文学家普森(M. R. Pogson)又提出了衡量天体明暗程度的亮度的概念. 天体的明暗程度可以用星等或亮度来描述. 两颗星的星等与亮度满足 $m_1 - m_2 = 2.5(\lg E_2 - \lg E_1)$. 其中星等为 m_i 的星的亮度为 E_i ($i = 1, 2$). 已知“心宿二”的星等是1.00, “天津四”的星等是1.25, “心宿二”的亮度是“天津四”的 r 倍, 则与 r 最接近的是(当 $|x|$ 较小时, $10^x \approx 1 + 2.3x + 2.7x^2$)
- A. 1.22 B. 1.24 C. 1.26 D. 1.28
6. 函数 $f(x) = A \cos(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$) 的部分图象如图所示, 给出以下结论:



- ① $f(x)$ 的最小正周期为 2;
- ② $f(x)$ 图象的一条对称轴为直线 $x = -\frac{1}{2}$;
- ③ $f(x)$ 在 $(2k - \frac{1}{4}, 2k + \frac{3}{4})$, $k \in \mathbf{Z}$ 上是减函数;
- ④ $f(x)$ 的最大值为 A.

则正确结论的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、不定项选择题 (本大题共 4 小题, 共 20.0 分)

7. 关于 x 的不等式 $x^2 - (a+1)x + a < 0$ 的解中恰有两个整数, 则实数 a 的值可以取 ()
- A. $-2 < a \leq -1$ B. $-2 \leq a < -1$ C. $3 < a \leq 4$ D. $3 < a < 4$
8. 设命题 p : 若 $f(x) > f(0)$ 对任意的 $x \in (0, 2]$ 都成立, 则 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上是增函数, 下列函数中能说明命题 p 为假命题的有
- A. $f(x) = \sin x$ B. $f(x) = x^2$
- C. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + 1$ D. $f(x) = e^x - 2\ln(x+1)$
9. 下列各选项给出的两个函数中, 表示相同函数的有 ()
- A. $f(x)=x$ 与 $g(x)=\sqrt{x^2}$ B. $f(t)=|t-1|$ 与 $g(x)=|x-1|$
- C. $f(x)=x$ 与 $g(x)=\log_2 2^x$ D. $f(x)=\frac{x^2-1}{x+1}$ 与 $g(x)=x-1$
10. 关于函数 $f(x) = \sin|x| + |\sin x|$ 有下述四个结论, 其中所有正确结论的是 ()
- A. $f(x)$ 是偶函数
- B. $f(x)$ 在区间 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 单调递增
- C. $f(x)$ 在 $[-\pi, \pi]$ 有 4 个零点
- D. $f(x)$ 的最大值为 2

三、填空题（本大题共 4 小题，共 20.0 分）

11. 已知集合 $A=\{x||x|=2\}$, $B=\{x|mx=-1\}$, 若 $B\subseteq A$, 则 m 值的集合为_____.

12. 命题 “ $\exists x_0\in R, 4x_0^2 - ax_0 + 1 < 0$ ” 为假命题, 则实数 a 的取值范围是_____.

13. 已知函数 $f(x)$ 满足当 $x\geq 4$ 时, $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; 当 $x<4$ 时, $f(x)=f(x+1)$, 则 $f(2 + \log_2 3)=$ _____.

14. 已知 $\alpha\in (0, \pi)$, $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{5}$, 则 $\tan\alpha=$ _____.

四、解答题（本大题共 4 小题，共 44.0 分）

15. 已知 $\sin\theta = 2\cos\theta$, 其中 θ 是第三象限内的角. 求:

(1) $\sqrt{\frac{1+\sin\theta}{1-\sin\theta}} - \sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}}$ 的值;

(2) $2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta - \frac{\sin\theta + \cos\theta}{2\cos\theta - 3\sin\theta}$ 的值.

16. 已知 $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{5}$, $\theta \in (0, \pi)$, 求下列各式的值.

(1) $\tan\theta$;

(2) $\sin\theta - \cos\theta$;

(3) $\frac{2\sin\theta\cdot\cos\theta+2\sin^2\theta}{1-\tan\theta}$.

17. (1) 求值: $0.064^{-\frac{1}{3}} - \left(-\frac{1}{8}\right)^0 + 16^{\frac{3}{4}} + 0.25^{\frac{1}{2}} + 2\log_3 6 - \log_3 12 + \frac{1}{\log_4 6} + \frac{1}{\log_9 6}$;

(2) 若 α 的终边在直线 $y = 2x$ 上, 求 $\frac{\sin(\alpha - \pi) + \cos(\pi - \alpha)}{\sin(\pi + \alpha) - \cos(\pi - \alpha)} + \sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$ 的值.

18. 海水受日月的引力, 在一定的时候发生涨落的现象叫潮. 一般地, 早潮叫潮, 晚潮叫汐. 在通常情况下, 船在涨潮时驶进航道, 靠近码头; 卸货后, 在落潮时返回海洋. 下面是某港口在某季节每天的时间与水深关系表:

时刻	0: 00	1: 00	2: 00	3: 00	4: 00	5: 00
水深	5.000	6.250	7.165	7.500	7.165	6.250
时刻	6: 00	7: 00	8: 00	9: 00	10: 00	11: 00
水深	5.000	3.754	2.835	2.500	2.835	3.754
时刻	12: 00	13: 00	14: 00	15: 00	16: 00	17: 00
水深	5.000	6.250	7.165	7.500	7.165	6.250
时刻	18: 00	19: 00	20: 00	21: 00	22: 00	23: 00
水深	5.000	3.754	2.835	2.500	2.835	3.754

(1) 这个港口的水深与时间的关系可用函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi) + b (A > 0, \omega > 0)$ 近似描述, 试求出这个函数解析式;

(2) 一条货船的吃水深度 (船底与水面的距离) 为 5 米, 安全条例规定至少要有 1.25 米的安全间隙 (船底与洋底的距离), 利用 (1) 中的函数计算, 该船何时能进入港口? 在港口最多能呆多久?

