江苏省仪征中学 2018-2019 学年第二学期期末复习数学讲义（文 2）

1. 在△ABC 中，$AC=\sqrt{7}$，$BC=2$，$B=60°$，则△ABC 的面积等于【答案】$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

2. 在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $a^2+3b^2+2c^2=11$，则△ABC 面积的最大值为【答案】$\dfrac{\sqrt{11}}{4}$

3. 若θ为锐角，且 $\sin(\theta-\dfrac{\pi}{3})=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，则 $\sin(2\theta+\dfrac{\pi}{3})=$__________.【答案】$-\dfrac{4}{5}$

4. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{-x^2+6x-5}}$ 在区间 $(m,m+1)$ 上递减，则 m 的取值范围是__________.

【答案】$[1,2]$

5. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知圆心在第一象限的圆 C 与 x 轴交于 $A(1，0)$，$B(3，0)$两点，且与直线 $x-y+1=0$ 相切，则圆 C 的标准方程为【答案】$(x-2)^2+(y-1)^2=2$

6. 知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数，且在 $(-\infty,0]$ 上是增函数，设 $a=f(\log_{\frac{1}{4}}7),b=f((\dfrac{3}{5})^{\frac{1}{5}}),c=f((\dfrac{2}{5})^{\frac{3}{5}})$，则 a,b,c 按从小到大的顺序为______________.

【答案】a<b<c

7. $y=m$ 分别与曲线 $y=2(x+1)$，与 $y=x+\ln x$ 交于点 A，B，则$|AB|$的最小值为______.

【答案】$\frac{3}{2}$

8. 函数 $f(x)=x^3+(1-a)x^2-a(a+2)x(a\in R)$在区间$(-2,2)$不单调，

则 a 的取值范围是______ .【答案】$(-8,-\frac{1}{2})\cup(-\frac{1}{2},4)$

9. 函数 $f(x)=ax^3-x^2+x+2$，$g(x)=\frac{e\ln x}{x}$，若对于$\forall x_1\in(0,1]$，$\forall x_2\in(0,1]$，都有 $f(x_1)\geq g(x_2)$，则实数 a 的取值范围是______ .【答案】$[-2,+\infty)$

10. 数 $f(x)$满足 $f(x+3)=-\frac{1}{f(x)}$，且在$(-3,0]$上，$f(x)=\begin{cases}1+\cos\frac{\pi x}{3}, -3<x\leq-\frac{3}{2},\\ |x-2|+2, -\frac{3}{2}<x\leq 0\end{cases}$

$f(f(\frac{39}{2}))=$____________.　　【答案】5

11 已知函数 $f(x)=3^x-3^{-x}$，$f(1-2\log_3 t)+f(3\log_3 t-1)\geq\log_{\frac{1}{3}}t$，则实数 t 的取值范围是 __________.【答案】$[1,+\infty)$

12.直线 l_1，l_2 分别是函数 $f(x)=\begin{cases}-\ln x, 0<x<1,\\ \ln x, x>1,\end{cases}$ 图象上点 P_1，P_2 处的切线，l_1 与 l_2 垂直相交于点 P，且 l_1，l_2 分别与 y 轴相交于点 A，B，则△PAB 的面积的取值范围是_____

【答案】(0,1)

13．已知命题 p：函数 $f(x)=\lg(ax^2-x+\dfrac{1}{16}a)$ 的定义域为 R，命题 q：方程 $4x^2+4(a-2)x+1=0$ 无实根.

（1）若 $\neg p$ 为真命题，求的取值范围；

（2）若 $p\vee q$ 为真，$p\wedge q$ 为假，求实数 a 的取值范围.

【答案】p：$a>2$　　q：$1<a<b$　　　综上所述：$a\in(1,2]\cup[3,+\infty)$

14. 在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $b\cos C+(c-2a)\cos B=0$.

（1）求 B;

（2）若 $\tan(A+\frac{\pi}{4})=7$，求 $\cos(C-A)$的值.

（1）因为 $b\cos C+(c-2a)\cos B=0$，

由正弦定理，得 $\sin B\cos C+(\sin C-2\sin A)\cos B=0$．··························2 分

即$(\sin B\cos C+\cos B\sin C)-2\sin C\cos B=0$，即 $\sin(B+C)-2\sin C\cos B=0$．

因为 $A+B+C=\pi$，所以 $\sin(B+C)=\sin A$，且 $\sin A\neq 0$，

所以 $\cos B=\frac{1}{2}$.　···4 分

因为 $0<B<\pi$，所以 $B=\frac{\pi}{3}$.　··6 分

（2）因为 $\tan(A+\frac{\pi}{4})=7$，

所以 $\tan A=\tan[(A+\frac{\pi}{4})-\frac{\pi}{4}]=\dfrac{\tan(A+\frac{\pi}{4})-\tan\frac{\pi}{4}}{1+\tan(A+\frac{\pi}{4})\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{3}{4}$.

所以 $0<A<\frac{\pi}{2}$，所以 $\sin A=\frac{3}{5}$，$\cos A=\frac{4}{5}$.　··························8 分

所以 $\sin 2A=2\sin A\cos A=\frac{24}{25}$，$\cos 2A=\cos^2A-\sin^2A=\frac{7}{25}$.　··························10 分

所以 $\cos(C-A)=\cos[(\frac{2\pi}{3}-A)-A]=\cos(\frac{2\pi}{3}-2A)$

$=\cos\frac{2\pi}{3}\cos 2A+\sin\frac{2\pi}{3}\sin 2A=-\frac{1}{2}\times\frac{7}{25}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{24}{25}=\frac{-7+24\sqrt{3}}{50}$. ……………………14 分

15 已知函数 $f(x)=x|x-a|+2x$.

（1）当 $a=3$ 时，方程 $f(x)=m$ 的解的个数；

（2）若对任意 $x\in[1,2]$ 时，函数 $f(x)$ 的图象恒在函数 $g(x)=2x+1$ 图象的下方，求实数 a 的取值范围；

（3）若函数 $f(x)$ 在 $(-4,2)$ 上单调递增，求 a 的范围.

解：（1）$m<6$ 或 $m>\frac{25}{4}$ 时，1 解；

$m=6$ 或 $\frac{25}{4}$ 时，2 解；

$6<m<\frac{25}{4}$ 时，3 解。

（2）$\frac{3}{3}<a<2$

（3）综上：$a\le 6$ 或 $a\ge 2$

16 十九大提出对农村要坚持精准扶贫，至 2020 年底全面脱贫. 现有扶贫工作组到某山区贫困村实施脱贫工作. 经摸底排查，该村现有贫困农户 100 家，他们均从事水果种植，2017 年底该村平均每户年纯收入为 1 万元，扶贫工作组一方面请有关专家对水果进行品种改良，提高产量；另一方面，抽出部分农户从事水果包装、销售工作，其人数必须小于种植的人数. 从 2018 年初开始，若该村抽出 $5x$ 户（$x\in\mathbf{Z}$，$1\le x\le 9$）从事水果包装、销售.经测算，剩下从事水果种植农户的年纯收入每户平均比上一年提高 $\frac{x}{20}$，而从事包装销售农户的年纯收入每户平均为 $(3-\frac{1}{4}x)$ 万元（参考数据：$1.1^3=1.331$，$1.15^3\approx 1.521$，$1.2^3=1.728$).

(1) 至 2020 年底，为使从事水果种植农户能实现脱贫（每户年均纯收入不低于 1 万 6 千元），至少抽出多少户从事包装、销售工作？

(2) 至 2018 年底，该村每户年均纯收人能否达到 1.35 万元？若能，请求出从事包装、销售的户数；若不能，请说明理由。

解：（1）$(1+\frac{x}{20})^3\ge 1.6$

$y=(1+\frac{x}{20})^3$ 在 $x\in[1,9]$ 上↑；

$x=2\quad 1.1^3=1.331\geq 1.6$　　　　不满足要求

$x=3$　　　　　　　　　　　　　不满足要求

$x=4$　　　　　　　　　　　　　满足要求

$\therefore$ 抽出 $4\times 5=20$ 户。

（2）$y=\frac{1}{100}[5x(3-\frac{x}{4})+(1+\frac{x}{20})(100-5x)]$

$3x^2-30x+70\leq 0\quad\Rightarrow\quad x=4,5,6$

$x\in N,\ 1\leq x\leq 9$

分别为 20 户、25 户、30 户。

17.已知函数 $f(x)=ax^3-x^2+bx$（$a,b\in\mathrm{R}$），$f'(x)$ 为其导函数，且 $x=3$ 时 $f(x)$ 有极小值 -9.

（1）求 $f(x)$ 的单调递减区间；

（2）若 $g(x)=2mf'(x)+(6m-8)x+6m+1$，$h(x)=mx$，当 $m>0$ 时，对于任意 x，$g(x)$ 和 $h(x)$ 的值至少有一个是正数，求实数 m 的取值范围；

（3）若不等式 $f'(x)>k(x\ln x-1)-6x-4$（k 为正整数）对任意正实数 x 恒成立，求 k 的最大值.

解：（1）$a=\frac{1}{3},b=-3$

$(-1,3)$ 递减。

（2）$g(x)>0$ 在 $(-\infty,0)$ 上恒成立。

① $0<m\leq 4$

② $\begin{cases}m>4\\ \Delta<0\end{cases}\Rightarrow 4<m<8$

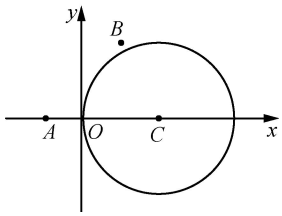
$\therefore\ m \in (0,8)$

（3） $k_{\max} = 6$

18、如图，在平面直角坐标系 xOy 中，圆 C：$x^2+y^2-4x=0$ 及点 A(－1，0)，B(1，2)．

(1) 若直线 l 平行于 AB，与圆 C 相交于 M，N 两点，MN＝AB，求直线 l 的方程；

(2) 在圆 C 上是否存在点 P，使得 $PA^2+PB^2=12$？若存在，求点 P 的个数；若不存在，说明理由．



解析：(1) 当直线斜率不存在时，切线方程为 x＝1；当直线斜率存在时，设直线方程为 $y=k(x-1)+\frac{1}{2}$，所以圆心 M(0，2)到切线的距离 $d=\frac{\left|k+\frac{3}{2}\right|}{\sqrt{k^2+1}}=1$，解得 $k=-\frac{5}{12}$，所以 $y=-\frac{5}{12}x+\frac{11}{12}$，所以切线方程为 x＝1 或 $y=-\frac{5}{12}x+\frac{11}{12}$.

(2) 设点 P(2m，m)，则 MP 的中点 $Q\left(m，\frac{m}{2}+1\right)$.

因为 PA 是圆 M 的切线，

所以经过 A，P，M 三点的圆是以 Q 为圆心，以 MQ 为半径的圆，

故圆的方程为 $(x-m)^2+\left(y-\frac{m}{2}-1\right)^2=m^2+\left(\frac{m}{2}-1\right)^2$，

化简得 $x^2+y^2-2y-m(2x+y-2)=0$，此式是关于 m 的恒等式，

故 $\begin{cases}x^2+y^2-2y=0,\\2x+y-2=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=0,\\y=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=\frac{4}{5},\\y=\frac{2}{5},\end{cases}$

所以经过 A，P，M 三点的圆必过定点(0，2)和 $\left(\frac{4}{5}，\frac{2}{5}\right)$.

(3) 设点 P(2y，y)，且 PM 与 AB 交于点 K，

则 $1^2=MK\cdot PM$，即 $MK=\frac{1}{PM}$.

$$AB=2\sqrt{1-\frac{1}{PM^2}}=2\sqrt{1-\frac{1}{5y^2-4y+4}},$$

当 $y=\frac{2}{5}$时，弦 AB 最小为$\frac{\sqrt{11}}{2}$.