

江苏省仪征中学 2020 届高三年级第一学期 B 版午间 “3+1” (27)

2019 年 10 月 29

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 评价 _____

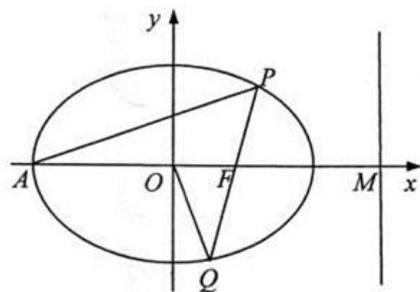
请将填空题答案填在横线上，并将每个题目的解答过程写在题目下方。

2. 设复数 z 满足 $zi = \sqrt{3} - i$ (i 为虚数单位), 则 $|z|$ 为 _____ .

4. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $B = 2A$, 则 $\frac{2}{\tan A} - \frac{3}{\tan B}$ 的最小值为 _____ ▲ .

5. 已知 $x + y = 1$, $y > 0$, $x > 0$, 则 $\frac{1}{2x} + \frac{x}{y+1}$ 的最小值为 _____ .

4. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过点 $(1, \frac{3}{2})$. 设椭圆 C 的左顶点为 A , 右焦点为 F , 右准线与 x 轴交于点 M , 且 F 为线段 AM 的中点. (1) 求椭圆 C 的标准方程; (2) 若过点 A 的直线 l 与椭圆 C 相交于另一点 P (P 在 x 轴上方), 直线 PF 与椭圆 C 相交于另一点 Q , 且直线 l 与 OQ 垂直, 求直线 PQ 的斜率.



(27)

2019年10月29

1. 2 2. $\sqrt{3}$ 3. $\frac{5}{4}$

4. 【解】 (1) 因为 $A(-a, 0)$, $F(c, 0)$, $M(\frac{a^2}{c}, 0)$, 且 F 为 AM 的中点,

所以 $-a + \frac{a^2}{c} = 2c$, 则 $2c^2 + ac - a^2 = 0$. 即 $(2c - a)(a + c) = 0$, 所以 $a = 2c$,

$b^2 = a^2 - c^2 = 3c^2$. 因为点 $(1, \frac{3}{2})$ 在椭圆上, 所以 $\frac{1}{a^2} + \frac{\frac{9}{4}}{b^2} = 1$, 又因为

$b^2 = a^2 - c^2 = 3c^2$, 所以 $c = 1$, 则 $a^2 = 4$, $b^2 = a^2 - c^2 = 3$.

所以椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$.

(2) 由题意直线 AP 的斜率必存在且大于 0, 设直线 AP 的方程为:

$y = k(x + 2) (k > 0)$. 代入椭圆方程并化简得:

$(3 + 4k^2)x^2 + 16k^2x + 16k^2 - 12 = 0$, 因为 $-2x_p = \frac{16k^2 - 12}{3 + 4k^2}$,

得 $x_p = \frac{6 - 8k^2}{3 + 4k^2}$, $y_p = k\left(\frac{6 - 8k^2}{3 + 4k^2} + 2\right) = \frac{12k}{3 + 4k^2}$,

当 $k^2 = \frac{1}{4}$ 时, PQ 的斜率不存在, 此时 $\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{AP} \neq 0$ 不符合题意.

当 $k^2 \neq \frac{1}{4}$ 时, 直线 PQ 的方程为: $y = \frac{4k}{1 - 4k^2}(x - 1)$,

因为 $\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{AP} = 0$, 所以直线 OQ 的方程为 : $y = -\frac{1}{k}x$,

两直线联立解得 : $Q(4k^2, -4k)$, 因为 Q 在椭圆上 ,

所以 $\frac{16k^4}{4} + \frac{16k^2}{3} = 1$, 化简得 : $(2k^2 + 3)(6k^2 - 1) = 0$, 即 $k = \pm \frac{\sqrt{6}}{6}$,

因为 $k > 0$, 所以 $k = \frac{\sqrt{6}}{6}$, 此时 $Q\left(\frac{2}{3}, -\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)$. 直线 PQ 的斜率为 $2\sqrt{6}$.