

【第 21 题 A】

1、 知识与能力要求：

矩阵中特征向量的定义

逆矩阵的求法

2、 主要存在问题及错因

(1) 对于特征向量的定义不清

(2) 利用特征值求特征矩阵时公式记错，计算错误

(3) 求逆矩阵时候不少同学因直接套用公式缺少必要的原始公式而扣 2 分
也有同学矩阵的乘法公式记错，计算错误

典型错例

解： $f(\lambda) = \begin{vmatrix} \lambda-1 & -m \\ -2 & \lambda-1 \end{vmatrix} = (\lambda-1)^2 - 2m$

$\therefore \alpha = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 是 M 的一个特征向量

$\therefore \begin{cases} (\lambda-1) - m = 0 \\ -2 + (\lambda-1) = 0 \end{cases} \Rightarrow m = 0.2$

$\therefore M = \begin{bmatrix} 1 & 0.2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

设 $M^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

$\therefore MM^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0.2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+2c & b+2d \\ 2a+c & 2b+d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\therefore \begin{cases} a+2c=1 \\ 2a+c=0 \\ b+2d=0 \\ 2b+d=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{5} \\ b=\frac{2}{5} \\ c=\frac{2}{5} \\ d=\frac{1}{5} \end{cases}$

$\therefore M^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$

解: $M\vec{x} = \lambda\vec{x}$
 $\therefore \begin{bmatrix} 1 & m \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda \\ \lambda \end{bmatrix}$
 $\therefore \begin{cases} 1+m = \lambda \\ 2+1 = \lambda \end{cases}$
 $\therefore \begin{cases} m=2 \\ \lambda=3 \end{cases}$
 $\therefore M = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$
 $\therefore M^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{-3} & \frac{-2}{-3} \\ \frac{-2}{-3} & \frac{1}{-3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$

3、教学策略:

本题难度不大, 几乎所有学生本应该拿满分。但最后扬州市均分大约在 8 左右, 丢分较为可惜。究其原因, 一、在复习过程忽视了矩阵的定义等最基本的概念。二、对于解题规范不够重视, 缺少必要的过程而被扣分。三、部分学生在解题中存在严谨程度不够, 计算不够细心。建议在下一阶段的复习过程中, 提醒学生重视矩阵基本概念与基本方法的运用, 重视对学生思维严谨性, 规范性的培养。