

2019 年普通高等学校招生全国统一考试(江苏卷)

信息预测卷

数学 I 试题

2019.5

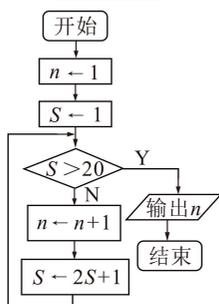
注意事项

学生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求

- 1.本卷共 4 页,包含填空题(第 1 题—第 14 题)、解答题(第 15 题—第 20 题).本卷满分 160 分,考试时间为 120 分钟.考试结束后,请将答题卡交回.
- 2.答题前,请您务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在答题卡的规定位置.
- 3.请在答题卡上按照顺序在对应的答题区域内作答,在其他位置作答一律无效.作答必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔.请注意字体工整,笔迹清楚.
- 4.如需作图,须用 2B 铅笔绘、写清楚,线条、符号等须加黑、加粗.
- 5.请保持答题卡卡面清洁,不要折叠、破损,一律不准使用胶带纸、修正液、可擦洗的圆珠笔.

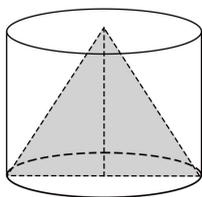
一、填空题:本大题共 14 小题,每小题 5 分,共计 70 分.

- 1.已知集合 $A = \{-1, 2, 3, 6\}$, $B = \{x \mid -2 < x < 3\}$, 则 $A \cap B$ _____.
- 2.复数 $z = (1+2i)(3-i)$, 其中 i 为虚数单位, 则 z 的虚部是 _____.
- 3.某高中高三年级有物化, 物生, 物地, 政史四种选科组合, 其人数比例为 $4:4:3:5$, 现欲用分层抽样方法抽调 n 名学生参加英语口语抽测. 若在物化组合恰好选出了 8 名学生, 那么 $n =$ _____.
- 4.若以连续掷两次骰子分别得到的点数 m, n 作为点 P 的横、纵坐标, 则点 P 在直线 $x+y=5$ 下方的概率为 _____.
- 5.执行右面的程序图, 那么输出 n 的值为 _____.



6. 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_3 = 4$, $S_9 - S_6 = 27$, 则 $S_{10} =$ _____.
7. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2\cos \frac{\pi x}{3}, & x \leq 2000 \\ x-19, & x > 2000 \end{cases}$, 若 $f(f(2019)) + a = 2$, 则实数 a 的值为 _____.

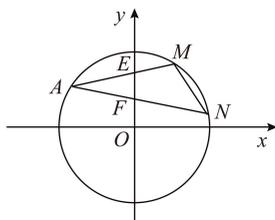
8. 以一个圆柱的下底面为底面, 并以圆柱的上底面圆心为顶点作圆锥, 若所得的圆锥底面半径等于圆锥的高, 则圆锥的侧面积与圆柱的侧面积之比为_____.



9. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y^2 = 2x$ 的准线与双曲线 $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ 的两条渐近线分别交于点 P, Q , 双曲线的焦点是 F_1, F_2 , 则四边形 F_1PQF_2 的面积是_____.

10. 定义在区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上的函数 $y = 5\cos 2x$ 的图象与 $y = 2 - \sin x$ 的图象的交点横坐标为 x_0 , 则 $\tan x_0$ 的值为_____.

11. 如图, 在圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 上取一点 $A(-\sqrt{3}, 1)$, E, F 为 Y 轴上的两点, 且 $AE = AF$, 延长 AE, AF 分别与圆交于点 M, N , 则直线 MN 的斜率为_____.



12. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = 1, AC = 3$ 若 O 是该三角形内的一点, 满足 $(\vec{OC} + \vec{OB}) \cdot \vec{CB} = 2$, 则 $\vec{AO} \cdot \vec{BC} =$ _____.

13. 已知函数 $f(x) = (k + \frac{4}{k}) \ln x + \frac{4-x^2}{x}, k \in [4, +\infty)$, 曲线 $y = f(x)$ 总存在两点 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$, 使曲线 $y = f(x)$ 在 M, N 两点处的切线互相平行, 则 $x_1 + x_2$ 的取值范围为_____.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 a, c, b 成等差数列, 若 $2\sin C + \lambda \sin A \sin B = 0$, 则实数 λ 的取值范围是_____.

二、解答题: 本大题共 6 小题, 共计 90 分. 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (本小题满分 14 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $2\sqrt{3}a \sin B = 5c, \cos B = \frac{11}{14}$.

(1) 求角 A 的大小;

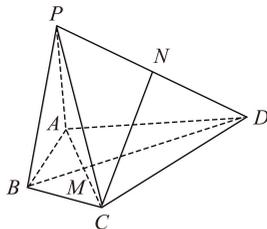
(2) 设 BC 边的中点为 $D, |AD| = \frac{\sqrt{19}}{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

16. (本小题满分 14 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $\triangle ACD$ 是正三角形, BD 垂直平分 AC , 垂足为 M , $\angle ABC = 120^\circ$, $PA = AB = 1$, $PD = 2$, N 为 PD 的中点.

(1) 求证: $AD \perp$ 平面 PAB ;

(2) 求证: $CN \parallel$ 平面 PAB .

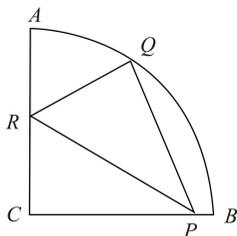


17. (本小题满分 14 分)

在一个圆心角为 90° , 半径为 10 米的扇形草地上, 需铺设一个直角三角形 PQR 的花地, 其中 $\angle RQP$ 为直角, 要求 P, R, Q 三点分别落在线段 bc, ac 和弧 \widehat{AB} 上, 并且 $PQ = \lambda RQ (\lambda > 0)$, 记 $\triangle PQR$ 的面积为 S .

(1) 当时 $\lambda = 2$, 选取适当的变量表示 S , 并求出 S 的最小值;

(2) 无论如何铺设, 若要求 S 始终不小于 20 平方米, 求 λ 的取值范围.

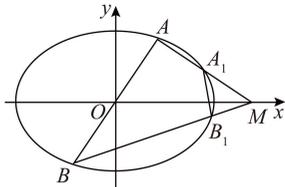


18. (本小题满分 16 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 焦距为 2, 直线 $y = kx (k \neq 0)$ 与椭圆 C 交于 A, B 两点, M 为其右准线与 x 轴的交点, 直线 AM, BM 分别与椭圆 C 交于 A_1, B_1 两点, 记直线 A_1B_1 的斜率为 k_1 .

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 是否存在常数 λ , 使得 $k_1 = \lambda k$ 恒成立? 若存在, 求出 λ 的值; 若不存在, 请说明理由.



19. (本小题满分 16 分)

已知函数 $f(x) = \left(m + \frac{n}{x}\right)e^x, m, n \in \mathbb{R}$.

(1) 当 $m = 2, n = 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 极值;

(2) 设函数 $g(x) = (x-1)e^x$, 则当 $m = 1$ 时, 对任意 $x \in (0, +\infty)$ 都有 $g(x) \geq f(x) + 1$, 求实数 n 的最大值;

(3) 当时 $m = 1, n = 0$ 时, 设函数 $h(x) = \frac{ax^2 + bx + 1}{f(x)}$, 且 $a + b = e - 1$, 若 $h(x) = 1$ 在 $(0, 1)$ 内有解, 求实数 a 的取值范围.

20. (本小题满分 16 分)

已知数列 $\{a_n\}$, 定义 $n-k$ 阶和为: $f_k(n) = a_n + 2a_{n+1} + 3a_{n+2} + \dots + ka_{n+k-1}, (n \in \mathbb{N}^*)$, 其中 k 为常数, $k \in \mathbb{N}^*$.

(1) 若 $\{a_n\}$ 是等比数列, 且 $f_2(1) = 2, f_2(2) = 1$, 求数列 $\{a_n\}$ 的 $n-n$ 阶和;

(2) 记数列 $\{b_n\}$ 的 $n-5$ 阶和为 $g_5(n)$, 若有 $\forall n \in \mathbb{N}^*, b_{n+3} \geq 3b_{n+1} - 2b_n$, 且数列 $\{g_5(n)\}$ 为等差数列, 求证: 数列 $\{b_n\}$ 为等差数列.

2019 年普通高等学校招生全国统一考试(江苏卷)
信息预测卷
数学 II 附加题

2019.5

注 意 事 项

学生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求

1. 本卷只有解答题,供理工方向学生使用.本卷第 21 题有 A、B、C 3 个小题供选做,每位学生在 4 个选做题中选答 2 题.若学生选做了 3 题或 4 题,则按选做题中的前 2 题计分.第 22、23 题为必答题.每小题 10 分,共 40 分.考试时间 30 分钟.考试结束后,请将答题卡交回.
2. 答题前,请您务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在答题卡的规定位置.
3. 请在答题卡上按照顺序在对应的答题区域内作答,在其他位置作答一律无效.作答必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔.请注意字体工整,笔迹清楚.
4. 如需作图,须用 2B 铅笔绘、写清楚,线条、符号等须加黑、加粗.
5. 请保持答题卡卡面清洁,不要折叠、破损.一律不准使用胶带纸、修正液、可擦洗的圆珠笔.

21.【选做题】本题包括 A、B、C 四小题,请选定其中两小题作答.若多做,则按作答的前两小题评分.解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

A. 选修 4—2: 矩阵与变换

已知二阶矩阵 M 有特征值 $\lambda = 8$ 及对应的一个特征向量 $\vec{e}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, 并且矩阵 M 将点 $(-1, 3)$ 变换为 $(0, 8)$.

(1) 求矩阵 M ;

(2) 求曲线 $x + 3y - 2 = 0$ 在 M 的作用下的新曲线方程.

B. 选修 4—4: 极坐标与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知直线 $\begin{cases} x = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}l, \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}l \end{cases}$ (l 为参数) 与曲线 $\begin{cases} x = \frac{1}{8}t^2, \\ y = t \end{cases}$ (t 为

参数) 相交于 A, B 两点, 求线段 AB 的长.

【必做题】第 22 题、第 23 题,每题 10 分,共计 20 分.解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

22.(本小题满分 10 分)

某乐队参加一户外音乐节,准备从 3 首原创新曲和 5 首经典歌曲中随机选择 4 首进行演唱.

(1)求该乐队至少演唱 1 首原创新曲的概率;

(2)假定演唱一首原创新曲观众与乐队的互动指数为 a (a 为常数),演唱一首经典歌曲观众与乐队的互动指数为 $2a$.求观众与乐队的互动指数之和的概率分布及数学期望.

23.(本小题满分 10 分)

设集合 $M = \{-1, 0, 1\}$, 集合 $A_n = \{(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \mid x_i \in M, i = 1, 2, \dots, n\}$, 集合 A_n 中满足条件“ $1 \leq |x_1| + |x_2| + \dots + |x_n| \leq m$ ”的元素个数记为 S_m^n .

(1)求 S_2^2 和 S_2^4 的值;

(2)当 $m < n$ 时,求证: $S_m^n < 3^{n+1} + 2^{m+1} - 2^{n+1}$.